

Modelo harmônico das chuvas mensais do noroeste do Rio Grande do Sul, Brasil

Daniel Souza Cardoso¹
João Baptista da Silva²
Gilberto Barbosa Diniz³

Resumo

Considerando que o noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (RS) possui uma economia dependente do setor agropecuário, onde o regime de chuvas influencia no rendimento de diferentes cultivares, modelou-se a variabilidade dos totais mensais de chuva, ao longo de 60 anos (1948/2007), de estações meteorológicas, em cidades bem distribuídas no noroeste do RS. Obteve-se um modelo harmônico que representa 89% da variabilidade dos dados, previamente ajustados a meses de 30 dias, verificadas as propriedades de normalidade, homogeneidade de variâncias e estacionariedade. O modelo é constituído pelos harmônicos quadrimestral, trimestral, semestral e anual, os quais representam 39%, 20%, 19% e 11%, respectivamente, da variabilidade dos dados. Os modelos foram testados para previsão de valores futuros, mostrando-se adequados ao nível de probabilidade de 5%.

Palavras-chave: Chuvas mensais; Análise harmônica; Normalidade e homogeneidade de variâncias; Tendência linear.

Abstract

Whereas the northwest of the State of Rio Grande do Sul (RS), has an economy dependent on the agricultural sector, where the rainfall influences the performance of different cultivars, sought up modeling to variability of the monthly rainfall, of data 60 years (1948/2007), of weather stations, in cities distributed in the northwest of the State. Was obtained the harmonic model representing 89% of the variability of the data, previously adjusted to 30-day months, checking the normality properties, variance homogeneity and stationarity. The model consists of quarterly harmonics, quarterly, semi-annual, which represent 39%, 20%, 19% and 11%, respectively, of data variability. The model was tested to forecast future values, being suitable for level probability of 5%.

Keywords: Monthly rainfall; Harmonic analysis; Normality and homogeneity of variance; Linear trend.

¹ Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul-Rio-grandense (IFRS). E-mail: danielcardoso@cavg.ifsul.edu.br

² Professor titular aposentado da Universidade Federal de Pelotas.

³ Professor Titular da Faculdade de Meteorologia da Universidade Federal de Pelotas.

Introdução

No Rio Grande do Sul (RS), o regime de chuvas influencia na produtividade de determinados cultivares, pois de acordo com Matzenauer et al., 1995, a exemplo, as variáveis hídricas são estimadoras do rendimento de grãos da cultura do milho. Na região noroeste do Estado, encontram-se os cultivares de soja mais representativos para o Brasil, a exemplo da cidade de Santa Rosa ser considerada berço nacional da soja (CARDOSO, 2014).

Considerando-se que a média de precipitação mensal para dadas estações do ano no noroeste do RS proporcionam informações importantes para políticas de planejamentos rural e urbana, buscou-se descrever o regime de chuvas mensais, respeitando sua variabilidade em diferentes regiões, trabalhando com regiões de variabilidade comparáveis, integrando regiões homogêneas. Segundo Melo Júnior et al., 2001 (apud Sediya et al., 2001), as regiões hidroclimaticamente homogêneas não só estabelecem os indicadores do potencial do meio físico e biológico para a região em estudo, mas, também, registram e delimitam as áreas de padrões homogêneos de atividades agrícolas e dos recursos naturais nelas existentes.

Para descrever a variabilidade das chuvas mensais, consideraram-se as cidades integrantes da região noroeste do estado que apresentam um comportamento pluviométrico comparável. Adotou-se a região homogênea número 4 (figura 1), conforme Marques, 2005, o qual constatou que a precipitação pluvial apresenta uma variabilidade espacial significativa no Estado do RS, onde existe um grande gradiente de precipitação na direção meridional. Em virtude disso, agrupou a variabilidade espacial e temporal das chuvas no RS em regiões homogêneas, permitindo desprezar a influência da variabilidade dos dados de uma ou mais regiões sobre as outras.

Neste trabalho, modelaram-se os totais de chuvas mensais, de cidades bem distribuídas na região noroeste do RS. Adotou-se a técnica de análise harmônica que, segundo Amaral (1968), é o método mais bem sistematizado, quando o período fundamental é conhecido.

Material e métodos

Para estudar a variabilidade da precipitação média mensal no noroeste do RS, nos últimos 60 anos, foram considerados os dados das estações meteorológicas das cidades de Cruz Alta, Ijuí, Iraí, Santa Maria, Santa Rosa, Santo Ângelo e São Luiz Gonzaga, que constituem uma região homogênea (MARQUES, 2005), região 4 conforme figura 1, compreendidos no período de 1948 a 2007. Os dados foram disponibilizados pelo Instituto Nacional de Meteorologia – INMET, obtidos através de: 8° DISME (8° Distrito de Meteorologia – Porto Alegre) e FEPAGRO (Fundação Estadual de Pesquisas Agropecuárias).

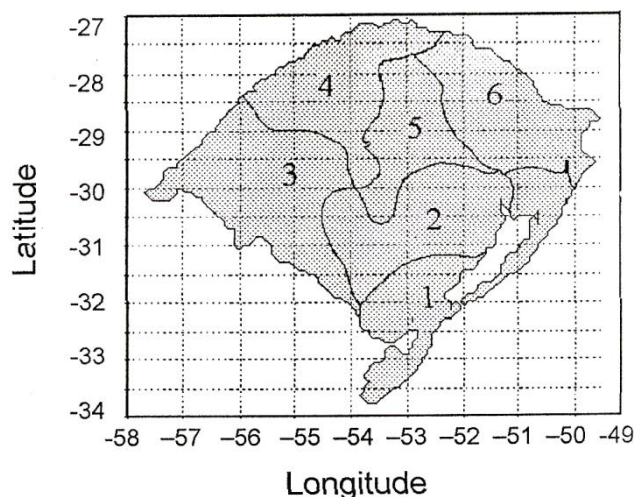


Figura 1 - Regiões homogêneas de chuvas no RS

Inicialmente os dados foram ajustados a meses de 30 dias, por exigência da metodologia usada. O conjunto dos 60 anos foi dividido em duas partes: os primeiros 55 anos para modelagem e os 5 anos restantes para previsão.

Antes da modelagem dos dados, foram verificadas as propriedades de homogeneidade de variâncias, de normalidade e de estacionariedade. Para isto, os dados foram submetidos aos testes de Cochran (1941) e Shapiro-Wilk (1965) e regressão linear (teste t), respectivamente, ao nível de probabilidade de 5%. Quando esses requisitos não se verificaram, buscou-se uma transformação dos dados originais, de acordo com Amaral (1968).

Segundo Baptista da Silva e Amaral (1987), dispendo-se de um conjunto de amostras, de cada uma das quais se possa calcular a média, \bar{X} , e o desvio padrão, S_x , representam-se os pares de valores (\bar{X}, S_x) em um sistema cartesiano ortogonal. Se os pontos assim obtidos se dispuserem, aproximadamente, ao longo de uma reta paralela ao eixo das abscissas, pode-se admitir a independência do desvio padrão em relação a média. Se tal não for o caso, a relação de dependência entre o desvio padrão e a média poderá traduzir-se numa expressão analítica. A partir destas análises, os autores encontram a transformação:

$$y_i = AZ_i^{1-a} \quad (01)$$

A modelagem seguiu o método da análise harmônica (séries temporais de Fourier), tendo em vista as características dos dados. Por esse processo, decompõem-se as observações em ondas senoidais (harmônicos) de diferentes frequências.

O modelo de análise harmônica é representado pela expressão abaixo:

$$Y_n = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^N (a_n \cos \omega_n t + b_n \sin \omega_n t) + e_n \quad (02)$$

Sendo:

Y_n : valor estimado da variável temporal.

$n = 1, 2, 3, \dots, N$: o número de harmônicos.

$\omega_n = 2\pi/T$: a frequência angular do n-ésimo harmônico, sendo que o período está no intervalo $0 \leq T \leq 12$.

$t = 0, 1, 2, \dots, 11$: os meses do ano.

a_0 : a média aritmética dados observados.

a_n, b_n : são os coeficientes da série a serem estimados, caracterizando as amplitudes associadas ao n-ésimo harmônico.

e_n : resíduos

Usou-se o periodograma dos 660 dados (12 meses por 55 anos) para estabelecer os modelos de análise harmônica das chuvas mensais. As ondas senoidais (harmônicos) foram selecionadas, para os modelos, pela magnitude de suas amplitudes ($p_n^2 = a_n^2 + b_n^2$) em relação a variância dos dados (σ), através da expressão abaixo a qual define a representatividade de cada harmônico (BAPTISTA DA SILVA et al., 2004).

$$R_n^2 = \frac{p_n^2}{2\sigma^2} \quad (03)$$

O modelo ajustado é obtido pela soma das ondas selecionadas. Neste estudo, as ondas foram selecionadas, atendendo a uma representatividade mínima de 80% da variabilidade dos dados.

A verificação dos modelos obtidos quanto à previsão foi realizada por meio da autocorrelação dos resíduos (r_k). Para uma série temporal com “n” elementos, a autocorrelação com atraso “k” é definida por:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}, \quad (04)$$

onde \bar{y} é a média da serie de tempo (ou período) “t”.

Se os r_k indicarem as autocorrelações dos resíduos \hat{e}_N , então deve-se ter que $r_k = 0$.

Considerando que r_k tem aproximadamente distribuição normal, com média zero e variância $1/n$, sendo “n” o tamanho da amostra, pode-se considerar que o modelo é adequado quando r_k está dentro intervalo $\pm 2/\sqrt{n}$, aceitando-se, no máximo, 5% dos seus valores fora deste intervalo.

A existência de ruído branco também pode ser determinada a partir da comparação de r_k com $\pm 2\sigma(r_k)$, sendo o desvio padrão de r_k , $\sigma(r_k)$, dado por

$$\sigma(r_k) \cong \left[\frac{1}{n} \left(1 + 2 \sum_{v=1}^q \rho_v^2 \right) \right]^{1/2}, \quad k > q \quad (05)$$

onde “q” é o maior “lag”, além do qual as funções de auto-correlação tendem a zero.⁴

Assumindo que a série seja um processo “ruído branco”, isto é, que todas as autocorrelações sejam iguais a zero, o erro padrão de r_k fica determinado como

$$\sigma(r_k) \cong \left[\frac{1}{n} \left(\frac{n-k}{n+2} \right) \right]^{1/2} \quad (06)$$

Da mesma forma, aceita-se como ruído branco quando, no máximo, 5% das autocorrelações ficam fora do intervalo $\pm 2\sigma(r_k)$.

Resultados e discussão

Os dados ajustados a um mês de 30 dias, foram submetidos aos testes Cochran e Shapiro-Wilk, onde os dados originais mostraram-se significativos ao nível de 5% e os transformados, não significativos ao mesmo nível. A transformação utilizada obedeceu a equação 01, cujas estimativas de “A” e “1 - a” correspondem a 10 e 0,2241, respectivamente.

O grupo homogêneo que representa a região noroeste mostrou-se não estacionários (tendência significativa à 5%), pois o nível de significância “p” é menor que o nível de significância 5%, conforme figura 2.

⁴ Mais detalhes em Box, Jenkins & Reinsel, 1994

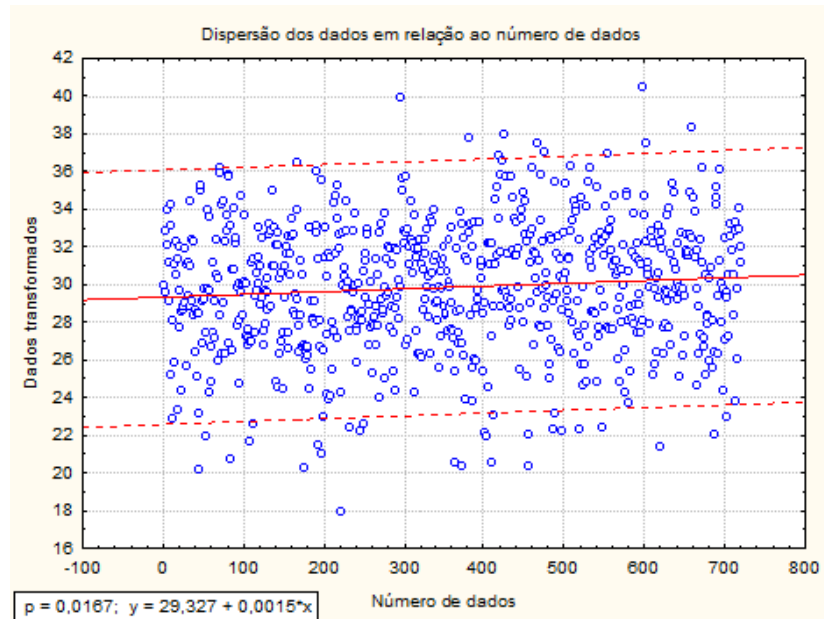


Figura 2 - Gráfico de dispersão dos dados do grupo 04, em relação ao número de dados ordenados no tempo.

Considerando-se a equação de regressão linear obtida, do grupo:

$$y = 29,327 + 0,0015 \cdot X \quad (07)$$

Eliminando-se a tendência para obter-se a estacionariedade, a partir da seguinte operação:

$$y_i = Y_i - bX_i, \quad X_i = 1, 2, 3, \dots, 720 \quad (08)$$

Os dados ajustados segundo a equação 9 mostraram-se não tendenciosos conforme observa-se na figura 3, onde o nível de significância “p” é maior que 5%.

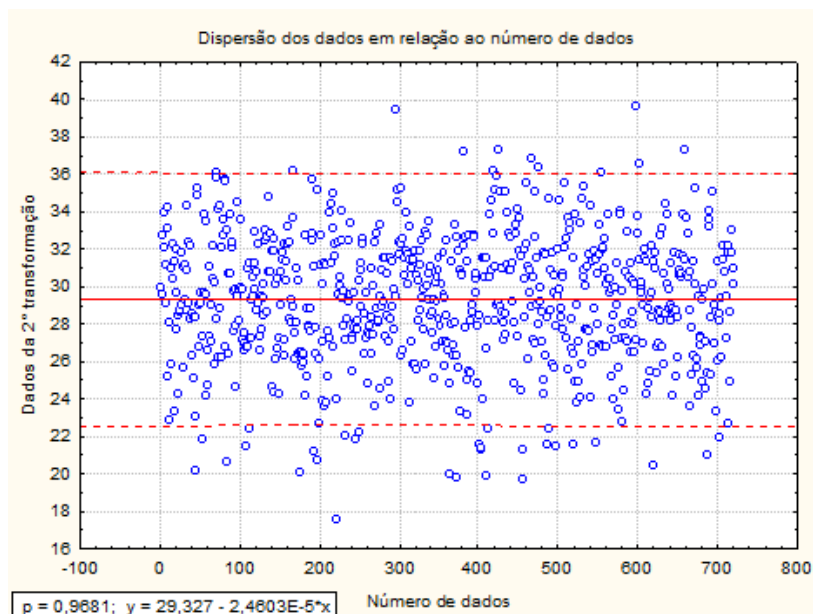


Figura 3 - Gráfico de dispersão dos dados transformados do grupo 04, em relação ao número de dados ordenados no tempo.

O modelo harmônico que representam de 89% da variabilidade dos dados observados, dado pela equação:

$$Y_t = \bar{Y} + Y_t^{\text{quadrimestral}} + Y_t^{\text{trimestral}} + Y_t^{\text{semestral}} + Y_t^{\text{anual}}, \quad (09)$$

sendo a média:

$$\bar{Y} = 29,374$$

Os harmônicos foram selecionados pelos valores relevantes apresentados pelos coeficientes, na forma percentual:

$$R_{\text{quadrimestral}}^2 = 39\% ; R_{\text{trimestral}}^2 = 20\% ; R_{\text{semestral}}^2 = 19\% ; R_{\text{anual}}^2 = 11\%$$

Os harmônicos selecionados:

$$Y_t^{\text{quadrimestral}} = (0,3869) \cos(1,5708t) + (0,5864) \text{sen}(1,5708t)$$

$$Y_t^{\text{trimestral}} = (0,2867) \cos(2,0944t) - (0,4138) \text{sen}(2,0944t)$$

$$Y_t^{\text{semestral}} = -(0,3727) \cos(1,0472t) + (0,3202) \text{sen}(1,0472t)$$

$$Y_t^{\text{anual}} = (0,0403) \cos(0,52360t) - (0,3779) \text{sen}(0,52360t)$$

Para o modelo de previsão, acrescentou-se a tendência dos dados que fora retirada na modelagem, permitindo sua progressão para h passos à frente:

$$Y_t^{previsão} = \bar{Y} + Y_t^{quadrimestral} + Y_t^{trimestral} + Y_t^{semestral} + Y_t^{anual} + 0,0015(660 + h) \quad (10)$$

sendo h , o número de meses à frente de 660 (Janeiro de 2003).

Na figura 4, compara-se o comportamento da equação 10 com o dos dados observados.

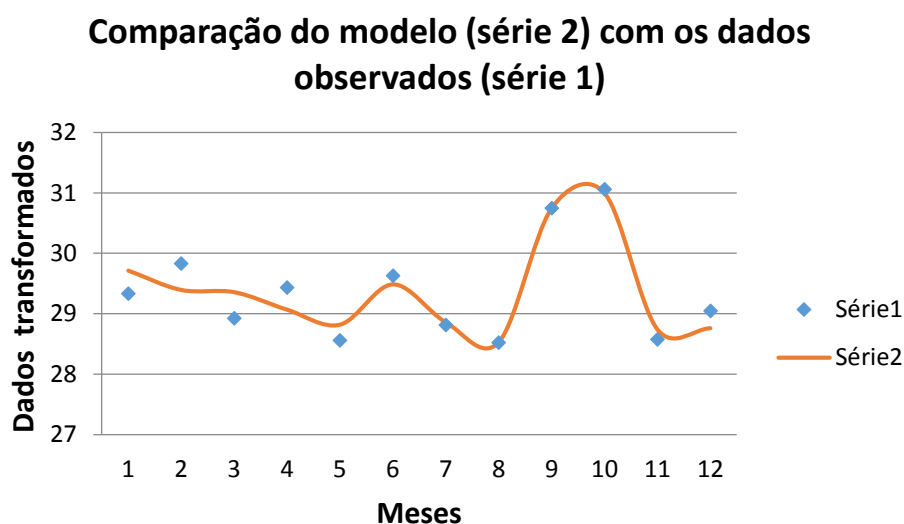


Figura 4 - Comportamento médio da precipitação (dados transformados) ao longo dos 12 meses do ano.

Comparando o comportamento do modelo com os diagramas climáticos de Buriol et al. (2007), pode-se dizer que o modelo é capaz de descrever o comportamento, de modo geral, dos totais de precipitação pluvial mensal, para as localidades de estudadas, considerando que, nos diagramas para as localidades de Santa Maria e Santa Rosa, o mínimo de Novembro apresenta-se deslocado para Dezembro.

Pode-se constatar que o acordo entre os modelos e os valores observados é adequado para a maioria dos meses em todos os grupos, embora as maiores discrepâncias ocorridas nas observações não sejam acompanhadas, de modo geral,

pelos dados estimados, como se verifica em outros trabalhos (MORETTIN, MESQUITA e ROCHA, 1983; MORETTIN e TOLOI, 2004).

O modelo obtido expressa apenas a sazonalidade e aleatoriedade dos 660 dados. Para previsão de valores futuros (extrapolações), foi incluída a tendência da série temporal. Para a previsão o modelo, é comparado com o comportamento dos 60 dados (meses) restantes que não participaram da modelagem, compreendidos no intervalo de 2003 a 2007.

Comparação do modelo (série 2) com os dados (série 1), para previsão

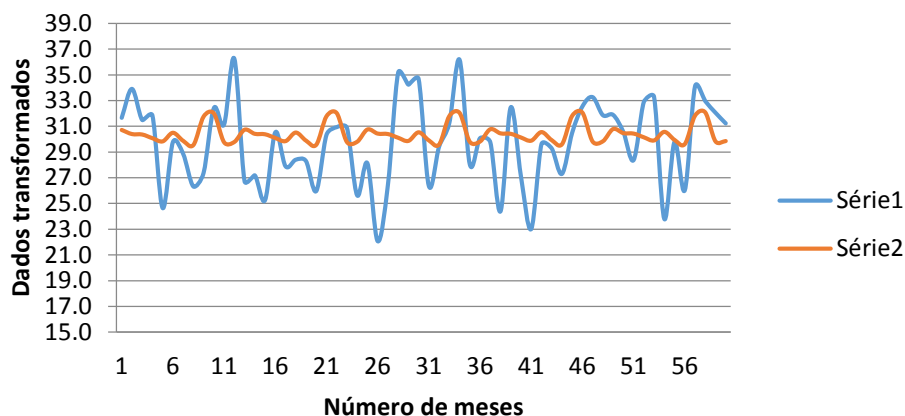


Figura 5 - Comparação entre o modelo e os dados, para previsão, do grupo 04.

Constata-se que o modelo atenua as amplitudes apresentadas pelo comportamento dos dados, superestimando-os com diferenças máximas de 8 mm^{1-a} .

Os modelos para previsão tiveram suas validades verificadas pela autocorrelação dos resíduos, mediante 2 testes, onde se observou que nenhum dos valores de r_k se apresentou fora dos intervalos $\pm 2/\sqrt{60} = \pm 0,258$ e de $\pm 2\sigma(r_k)$, como ilustra-se para o grupo 01 (figura 6).

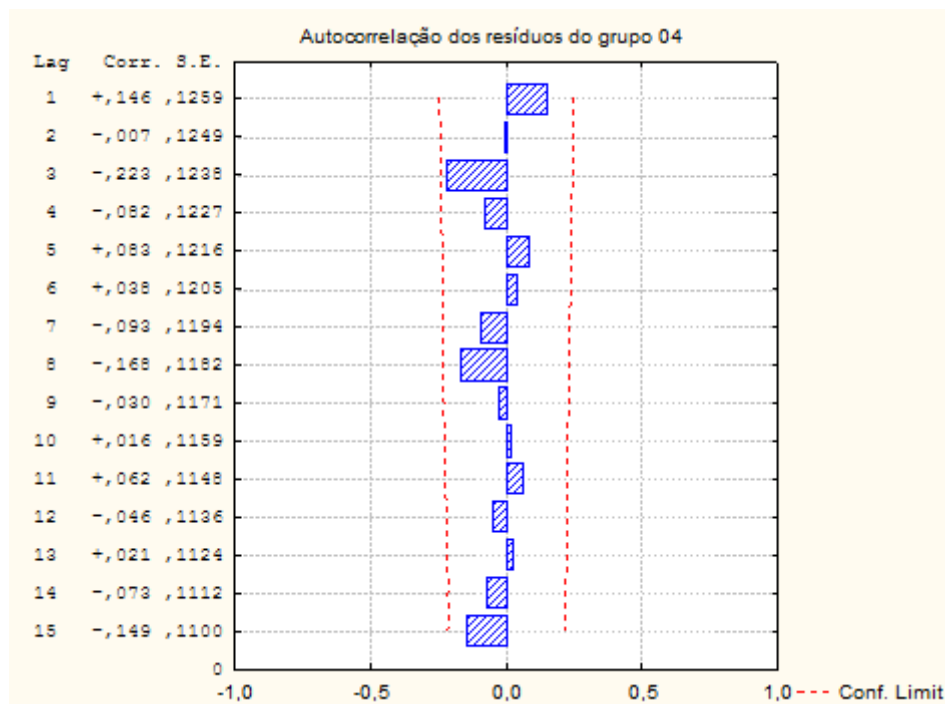


Figura 6 - Autocorrelação dos resíduos do grupo 04.

A partir destes testes, aceitaram-se os modelos como adequados para a previsão de novos valores. O procedimento mais correto é estabelecer-se o modelo a partir de um grande número de dados e fazer previsões para poucos passos à frente. Para novas previsões, o processo de modelagem deve ser refeito, incluindo os novos dados e prevendo, novamente, para poucos passos à frente. Previsões de longo prazo são sempre muito arriscadas, tendo em vista o caráter dinâmico da atmosfera, bem como os seus ciclos de mudanças, nem sempre fáceis de detectar (CARDOSO, 2015).

A técnica da modelagem tem duas importantes propriedades, quais sejam, a simplicidade e a representatividade. Na prática, nem sempre é possível atendê-las simultaneamente. Modelos parcimoniosos são aqueles que conseguem um equilíbrio entre elas, satisfazendo-as razoavelmente.

Os modelos, quando adequados, permitem estimar valores por interpolação, isto é, para aqueles pontos que estão dentro do intervalo de variação da variável independente. Para valores fora deste intervalo, tem-se o que se chama de extrapolação que, de modo geral, não são válidas. Em condições especiais, sob a hipótese de que o comportamento da variável em estudo permanecerá inalterado, podem-se extrapolar alguns passos à frente, isto é, fazer previsões. É evidente que,

quanto maior o número de passos à frente, maior é a probabilidade de se fazer previsões inadequadas.

Os trabalhos de modelagem dos dados nem sempre incluem a previsão como um dos seus objetivos. Segundo Morettin e Toloi (2004), modelos que se ajustam bem nem sempre são bons previsores.

Para obtenção dos valores, em milímetros de chuva, utiliza-se a seguinte transformação inversa da equação 3:

$$Z_i = 10^{\frac{\log y_i - \log k}{1-a}} \quad (11)$$

Como exemplo do emprego da equação 11, realizou-se a transformação inversa dos valores estimados pelo modelo de previsão dos doze meses do ano de 2016 (figura 7).

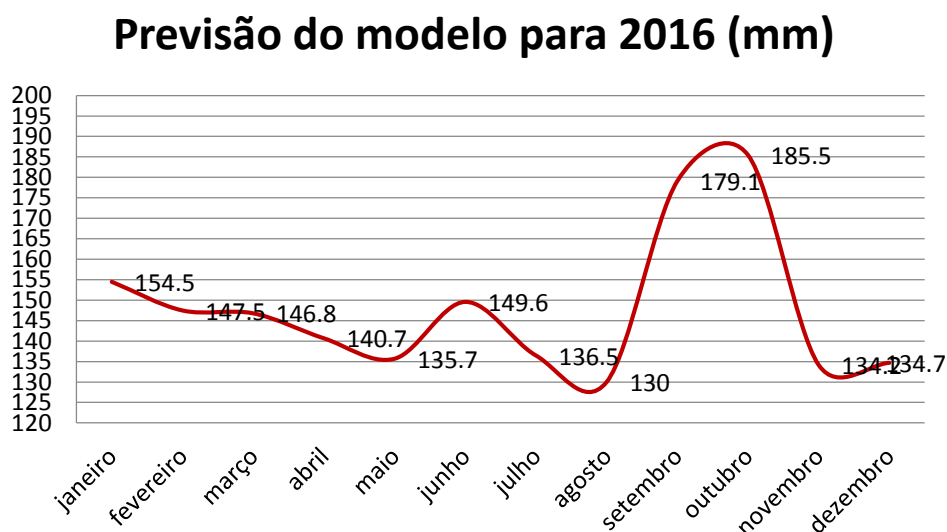


Figura 7 - Exemplo de previsão do modelo

Conclusões

O noroeste do RS tem seu regime de chuvas bem representado pela região homogênea constituída pelas cidades de Cruz Alta, Ijuí, Iraí, Santa Maria, Santa Rosa, Santo Ângelo e São Luiz Gonzaga, através de um modelo harmônico que representa

89% da variabilidade dos dados. O modelo é constituído pelas ondas quadrimestral, trimestral, semestral e anual.

Verificou-se que o harmônico quadrimestral destacou-se com 39% de representatividade, seguido dos harmônicos trimestral e semestral, com 20% e 19% dos modelos, respectivamente. O harmônico anual destaca-se por sua comprovada realidade física, representando o movimento de translação da Terra entorno do Sol, porém com baixa representatividade.

Este modelo foi testado para previsão de uma série de 60 meses, mostrando-se adequado, em geral, para a previsão de valores futuros, havendo persistência climática. Entretanto, observa-se que os modelos harmônicos não são capazes de acompanhar satisfatoriamente as oscilações máximas e mínimas apresentadas pelos dados de previsão.

Sugere-se para trabalhos futuros que objetivam a previsão um estudo e avaliação de novas metodologias, como a metodologia tipo MOS em previsão estatística indicada por Wilks, 1995.

Referências bibliográficas

AMARAL, E. **Análise harmônica**. Pesquisa agropecuária brasileira, Brasília – DF, v.3, p. 7-34, 1968.

BAPTISTA DA SILVA, J.; AMARAL, E. Probabilidades das precipitações pluviométricas em Pelotas, RS. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, ISSN 0104-1347, v. 2, p. 167-177, 1987.

BAPTISTA DA SILVA, J.; BASGALUPP, M. P. **Análise estatística das chuvas anuais em Pelotas**, RS, 49º Reunião da RBRAS, 2004.

BOX, G. E.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C. **Time series analysis: forecasting and control** 3 ed. New Jersey: Prentice Hall, 1994, 598p.

BURIOL, G. A.; ESTEFANEL, V.; DE CHAGAS, A. C.; EBERHARDT, D. Clima e vegetação natural do Estado do Rio Grande do Sul segundo o diagrama climático de Walter e Lieth. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 17, n. 2, p. 91-100, abr-jun, 2007.

CARDOSO, Daniel Souza; RISTOFF, W. J. F.; FEITEN, J. G.; BRUM, S. F.S.; LIMA, M. H.. Análise climatológica da temperatura do ar da cidade de Santa Rosa RS, Brasil. **Almanaque Unigranrio**, v. 1, p. 61-68, 2014.

CARDOSO, Daniel Souza; BAPTISTA DA SILVA, J.; DINIZ, G. B. Análise Harmônica das Chuvas Mensais para as Cidades de Pelotas, Rio Grande e Santa Vitória do Palmar, Extremo Sul do Rio Grande do Sul, Brasil. **Scientia Plena**, v. 11, p. 1/3-9, 2015.

COCHRAN, W.G. The distribution of the largest of a set estimated variances as a fraction of their total. **Annals of Eugenics**, v11, p. 47 – 51, 1941.

SHAPIRO, S.S.; WILK., M. B. An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika*, Vol. 52, No. 3/4.(Dec., 1965), pp. 591-611.

MATZENAUER, Ronaldo; BERGAMASCHI, Homero; BERLATO, M. Antônio; RIBOLDI, João. Relação entre rendimento de milho e variáveis hídricas. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v. 3, p. 85-92, 1995.

Melo Júnior, J.C.F.; Sedyama, G.C.; Ferreira P.A.; Leal B.G.; Distribuição espacial da frequência de chuvas na região hidrográfica do Atlântico, Leste de Minas Gerais. **R Bras Eng Agríc Ambiental** 10: 408-416, 2006.

Marques JR. **Variabilidade espacial e temporal de precipitação pluvial no Rio Grande do Sul e sua relação com indicadores oceânicos**. 2005. 210f. Tese (Doutorado-Agrometeorologia) - Programa de Pós-graduação em Fitotecnia, Faculdade de Agronomia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

MORETTIN, P. A.; MESQUITA, A. R.; ROCHA, J. G. C. **Rainfall at Fortaleza**, Ceará, Brasil, revisited. São Paulo: Departamento de Estatística, IME/Universidade de São Paulo, 1983, 33p. (Relatório Técnico RT-MAE-8303).

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de séries temporais**. Edgar Blücher, São Paulo, SP, 2004.

SEDIYAMA, G. C.; MELO JÚNIOR, J. C. F.; SANTOS, A. R.; RIBEIRO, A.; HAMAKAWA, P. J.; COSTA, L. C.; COSTA, J. M. N.; COSTA, M. H. Zoneamento agroclimático do cafeeiro (*Coffea arabica* L.) para o Estado de Minas Gerais. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v.9, n.3 (Nº Especial: Zoneamento Agrícola), p.501-509, 2001.

Wilks, DS. **Statistical Methods in the Atmospheric Sciences**. San Diego (CA): Academic Press. 1995: 467.