

Análise da dinâmica de um ciclone extratropical, no sul da América do Sul, sob a luz dos formalismos Lagrangeano e Hamiltoniano

Daniel Souza Cardoso¹

Resumo

Introduziram-se os formalismos Lagrangeano e Hamiltoniano para descrever a dinâmica de um ciclone extratropical. Como estudo de caso, adotaram-se os eventos sinóticos compreendidos no intervalo de 08 a 13 de agosto de 2005, com características de um ciclone extratropical, que apresentaram respostas negativas para a região sul do Brasil, em que determinados centros urbanos experimentaram desde o corte do fornecimento de energia elétrica a danos em suas estruturas físicas. Os estudos foram conduzidos ao nível de 500 hPa. Através dos formalismos, obtiveram-se equações de movimento que descrevem o estado de movimento da massa de ar, tratando-a como um corpo rígido de superfície limitada pelo vórtice e espessura desprezível, com movimentos de translação e rotação, onde sua massa é uma função da temperatura e o raio varia implicitamente com a latitude e longitude. Comparou-se o comportamento das equações obtidas com as de métodos previamente conhecidos na literatura, constatando-se que os formalismos Lagrangeano e Hamiltoniano são adequados para a obtenção de equações de diagnóstico para o estado de movimento sinótico de um ciclone extratropical.

Palavras-chave: Dinâmica de Ciclones; Formalismos Lagrangeano e Hamiltoniano; Física da atmosfera.

Abstract

The Hamiltonian formalisms and Lagrangian were introduced to describe the dynamics of an extratropical cyclone. As a case study, it was adopted the synoptic events registered in the interval 08 the 13 August 2005, with characteristics of an extratropical cyclone, with negative answers to southern region of Brazil, where certain urban centers experiencing from cutting supply of electricity, to damage to their physical structures. The studies were conducted at the level of 500 hPa. Through the formalisms, we obtained equations of motion describing to mass the motion state of air, treating it as a rigid surface bounded by the vortex with negligible thickness, with translation and rotation movements, where its mass is a function the temperature and radius varies implicitly with latitude and longitude. We compared the behavior of equations obtained with the methods previously known in the literature, having noticed that the Hamiltonian formalisms and Lagrangian are suitable for obtaining diagnostic equations for the state of motion synoptic the extratropical cyclone.

Keywords: Cyclones Dynamics; Lagrangian formalisms and Hamiltonian; Atmospheric physics.

¹ Docente do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul-Rio-grandense (IFRS), Pelotas.

Introdução

Os eventos atmosféricos ocorridos no intervalo de 8 a 13 de agosto de 2005 apresentaram respostas negativas para a região sul do Brasil, em que determinados centros urbanos experimentaram desde o corte do fornecimento elétrico aos danos em suas estruturas físicas (ANCAPITAL, 2005).

Segundo Dias Pinto et. al. (2006), um distúrbio baroclínico intensificou-se ao passar pela Cordilheira do Andes, apresentando as características Sinóticas de um Ciclone extratropical, tendo uma fase madura barotrópica que prevaleceu até sua dissipação.

Neste trabalho, buscou-se descrever a dinâmica deste Ciclone extratropical através dos formalismos Lagrangeano e Hamiltoniano (GOLDSTEIN, 1970), verificando equações capazes de diagnosticar o estado de movimento da massa de ar, associada ao vórtice ao nível de 500hPa. Verificou-se a validade da representação propostas, comparando com métodos previamente conhecidos da literatura.

Materiais e métodos

Utilizando os dados de reanálise do NCEP (National Centers for Environmental Prediction), buscou-se caracterizar o estado Sinótico da atmosfera ao nível de 500hPa, entre os dias 08 e 13 de agosto de 2005. Na descrição do movimento da massa de ar ao nível de 500hPa, vamos considerar a combinação do movimento de translação e rotação. Portanto, a energia cinética por unidade de massa é dada por:

$$K = \frac{1}{2} (u^2 + v^2) + \frac{1}{2} \omega_z^2 \int \frac{r^2}{m} dm \quad (1)$$

Aproximou-se para o movimento circular, onde “r”, mesmo variável no tempo, pode ser descrito instantaneamente em termos da velocidade tangente à trajetória e à velocidade angular, sendo a componente zenital desta dada por Potter (2004):

$$\omega_z = \frac{1}{2} \zeta \quad (2)$$

Do geostrofismo, podemos escrever a vorticidade vertical em termos das componentes horizontal e vertical, da velocidade geostrofica, como Holton (2004):

$$\zeta = \frac{\partial v_g}{\partial x} - \frac{\partial u_g}{\partial y} \quad (3)$$

Considerando que a massa de ar está submetida aos campos gravitacional e de pressão, a energia potencial por unidade de massa pode ser expressa por:

$$U = -\phi - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p \cdot \vec{r} \quad (4)$$

A partir das equações 1 e 4, obteve-se a função de Lagrange:

$$L = \frac{1}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \omega_z^2) [1 + \ln(m/m_0)] + \phi + f V_g r, \quad (5)$$

sendo f o parâmetro de Coriolis e o vento geostrófico descrito pelas suas componentes zonal e meridional, dado por:

$$\vec{V}_g = \vec{u}_g + \vec{v}_g \quad (6)$$

Utilizando a equação de Euler-Lagrange, na equação 5, obtiveram-se as acelerações radial (ARV) e angular no vórtice (AAV):

$$\ddot{r} = V \cdot \omega_z + \frac{f \cdot V_g}{1 + \ln(m/m_0)} \quad (7)$$

$$\ddot{\theta} = -2\omega_z^2 \quad (8)$$

Usando o formalismo Hamiltoniano, obtiveram-se os momentos lineares radial e angular:

$$p_r = \dot{r} [1 + \ln(m/m_0)] \quad (9)$$

$$p_\theta = r^2 \omega_z [1 + \ln(m/m_0)] \quad (10)$$

Para uma superfície de pressão constante, podemos escrever usando a equação de estado para o gás ideal, que:

$$\ln(m/m_0) = \rho RT / pM; \quad (11)$$

O comportamento das equações 7 e 8 são comparadas à aceleração centrípeta (ACE) no cavado, pois segundo Piva (2005), é possível identificar o número de cavados num dado Hemisfério, através dos pontos em que $ACE < 0$, onde:

$$ACE = \frac{V_g^2}{R_s} \quad (12)$$

Sendo o raio de curvatura é dado por:

$$R_s = \frac{V_g}{\vec{\nabla} \cdot \vec{V}_g^*} \quad (13)$$

Onde:

$$\vec{V}_g^* = v_g \cos(\theta) + v_g \sin(\theta) \quad (14)$$

O ângulo é obtido pela expressão abaixo:

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{u_g}{\sqrt{u_g^2 + v_g^2}} \right) \quad (15)$$

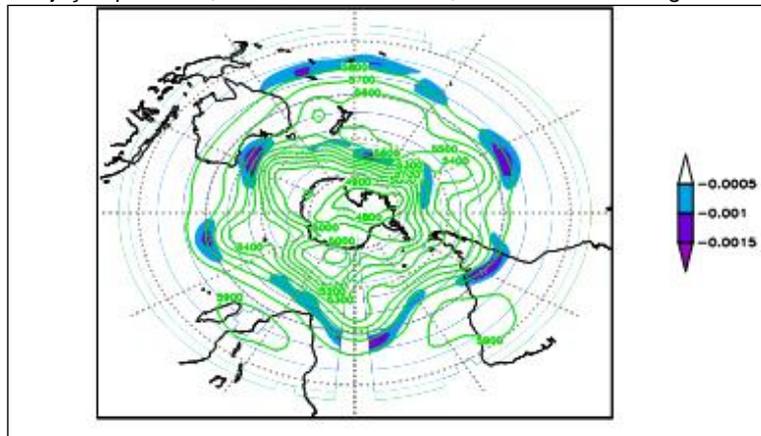
Resultados e discussão

Identificação do número de cavados através dos mínimos de ACE

Os mínimos de ACE são sobrepostos ao campo² de geopotencial, para um nível de 500 hPa. Os valores negativos de ACE proporcionam identificar o número de cavados, concordando com a literatura.

A figura 1 ilustra os mínimos de ACE sobre o sul do Brasil, no dia 06 de agosto de 2005, as 00 UTC, cuja estrutura estacionou sobre o Continente Sul Americano, porém na ausência de um cavado mais acentuado, condição que prevaleceu até as 00 UTC de 09 de agosto de 2005.

Figura 1 - Projeção polar Sul, dos mínimos de ACE, 00 UTC de 06 de agosto de 2005.



Observou-se, neste estudo, que um cavado se acentuou, mesmo com o deslocamento do mínimo de ACE. A figura 2 apresenta uma acentuação do cavado com o surgimento de uma região de mínimos de ACE. Nota-se, através da figura 3, que houve uma dissociação entre o cavado e as regiões de mínimos de ACE.

² Nas figuras 2, 3 e 4 o campo geopotencial é representado pelas linhas verdes.

As ilustrações acima delimitam um intervalo de tempo, em que podemos afirmar que os mínimos ACE, de magnitude $5 \cdot 10^{-4}$, coincidem com as acentuações mais relevantes do cavado. Na ilustração que se segue, a combinação ACE-cavado é desfeita.

Figura 2 - Projeção polar Sul, dos mínimos de ACE

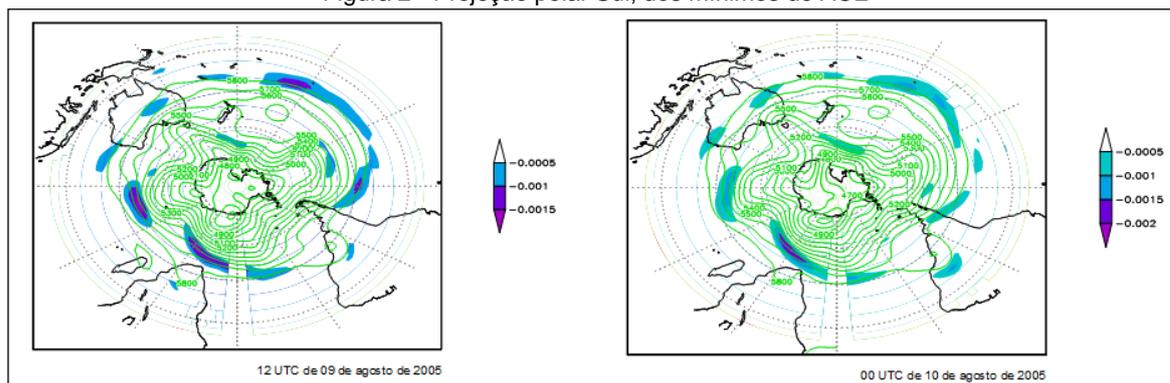
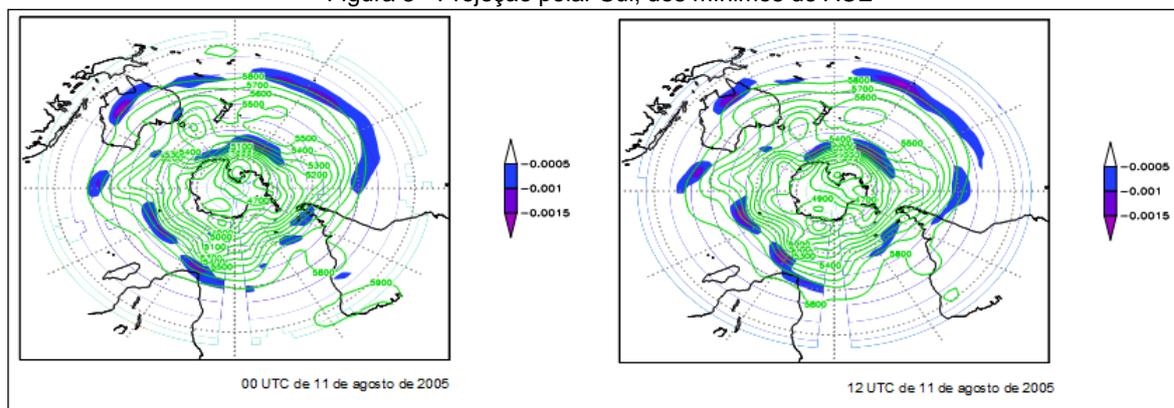


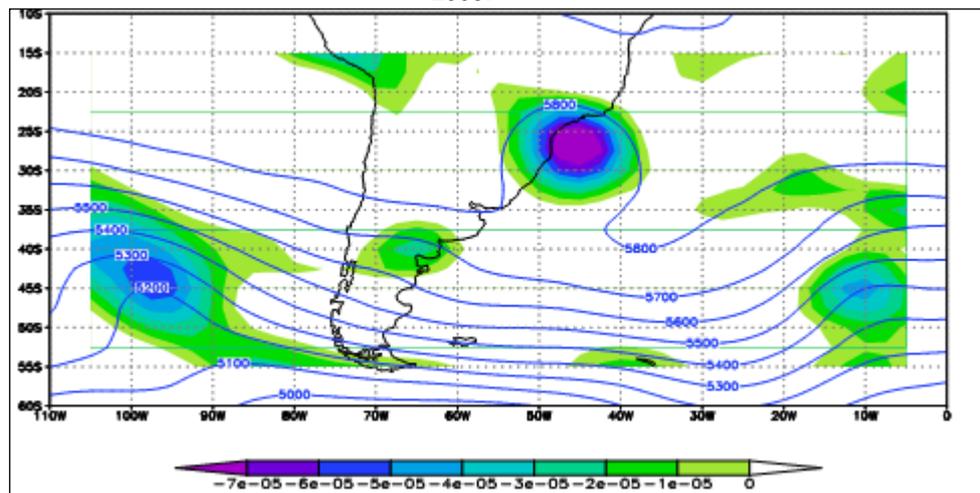
Figura 3 - Projeção polar Sul, dos mínimos de ACE



A vorticidade segundo o geostrofismo

Segundo a literatura, a vorticidade associada a um ciclone extratropical apresenta magnitudes da ordem de 10^{-5} . Foi possível constatar que o centro de vorticidade se deslocou longitudinalmente de aproximadamente 5° , entre os dias 09 e 13 de agosto. O núcleo de vorticidade de magnitude em torno de $-7 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ apresenta seu maior diâmetro as 00UTC do dia 11 de agosto (figura 4). Constatou-se que o cavado apresenta um decréscimo em sua acentuação, diferença notável entre 00 UTC de 09/08 e 12 UTC de 13/08.

Figura 4 - Vorticidade em 500hPa sobreposta ao campo geopotencial (linhas azuis), 00 UTC de 11 de agosto de 2005.



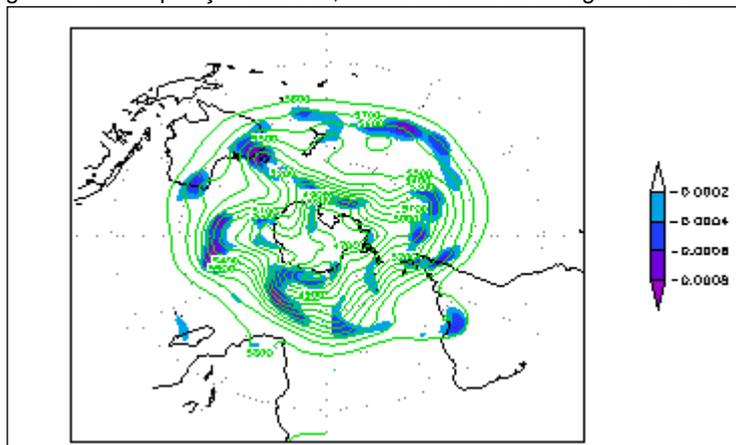
A aceleração radial no vórtice

A aceleração radial no vórtice (ARV), segundo a equação 7, apresentou magnitudes distintas em relação às demais encontradas ao longo do hemisfério Sul, ao nível de 500hPa, com mínimos da ordem de 10^{-4} . Diferentemente das regiões de ACE que tangenciam os cavados, as intensidades da ARV compreendem as regiões dentro da curvatura apresentada pelos cavados.

Ao estudar as regiões de ACE (seção 3.1) no intervalo de 08 a 13 de agosto de 2005, observou-se que, para raio de curvatura pequeno, as magnitudes com máximo de $-4 \cdot 10^{-4} \text{ ms}^{-2}$ não são observadas. A ARV, mesmo para curvaturas de raio pequeno, apresenta intensidades ainda observáveis dentro destes limites de valores, a exemplo da figura 4, quando comparada com a figura 3.

Da mesma forma que ACE, a ARV também identifica o número de cavados ao longo do globo. Constata-se, nesse estudo, que as magnitudes mais relevantes da ARV são encontradas nas primeiras 18h do dia 10 de agosto. As magnitudes de ARV que acompanham a evolução do cavado a sua extinção, a partir do dia 11, são em torno de $-2 \cdot 10^{-4} \text{ ms}^{-2}$.

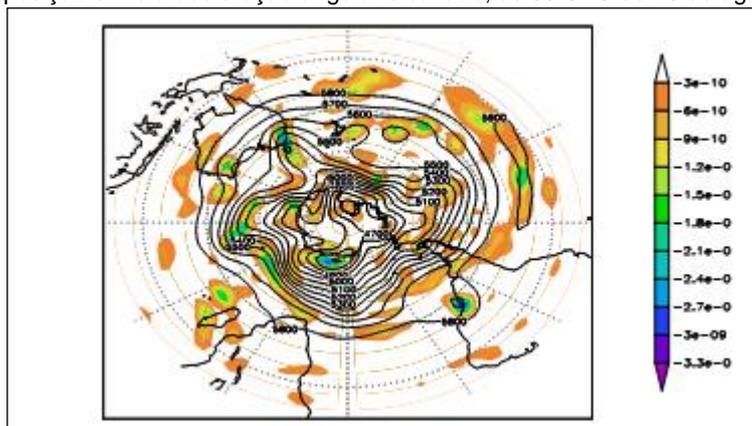
Figura 5 - Sobreposição de ARV, as 00 UTC de 10 de agosto de 2005.



Aceleração angular no vórtice

A aceleração angular no vórtice (AAV), dada pela equação 8, apresentou magnitudes distintas em relação às demais encontradas ao longo do globo terrestre, ao nível de 500hPa. Da mesma forma que observado nas seções anteriores, o número de regiões de AAV também estão associados ao número de cavados, dada à proporcionalidade, o mesmo poderia ser dito para as regiões de vorticidade.

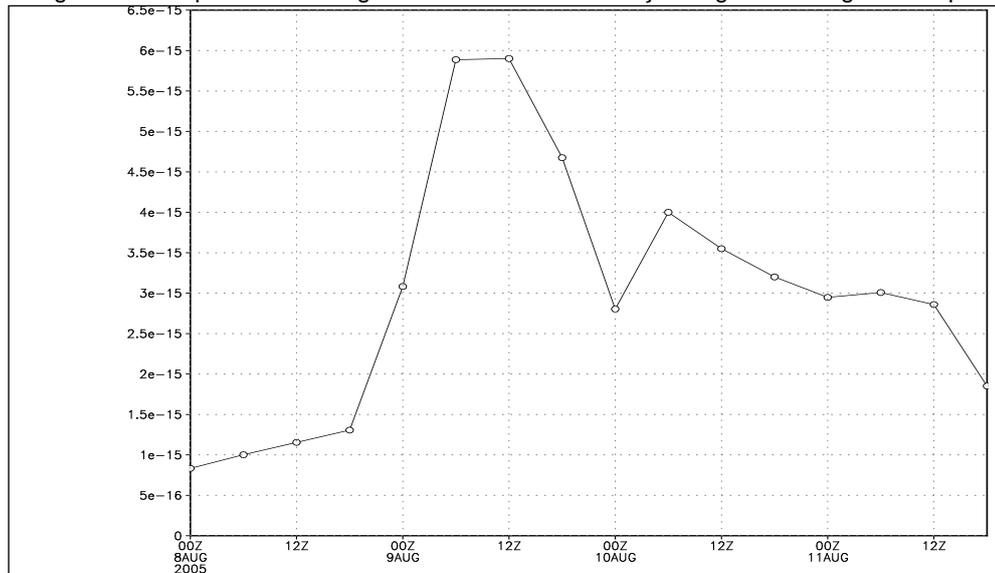
Figura 6 - Sobreposição entre a aceleração angular e cavado, as 08 UTC de 10 de agosto de 2005.



A variabilidade espacial e temporal da aceleração angular no vórtice

Na figura 6, é possível perceber que a magnitude da AAV, estacionado sobre o sul da América do Sul, apresenta um gradiente radial. No gráfico abaixo, é possível observar o gradiente da aceleração angular, ao longo do tempo.

Figura 7 - Comportamento do gradiente radial da aceleração angular ao longo do tempo.



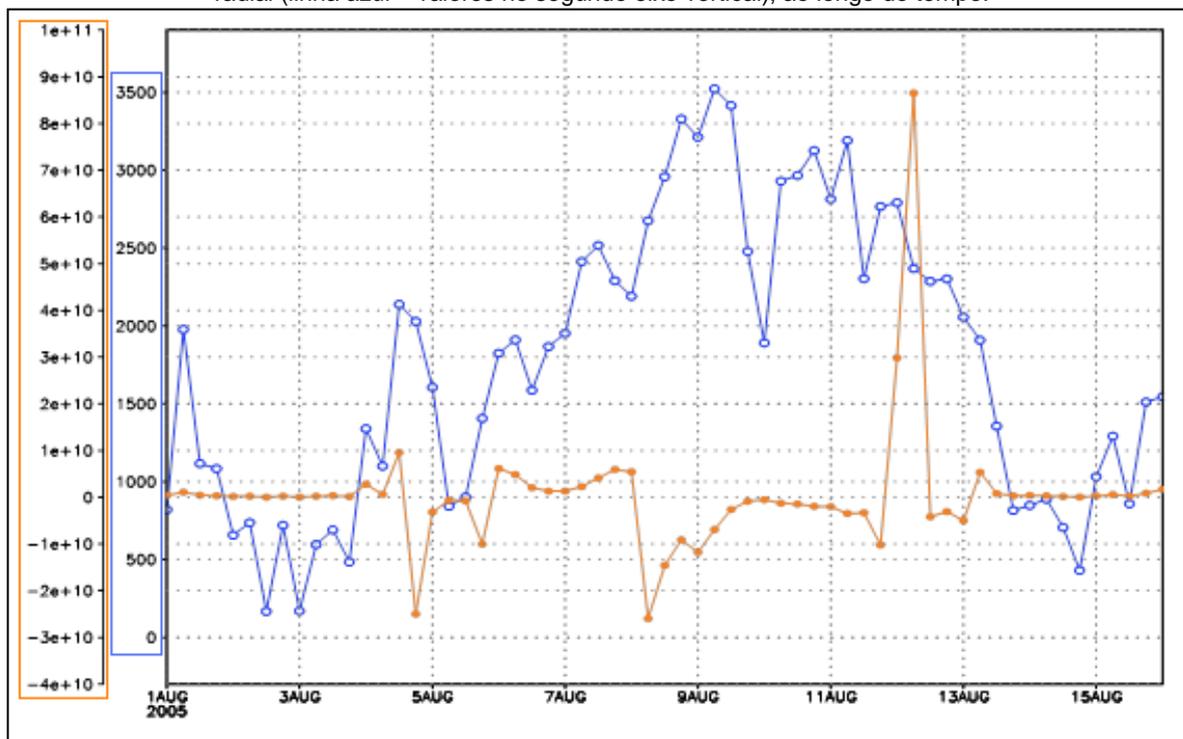
O gradiente radial da AAV (GAAV) apresentou-se positivo com magnitudes da ordem de 10^{-15} , onde os maiores valores da variação de AAV na direção radial estão no intervalo de 09 a 12 de agosto de 2005, ou seja, compreendendo os períodos de formação, de maiores valores de ACE, ARV e vorticidade. Considera-se, neste estudo, que os parâmetros utilizados para descrever a evolução do evento foram mais expressivos no intervalo de tempo em que o GAAV apresentou valores com mínimos de $3.10^{-15}m^{-1}s^{-2}$.

Os momentos lineares angular, radial e resultante

Na figura 8, nota-se que os períodos de formação de ciclone extratropical e evolução coincidem com os maiores valores do momento linear radial. O momento

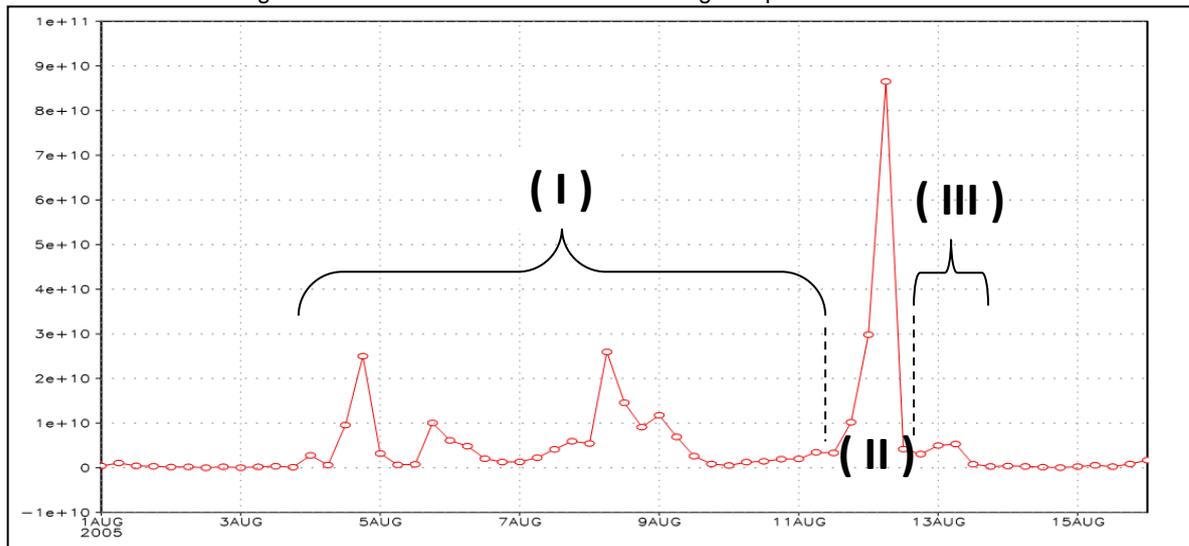
linear angular delimita o período da formação à extinção, onde sua perturbação está compreendida no intervalo de 04 a 13 de agosto.

Figura 8 - Comparação entre os momentos lineares angular (linha laranja – valores no primeiro eixo vertical) e radial (linha azul – valores no segundo eixo vertical), ao longo do tempo.



O momento linear resultante apresenta-se em pulsos periódicos, caracterizando uma interferência construtiva entre os momentos lineares radial e angular, onde notoriamente o momento linear angular dita seu regime, conforme a figura 9. Consta-se que a perturbação do momento linear resultante caracteriza os períodos de formação (I), estado maduro (II) e dissipação (III).

Figura 9 - Momento linear resultante ao longo do período de estudo.



Conclusões

As análises comparativas entre as equações obtidas e as encontradas na literatura permitiram constatar que as acelerações ARV e AAV são capazes de identificar o número de cavados no campo geopotencial. O momento linear resultante caracterizou um ambiente positivo para atividades ciclônicas no período de 04 a 13 de agosto de 2005, onde a formação (baroclínica) e evolução (barotrópica) do sistema podem ser verificados através de sua perturbação em pulsos periódicos. Caracterizando uma fase de intensificação que concorda com os núcleos negativos mais expressivos de vorticidade. Compreendidos nas magnitudes do $GAAV \geq 3,0 \cdot 10^{-15} m^{-1} s^{-2}$.

Conclui-se que os formalismos Lagrangeano e Hamiltoniano são adequados para a obtenção de equações de diagnóstico para o estado de movimento sinótico de um ciclone extratropical, ao passo que se mostram comparáveis aos modelos já utilizados na literatura e que as magnitudes encontradas são coerentes com as esperadas.

Estudos posteriores proporcionarão, mediante uma análise climatológica e da adoção de um filtro de magnitudes, reconhecer a faixa de intensidades onde o

momento linear resultante melhor representa os períodos de formação, intensificação e dissipação.

Referências bibliográficas

DIAS PINTO, J. R.; ROCHA, R. P. Estudo Sinótico de um Ciclogênese na Costa Sul e Sudeste do Brasil. *XIV Congresso Brasileiro de Meteorologia*, 2006, Florianópolis. XIV Congresso Brasileiro de Meteorologia: A Meteorologia a Serviço da Sociedade. Rio de Janeiro: SBMET, 2006.

PIVA, E. Cavados em médios níveis no Hemisfério Sul: climatologia, energética e ciclogênese em superfície. / E. Dal Piva. – São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), 237p.; - (INPE – 14087 – TDI/1070), 2005.

GOLDSTEIN, Herbert; POOLE, Charles; SAFKO, John. *Classical Mechanics: Third edition*. Reading, *Addison-Wesley*, 621 p., 1970.

Holton, J. R. *An Introduction to Dynamic Meteorology*, 4th Edition, *Elsevier Academic Press*, New York, 535 pp, 2004.

LENZI, Alexandre; LIZ, Fabiana. Ciclone extratropical mobiliza defesa civil. Disponível em <[HTTP://www1.an.com.br/ancapital/2005/ago/10/1ger.htm](http://www1.an.com.br/ancapital/2005/ago/10/1ger.htm)>. Acesso em: 23 de novembro de 2009.

POTTER, Merle C.; WIGGERT, David C. *Mecânica dos Fluidos*. *Pioneira Thonson Learning*, ed. 3, 689 p., 2004.