REVISTA ACADÊMICA MAGISTRO
ISSN 2178-7956
UNIVERSIDADE UNIGRANRIO
Revista do Programa de Pós-Graduação em Humanidades, Culturas e Artes – UNIGRANRIO

OS CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTUDO SOBRE SEUS SABERES ARITMÉTICOS E RESPECTIVAS PRÁTICAS EM SALA DE AULA

Valessa Leal Lessa de Sá Pinto [1]
Abel Rodolfo Garcia Lozano [2]
Angelo Santos Siqueira [3]

Resumo: O presente artigo aborda algumas considerações sobre o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, especialmente no que diz respeito aos conhecimentos aritméticos de professores que atuam nos primeiros anos do Ensino Fundamental, ou seja, os saberes destes profissionais sobre o sistema de numeração decimal e as quatro operações básicas. Tais docentes não têm formação específica, mas carregam a grande responsabilidade de ensinar os primeiros conceitos matemáticos às crianças. O texto apresenta parte de uma pesquisa de Mestrado, realizada através de um estudo de caso com professores que atuam nas séries iniciais de uma escola particular do estado do RJ. O principal objetivo do estudo foi analisar a formação matemática de professores polivalentes. Então, este artigo mostra a análise de algumas atividades desenvolvidas no curso de formação continuada, realizada pela pesquisadora com o grupo participante, que tratou de questões como a abordagem de definições e propriedades de conceitos básicos da Aritmética e metodologias de ensino. Os resultados deste trabalho sinalizam que há necessidade de uma maior atenção com o preparo destes profissionais em relação ao aprofundamento do estudo de conceitos que ensinam às crianças em seus primeiros anos de escolaridade.
Palavras-chave: Ensino de Matemática; Formação de Professores; Séries iniciais.

Abstract: This article discusses some considerations on the process of teaching-learning of mathematics, especially with regard to the arithmetic skills of teachers who work in the early years of elementary school, that is, knowledge of these professionals about the decimal numbering system and the four basic operations. Such teachers do not have specific training, but carry the great responsibility to teach the first mathematical concepts to children. The text presents part of a Masters research, accomplished through a case study with professors who work in the initial series of a private school in the State of Rio de Janeiro. The main objective of this study was to analyze the mathematical education of teachers harvesters. So, this article shows the analysis of some activities developed in the course of continuing education, conducted by a researcher with the Group participant, which dealt with issues such as the definitions and properties of basic concepts of arithmetic and teaching methodologies. The results of this study indicate that there is a need for greater attention to the preparation of these professionals in relation to the deepening of the study of concepts that are taught to children in their early years of schooling.
Keywords: Mathematics Teaching; Training of teachers; Initial series.

---

[1] Doutoranda em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia pelo HCTE/UFRJ. Professora da ECELAH/UNIGRANRIO.
[2] Doutor em Engenharia de Produção pela COPPE/UFRJ. Professor da FFP/UERJ e Professor do Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da UNIGRANRIO.
[3] Doutor em Engenharia de Produção pela COPPE/UFRJ. Professor dos Programas de Pós-Graduação em Humanidades, Culturas e Artes e Ensino das Ciências da UNIGRANRIO.

INTRODUÇÃO

De maneira geral, a matemática é reconhecida pelas pessoas por seu rigor lógico, poder de abstração e exatidão. Acredita-se ainda que ela é um saber estável que se apresenta como um campo do conhecimento bem definido e de caráter universal. Costuma-se também associar aos números e aos princípios matemáticos, o sentido da verdade, da racionalidade, da confiabilidade e de um indiscutível valor científico.

Por estes motivos, é comum vincular o conhecimento matemático às práticas científicas e tecnológicas, na medida em que a sociedade se apropria de sua linguagem, seus conceitos e recursos para atuar e avançar nestas áreas. A matemática também é considerada fundamental em atividades da vida cotidiana e do mundo do trabalho, e assume o papel de contribuir de maneira significativa para o desenvolvimento de competências e habilidades individuais e coletivas que favorecem o exercício da cidadania.

A partir destas características e atribuições, há uma série de capacidades relacionadas ao conhecimento matemático, como: questionar, visualizar, decidir, representar, produzir, articular, abstrair, interpretar, generalizar, comprovar, simular, modelar, interagir, problematizar, imaginar, contextualizar, sintetizar, entre outras. Desta forma, a matemática apresenta-se como um saber imprescindível para as ações humanas, pois a consciência de muitas de nossas ações, desde atividades simples às mais complexas está relacionada aos seus saberes.

Por estas considerações, entendemos que estes aspectos fazem da matemática um conhecimento de extrema importância para a sociedade, tornando-a um campo fundamental do saber. Destacamos o fato de que os primeiros saberes que adquirimos juntamente com as letras são os números, ou seja, começamos a aprender matemática junto com a língua materna, já nos anos iniciais de escolaridade.

Na escola, os primeiros contatos com esta linguagem começam ainda na Educação Infantil. Nesta etapa, as crianças conhecem os algarismos indo-arábicos, representam as primeiras quantidades, reconhecem formas geométricas e identificam algumas de suas características, entre outras atividades relacionadas à compreensão do tempo, espaço, distância etc. Contudo, o conhecimento da Matemática está relacionado ao aprendizado de uma linguagem específica, caracterizada por uma variedade de símbolos, regras, procedimentos, expressões e padrões. Quando chegam ao primeiro ano do Ensino

Fundamental, os alunos começam a representar quantidades maiores, ou seja, eles passam para etapas mais complexas que envolvem a ideia de número, do sistema de numeração decimal e suas propriedades, das definições das operações básicas e dos processos de seus algoritmos. E, assim, com o passar do tempo, o aluno deve se tornar, cada vez mais, capaz de enxergar a infinidade de propriedades, relações e possibilidades que envolvem o conhecimento matemático.

Por sua complexidade, as relações numéricas precisam ser cuidadosamente trabalhadas desde o começo da educação escolar. Dessa forma, o ensino da Matemática pode atender, de fato, as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para a Educação Básica:

> A formação matemática na Educação Básica abrange desde a capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano até a compreensão de que a Matemática é uma ciência com características próprias que se organiza por intermédio de teoremas e demonstrações. (BRASIL, 1997)

Hoje, os PCN constituem o referencial para a construção da Base Nacional Comum Curricular. Em suas orientações, especialmente para o Ensino Fundamental, encontramos a indicação de como a matemática tem papel central no exercício da cidadania, pois envolve competências para a inserção no mundo do trabalho, relações sociais e culturais e para o avanço tecnológico. Dias (2016) ressalta um trecho dos Parâmetros para o Ensino Fundamental (PCNEF) sobre a relação do processo de construção do conhecimento matemático com a formação de competências para o exercício da cidadania:

> A Matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão a desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação justificada de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios. (Brasil, 1997, p.27) [...] Para que ocorram as inserções dos cidadãos no mundo do trabalho, no mundo das relações sociais e no mundo da cultura e para que desenvolvam a crítica diante das questões sociais, é importante que a Matemática desempenhe, no currículo, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção dos conhecimentos em outras áreas curriculares. (Brasil, 1997, p. 28, apud DIAS, p. 117)

Então, o currículo de matemática deve ser construído com o objetivo de atender as metas indicadas por Dias. Conteúdos, metodologias, recursos e avaliações precisam ser claros e estar articulados para favorecer o desenvolvimento das competências e habilidades vinculadas à aprendizagem e utilização do conhecimento matemático.

Este trabalho apresenta algumas considerações sobre o ensino da matemática nos anos iniciais da Educação Básica, onde o foco é a Aritmética, com a abordagem da ideia de número, do sistema de numeração decimal e das quatro operações fundamentais. O domínio desse campo se dá pela compreensão de algumas relações e propriedades numéricas e dos significados e algoritmos das operações.

Estes conceitos constituem um alicerce valioso para o aprendizado da Matemática nos anos seguintes. Por isso, os professores que trabalham nas séries iniciais precisam estar preparados para ensinar tais conteúdos, pois eles envolvem muitas propriedades e relações. As dificuldades apresentadas por tantas crianças indicam que esses temas não são tão simples como parecem. A respeito desta afirmação, Sadovsky (2007) comenta que:

> Um exemplo que percebi muito cedo em sala de aula é que as crianças não tinham vínculo nenhum com as unidades, dezenas e centenas porque não entendiam os famosos rituais do “vai um” ou do “pegar emprestado”. Afinal, como é que as crianças concebem o sistema de numeração? Essa é a pergunta que os professores se devem fazer antes de ensinar. (SADOVSKY, 2007, p. 16)

Sadovsky (2007) também sinaliza que “o ensino da Matemática, hoje, se resume a regras mecânicas que ninguém sabe, nem o professor, para que servem”. Dessa forma, o aluno conhece apenas a Matemática operacional e não constrói a fundamentação teórica necessária para o amadurecimento do pensamento matemático. Schliemann, Santos e Costa (1995), apud Minotto (2006), afirmam que “este ensino de regras destituídas de significado pode ser a causa das dificuldades que muitas crianças encontram ao tentar utilizar os algoritmos”. Essa afirmação direciona a discussão para a formação matemática dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Sem dúvida, as compreensões dos professores interferem na abordagem dos conteúdos, nas estratégias pedagógicas, na elaboração dos objetivos e nas formas de avaliação. Assim, o trabalho desenvolvido em sala de aula depende muito da relação que o professor tem com a Matemática, por isso é tão importante uma formação de qualidade.

ASPECTOS REFERENTES AOS CONCEITOS BÁSICOS DA ARITMÉTICA

A Aritmética é a parte da Matemática que engloba a ideia de número e suas relações e o estudo das quatro operações fundamentais. Esses são os primeiros conceitos matemáticos aprendidos na escola e, na maioria das vezes, são apresentados através de procedimentos considerados "práticos", sem nenhuma relação com definições ou propriedades. A respeito deste aspecto, David e Machado (1996) afirmam que:

> Nas escolas primárias, as crianças são encorajadas a praticar rotinas para se tornarem "fluentes" na Aritmética elementar. A progressão vai das rotinas mais simples para as mais complexas. Esta parece ser a forma lógica de proceder. Porém, se observarmos o que realmente acontece na sala de aula, vamos verificar que esta sequência pode encorajar as crianças a praticarem técnicas que funcionam num contexto limitado, mas que não podem ser generalizadas. Muito longe de lhes fornecer um processo de crescimento contínuo e cuidadosamente seqüenciado, esta abordagem pode levar as crianças a aprenderem técnicas "defeituosas" que só podem ser diagnosticadas num estágio mais avançado. (DAVID e MACHADO, 1996, p. 27)

Também observamos que, na construção dos conceitos do sistema de numeração decimal não há preocupação com a compreensão das crianças em relação ao assunto. Sadovsky (2007) nos confirma esta ideia comentando que:

> Um exemplo que percebi muito cedo em sala de aula é que as crianças não tinham vínculo nenhum com as unidades, dezenas e centenas porque não entendiam os famosos rituais do "vai um" ou do "pegar emprestado". Afinal, como é que as crianças concebem o sistema de numeração? Essa é a pergunta que os professores se devem fazer antes de ensinar. (SADOVSKY, 2007, p. 16)

O sistema de numeração decimal é um sistema de notação composto de definições e propriedades para representar quantidades. Ele é caracterizado por um conjunto de relações quantitativas como a formação de agrupamentos e reagrupamentos em base dez, organização de um valor posicional correlacionado com os princípios aditivo e multiplicativo e atribuição ao zero como mantenedor de posição. Os conceitos desta cadeia de relações devem ser trabalhados de tal forma que a conexão estabelecida possa ser uma base sólida para outras relações mais complexas. Mendonça (1996) apud Minotto (2006) esclarece os princípios matemáticos que estruturam o sistema de numeração decimal:

> [...] todo sistema de numeração é um conjunto de representações simbólicas ou códigos, estruturado por princípios lógico-matemáticos, para expressar as quantidades; em geral, a contagem para a formação desses códigos é feita por meio de agrupamentos – a quantidade escolhida para formar os agrupamentos é a base do sistema que no nosso caso é dez. (Mendonça apud MINOTTO, 1996, p. 59)

Os outros assuntos que também são apresentados nos anos iniciais da Educação Básica são as operações fundamentais da adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais. Segundo Paterlini (2002), as definições dessas operações podem utilizar parâmetros de simplicidade e clareza numa sala de aula do Ensino Fundamental. O autor sugere que “se deve pôr atenção nas ideias e na linguagem com que elas são comunicadas, sem preocupação maior em inserir as definições em uma estrutura axiomática”. No entanto, esta sugestão não exclui a apresentação das definições de forma adequada e o ensino das propriedades. De acordo com os PCN (1997):

> Ao construírem e organizarem um repertório básico, os alunos começam a perceber, intuitivamente, algumas propriedades das operações, tais como a associatividade e a comutatividade, na adição e multiplicação. A comutatividade na adição é geralmente identificada antes de qualquer apresentação pelo professor. Isso pode ser notado em situações em que, ao adicionarem 4 + 7, invertem os termos para começar a contagem pelo maior número. (BRASIL, 1997, p.74)

Os algoritmos das operações fundamentais são tidos, geralmente, como procedimentos compreendidos pela maioria dos alunos, ao final da primeira etapa do Ensino Fundamental. No entanto, a reprodução bem-sucedida dessas técnicas nem sempre significa compreensão das relações numéricas envolvidas nesses cálculos. Tais relações são formadas através do conhecimento das propriedades das operações e dos princípios do sistema decimal. Os PCN (1997) também abordam este aspecto:

> Assim como outros procedimentos de cálculo, as técnicas operatórias usualmente ensinadas na escola também apoiam-se nas regras do sistema de numeração decimal e na existência de propriedades e regularidades presentes nas operações. Porém, muitos dos erros cometidos pelos alunos são provenientes da não-disponibilidade desses conhecimentos ou do não-reconhecimento de sua presença no cálculo.(BRASIL, 1997, p.78)

De acordo com Medeiros (2005), “a imposição precoce e a apresentação exclusiva do formalismo no ensino das operações queimam etapas necessárias na estrutura do pensamento do aluno”. Outra afirmação que reforça a ideia de que o trabalho com as operações deve obedecer a certas etapas antes da introdução dos algoritmos é considerada por Serrazina et al. (2005) apud Minotto (2006):

> Trabalhar as operações introduzindo estratégias de cálculo mental, tendo por base a composição e decomposição dos números, utilizando as características de estarmos a lidar com um sistema de numeração de posição, parece-nos uma tarefa crucial a fazer antes da introdução dos algoritmos formais. (Serrazina et al apud MINOTTO, 2005, p.11)

Os pesquisadores citados sugerem que o ensino das operações deve ser fundamentado na compreensão dos símbolos numéricos e suas relações. Isto possibilita uma aprendizagem mais significativa dos algoritmos. Fraga (1988) apud Minotto (2006) acrescenta que:

> Não se deve, ou melhor, não se pode iniciar um indivíduo nas operações transmitindo um único algoritmo, menos ainda num modelo cuja simplicidade resultou de um processo evolutivo, com etapas lógicas que culminaram num perfil consensual aplicável a toda e qualquer operação. (Fraga apud MINOTTO, 1988, p.97)

O ensino dos conceitos aritméticos nos anos iniciais da Educação Básica deve favorecer o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático. Para isto, é necessário construir uma base sólida de conhecimentos sobre o sistema de numeração decimal e as quatro operações fundamentais. Esta base precisa ser estabelecida a partir de definições e propriedades corretas e apresentada aos alunos através de estratégias coerentes.

3. Conhecimentos aritméticos dos professores das séries iniciais

Percebemos que os cursos de formação inicial não oferecem uma bagagem significativa de conhecimentos aritméticos. As lacunas no processo formativo colocam os futuros professores diante do desafio de ensinar muitos conteúdos, sem o devido preparo. Ball (1991) apud Serrazina (2002) sinaliza as necessidades que um curso de formação matemática básica deve atender, seja o Curso de Formação de Professores (Curso Normal), em nível médio, ou o Curso Superior de Pedagogia:

> O futuro professor necessita de ter uma profunda compreensão da Matemática que não se limite a um conhecimento tácito do tipo saber fazer, mas se traduza num conhecimento explícito. Este envolve ser capaz de conversar sobre a Matemática, não apenas descrever os passos para seguir um algoritmo, mas também explicitar os juízos feitos e os significados e razões para certas relações e procedimentos. (Ball apud SERRAZINA, 2002, p.11)

Sem uma base sólida de conhecimentos, a prática em sala de aula fica comprometida. Por isso, é importante que estes conceitos sejam bem compreendidos pelo professor, pois o domínio do conteúdo é um fator determinante para o ensino de qualidade. D'Amore (2007) complementa esta ideia e destaca como a formação de conceitos equivocados prejudica o aprendizado da Matemática nas primeiras séries da Educação Básica:

> Várias vezes vi pequenos esquemas que alguns professores do primeiro ciclo do ensino fundamental, obviamente na melhor das intenções, faziam para os alunos ou os mandavam escrever nos cadernos: "operações que aumentam: adição e multiplicação; operações que diminuem: subtração e divisão". A boa intenção é evidente e se encontra no desejo de dar ideias significativas, estáveis, de proporcionar certezas. Mas, justamente essa certeza e as contínuas confirmações tornam essa imagem um modelo que, depois, quando chegar o momento, será muito difícil destruir; quando ao prosseguir os estudos, forem encontradas multiplicações que *não aumentam* e divisões que *não diminuem*. Trata-se então de não dar essas informações distorcidas e equivocadas; não apenas não dá-las explicitamente, mas inclusive evitar que se formem de maneira autônoma, a fim de não favorecer o surgimento de modelos parasitas. (D'AMORE, 2007, p.133)

Vários modelos parasitas[4] são propostos pelo professor para "facilitar" a compreensão dos alunos a respeito de algum conteúdo. Muitas vezes, as estratégias são dadas para "ajudar" na escolha da melhor operação a ser utilizada ao resolver um problema. Quando o professor oferece uma definição forte e convincente de um conceito e reforça com exemplos e exercícios, a definição se transforma em um modelo intuitivo.

D'Amore (2007), cita um exemplo em que tendo aceitado o modelo intuitivo de multiplicação entre naturais, o aluno forma um modelo parasita, com o auxílio do professor, que pode ser enunciado como: a multiplicação aumenta. O autor afirma ainda que diversos documentos obtidos em diferentes investigações registram que estudantes de vários níveis escolares utilizam "multiplicar" como sinônimo de "aumentar, tornar maior". Outro modelo parasita formado nos anos iniciais do Ensino Fundamental é em relação à operação de divisão. A maneira como a divisão é proposta inicialmente na escola sugere a imagem de que o dividendo deve ser sempre maior que o divisor, passando uma única ideia de divisão por repartição igualitária. Neste contexto, Fischbein (1985) apud D'Amore (2007) comenta que:

> Consequentemente, pode-se supor que sejam justamente os números e as relações entre eles que bloqueiam ou facilitam o reconhecimento da operação de divisão como procedimento de resolução. Toda operação aritmética possui, além de seu *significado*

[4] A respeito de modelos parasitas, pode-se ver D'Amore (2007).

> *formal*, também um ou mais *significados intuitivos*. Os dois níveis podem coincidir ou não. (Fischbein apud D'AMORE, 2007, p.135)

Esses pressupostos teóricos sugerem a necessidade de um aperfeiçoamento por parte dos professores no estudo dos conceitos aritméticos ensinados nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

ALGUNS RESULTADOS

Este artigo apresenta parte de uma pesquisa de Mestrado e alguns de seus resultados. O trabalho desenvolvido foi um estudo de caso[5], realizado no ano de 2009, num colégio particular da Baixada Fluminense, estado do Rio de Janeiro. A escola selecionada possuía naquele ano 27 professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Essas profissionais fizeram o Curso de Formação de Professores (Curso Normal) na mesma instituição e este aspecto foi fundamental para a pesquisa, pois muitos dados foram analisados com maior clareza, devido às informações obtidas no estudo sobre este curso de formação.

A coleta de dados foi feita através dos seguintes instrumentos: questionário, entrevistas, encontros com as professoras, observação de momentos de formação continuada e verificação de planos de curso. O objetivo geral era analisar a formação dos professores das séries iniciais do Ensino Fundamental em relação às suas compreensões sobre a Matemática e os conceitos básicos da Aritmética.

Aqui, apresentamos algumas atividades desenvolvidas com as professoras nos encontros promovidos pela pesquisadora. Como explicado anteriormente, este foi apenas um instrumento, dentre outros, que contribuíram para nossa análise sobre os conhecimentos do grupo investigado.

No primeiro encontro realizado com as professoras, a pesquisadora relatou alguns exemplos de experiências que servem para ilustrar a aquisição da ideia de número pelas crianças. A principal referência foi Kamii (1997), que apresenta o exemplo das contas[6]. Este experimento trata de uma das provas que demonstram a diferença entre um conhecimento empírico e um conhecimento lógico-matemático. O exemplo é o seguinte:

---

[5] PINTO, V. L. L. S. **Formação matemática de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental e suas compreensões sobre os conceitos básicos da Aritmética**. Dissertação de Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica, UNIGRANRIO, Duque de Caxias, 2010.

[6] Ver Kamii (1997): Este experimento é a versão simplificada de vários que são descritos por Inhelder e Piaget (1963).

> São usados dois copos idênticos e 30 a 50 contas de madeira. A criança recebe um copo e o pesquisador fica com o outro. Pede-se que a criança coloque uma conta em seu copo toda vez que o adulto fizer o mesmo no seu. Após cerca de cinco contas terem sido colocadas em cada copo, numa correspondência um a um, o adulto diz: "Vamos parar agora e você observe o que eu vou fazer." O pesquisador coloca uma conta no próprio copo e convida a criança a continuar o que faziam antes. Cada um coloca mais umas cinco contas nos copos em correspondência um a um, até que o adulto diga para pararem. Então, o adulto pergunta: "Nós temos o mesmo número (ou quantidade), você tem mais ou eu tenho mais?" Uma criança de quatro anos geralmente responde que os dois copos têm a mesma quantidade. Quando lhe perguntamos como ela sabe disso, ela explica: "Eu posso ver que nós dois temos o mesmo." Outras crianças de quatro anos, no entanto, respondem que elas têm mais contas e quando lhe perguntamos como sabem, sua explicação é: "Porque sim."O adulto continua perguntando: "Você se lembra de como nós colocamos as contas?" As crianças de quatro anos costumam relatar corretamente todos os fatos empíricos: "Então você me mandou parar e pôs uma conta no seu copo e eu olhei porque você me mandou esperar. Depois, nós dois continuamos." Em outras palavras, as crianças de quatro anos lembram-se corretamente de todos os fatos empíricos e baseiam seu juízo de igualdade na aparência empírica das duas quantidades. Com cinco ou seis anos, entretanto, a maioria das crianças deduz logicamente que o experimentador tem uma conta a mais. Quando lhes perguntamos como elas sabem disso, elas apresentam exatamente os mesmos fatos empíricos que as crianças de quatro anos. (KAMII,1997, p.20)

Kamii (1997) também relata o exemplo das flores, que é usado para explicar as dificuldades que as crianças enfrentam na construção da ideia de número, especialmente, na capacidade de fazer uma inclusão hierárquica[7] e para mostrar a complexidade da construção do sistema decimal. Segue o exemplo:

> Na prova de inclusão de classes é apresentada à criança uma série de objetos, como por exemplo, seis tulipas e duas rosas, todas de plástico, de mesmo tamanho. O experimentador pergunta à criança "O que você está vendo?", para que ele possa usar palavras do seu vocabulário. A seguir pede-se à criança que mostre *todas as flores, todas as rosas e todas as tulipas*, usando as palavras que ela escolheu (como "as flores vermelhas"). Após certificar-se da compreensão das palavras pela criança, o adulto faz-lhe a seguinte pergunta: "Há mais tulipas ou mais flores?" A resposta típica de uma criança de quatro anos é que há "mais tulipas", ao que o adulto questiona "Mais tulipas que o quê?". A criança de quatro anos diz: "Que rosas". Isto demonstra que apesar de o adulto perguntar "Há mais tulipas ou mais flores?", a criança interpreta "Há mais tulipas ou mais rosas?" Os pequenos ouvem uma pergunta diferente da que o adulto faz, porque eles pensam no todo (flores) apenas com duas partes (tulipas e rosas). Eles não conseguem pensar, ao mesmo tempo, no conjunto como um todo e em seus subconjuntos. A fim de comparar o todo com uma das partes, a criança tem que realizar simultaneamente duas operações opostas, isto é, cortar o todo em duas partes e colocar as partes novamente no todo. É exatamente isso que uma criança de quatro anos é incapaz de fazer. Por volta dos sete, oito anos, no entanto, o pensamento da maioria das crianças tem mobilidade suficiente para se tornar reversível (habilidade mental de operar simultaneamente ações opostas). Assim, é apenas quando a criança pode reunir mentalmente as partes (tulipas e rosas), que ela vê que há mais flores do que tulipas. (KAMII, 1997, p.28)

[7] Piaget (1964) apud Kamii (1997) explicou a construção de uma estrutura hierárquica pelo crescimento da mobilidade no pensamento infantil. Quando a criança coloca todos os tipos de elementos em todos os tipos de relações, seu pensamento está se tornando mais móvel. Um dos resultados dessa mobilidade crescente é a habilidade de fazer inclusões de classe como no exemplo das flores. Outro é a construção da estrutura de número. A prova de inclusão de classes mostra o quanto são diferentes os conhecimentos empírico e lógico-matemático. A coordenação simultânea de relações é a essência do conhecimento lógico-matemático.

O relato destas experiências chamou a atenção das professoras em relação aos tipos de conhecimento abordados. O interesse por tais aspectos mostrou que o grupo não conhecia o assunto e que considerou importante a compreensão destes conceitos para o ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Uma professora fez a seguinte observação sobre o encontro:

> - *Durante nosso encontro foram esclarecidas muitas de nossas dúvidas. [...] Tivemos um momento de estudos abordando o processo de aquisição do conhecimento, suas assimilações e acomodações, sendo tais importantes para compreendermos o mecanismo matemático. Tivemos explicações dos conceitos básicos matemáticos, os quais fazem parte de nossa realidade no ensino de tal disciplina. Resoluções de operações foram desmistificadas e, através das explicações, tomamos conhecimento dos nomes adequados e corretos de termos, algoritmos, dentre outros. Nosso encontro foi norteado por nossas experiências em sala de aula. [...] Tal encontro foi importante também, pois hoje, percebemos o ensino da matemática de uma forma diferenciada: mais concreto, próximo da realidade do educando e rico em resoluções, conceitos, aprendizados, os quais fazem a diferença ao serem contemplados com as turmas de primeiro segmento.* (Professora do 2º ano)

A experiência vivida neste encontro foi fundamental para a pesquisa. As professoras participaram de forma significativa, expondo suas opiniões sobre os assuntos abordados e relatando algumas de suas dificuldades.

Neste encontro também foi possível perceber que os algoritmos são trabalhados apenas de uma maneira, reforçando a ideia de que as propriedades das operações não são exploradas. Paterlini (2002) faz algumas considerações interessantes a este respeito:

> Os algoritmos utilizados atualmente para implementar as operações fundamentais da Aritmética constituem uma síntese de um longo processo de desenvolvimento. De modo geral, o objetivo do aperfeiçoamento de um algoritmo é levá-lo a adaptar-se com perfeição ao sistema de numeração utilizado e ao instrumento ao qual se destina (ábaco, papel e lápis, computador digital). Além disso, deve propiciar economia no tempo de execução e facilidade de uso. (PATERLINI, 2002)

Durante a atividade com as professoras, foram apresentados quatro modelos diferentes do algoritmo da multiplicação por dois algarismos:

Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
25	25	25	25
× 13	× 13	× 13	× 13
15	75	200	75
60	+250	50	+25
50	325	60	325
+ 200		+ 15	
325		325	

Após a exposição dos algoritmos, uma pergunta foi feita às professoras: “*Qual a melhor forma de ensinar o algoritmo da multiplicação? Por quê?”* As falas registradas a seguir ilustram este momento:

> - *Não sei. Nós ensinamos o “modelo 4”, mas os outros são interessantes também.*
>
> - *Todos são válidos. Só que não dá tempo de ensinar tantos modelos diferentes, talvez mostrar dois ajudaria...*
>
> - *Pensando bem, todas as formas deveriam se ensinadas, mas as crianças precisam de tempo para dominar tantos procedimentos.*

As professoras reconheceram o modelo 2 como o trabalhado na escola e os comentários mostraram que elas não tinham conhecimento dos outros três algoritmos. No entanto, se interessaram pelas novas formas de cálculo e consideraram que tais métodos são importantes para a compreensão da operação trabalhada.

A última atividade do primeiro encontro foi uma sugestão do ensino da tabuada de multiplicação por sete, feita a partir da compreensão de propriedades desta operação e de conceitos do sistema de numeração decimal. Geralmente, este conteúdo é ensinado às crianças no 3º ano do Ensino Fundamental. O exemplo apresenta algumas possibilidades para a utilização de relações numéricas já trabalhadas no estudo de um novo conceito.

Tabuada de multiplicação por sete:

$7 \cdot 0 = 0$ (Padrão)

$7 \cdot 1 = 7$ (Elemento neutro da multiplicação → número 1)

$7 \cdot 2 = 14$ (Propriedade comutativa → $7 \cdot 2 = 2 \cdot 7$)

$7 \cdot 3 = 21$ (Propriedade comutativa → $7 \cdot 3 = 3 \cdot 7$)

$7 \cdot 4 = 28$ (Propriedade associativa → $7 \cdot 4 = 7 \cdot (2 \cdot 2) = (7 \cdot 2) \cdot 2$)

$7 \cdot 5 = 35$ (Propriedade comutativa $\rightarrow 7 \cdot 5 = 5 \cdot 7$)

$7 \cdot 6 = 42$ (Propriedade associativa $\rightarrow 7 \cdot 6 = 7 \cdot (3 \cdot 2) = (7 \cdot 3) \cdot 2$)

$7 \cdot 7 = 49$ (Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição $\rightarrow 7 \cdot (6 + 1)$)

$7 \cdot 8 = 56$ (Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição $\rightarrow 7 \cdot (4 + 4)$)

$7 \cdot 9 = 63$ (Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição $\rightarrow 7 \cdot (5 + 4)$)

$7 \cdot 10 = 70$ (Propriedade associativa $\rightarrow 7 \cdot 10 = 7 \cdot (5 \cdot 2) = (7 \cdot 5) \cdot 2$)

Após o exemplo, as professoras citaram outras relações possíveis, como trabalhar com adições sucessivas, usar os termos “dobro”, “triplo” e “metade” e montar pequenas expressões como ($7 \cdot 10 - 7$) para fixar a tabuada. Elas fizeram alguns comentários que mostraram o interesse pela atividade e o reconhecimento de possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos:

- *Assim fica muito mais fácil aprender. O conteúdo está bem estruturado.*
- *Quantas coisas eles precisam dominar para ter segurança numa tabuada.*
- *Esta forma de ensinar torna os cálculos mais fáceis.*
- *Eles usam bastante as propriedades e a decomposição das operações.*

As observações registradas indicam que essas professoras não costumam abordar as estratégias sugeridas nas atividades propostas neste encontro. Estes resultados mostram que na prática em sala de aula, elas não consideram as propriedades das operações no ensino de seus algoritmos.

No segundo encontro, foi proposta uma atividade em que elas deveriam relatar suas dificuldades ao ensinar conceitos do sistema de numeração e das operações fundamentais. A pergunta foi a seguinte: “*Quais são suas principais dúvidas do grupo em relação ao ensino do sistema de numeração decimal e das quatro operações fundamentais?”*

Alguns registros foram escolhidos para exemplificar as dúvidas das professoras:

> - *Em relação às quatro operações fundamentais destacamos como desafio o ensino da divisão e da subtração, tendo em vista a dificuldade da abstração do processo de desenvolvimento das operações.* (3º ano)
>
> - *Em relação ao ensino das quatro operações fundamentais, temos as seguintes dúvidas: a escolha de um único método padronizado dentro da turma. Sabemos que cada ser humano possui uma maneira de adquirir o conhecimento, por isso, seria viável que*

> *conhecesse mais de uma maneira de atingir um objetivo proposto e que tivessem a autonomia de se identificar com um deles. Além disso, refletimos sobre a importância do exercício "Arme e efetue" e gostaríamos de saber como ele pode contribuir no aprendizado do aluno, já que o objetivo é de que ele consiga aplicar o seu aprendizado no cotidiano. Quanto ao sistema de numeração decimal a dúvida que persiste é: como desenvolver o abstrato pautado no concreto?* (4º ano)
>
> - *A dificuldade que as crianças possuem de abstrair quantidades grandes, pois muitos chegam ao quinto ano com essa defasagem implicando nos conteúdos que serão exigidos neste ano. Ao interpretar problemas, as crianças têm a dificuldade em descobrir qual a operação a ser utilizada para a solução da atividade.* (5º ano)

Dentre as dúvidas apresentadas, destacou-se a dificuldade de se lidar com a abstração no processo de desenvolvimento dos algoritmos das operações. Assim, as professoras apresentaram questionamentos que confirmam algumas dúvidas apresentadas em outros instrumentos da pesquisa. Um aspecto interessante foi o comentário sobre um método padronizado para o ensino dos algoritmos das operações, pois este assunto foi abordado no primeiro encontro e passou a fazer parte das reflexões do grupo.

A última atividade proposta no segundo encontro foi a seguinte: "*Escolham um assunto sobre o sistema de numeração decimal ou as quatro operações fundamentais e preparem uma aula, descrevendo as explicações*".

Ao todo foram elaborados dez planejamentos. Selecionamos um para ilustrar a atividade, que mostrou como as professoras utilizam seus conhecimentos aritméticos na sala de aula. A seguir, apresentamos a aula transcrita com os respectivos comentários:

- Aula: 4º ano

Tema: Subtração com recurso

Material utilizado: Barras de Cuisenaire (fazendo uso dos cubinhos que representam as unidades, das barras que são as dezenas e das placas que são as centenas)

Disposição: Em círculo

Atividades:

- *Explorar o material: Deixar que os alunos o manuseiem a fim de que eles conheçam as peças e apresentar cada peça com o respectivo nome.*
- *Fazer perguntas: Quantos cubinhos são necessários para formarmos uma barra? Quantas barras formam uma placa? Quantas unidades há em uma placa? E em uma barra? A centena é representada por qual peça? E a barra? E o cubinho?*

- *Mostrar um número determinado de peças e pedir que eles digam quantas unidades ou dezenas há nas peças (Ex: 2 placas são 2 centenas, 5 barras são 5 dezenas, ou seja, meia centena etc.).*

▪ *Pedir que os alunos mostrem as peças que representam os números dados pela professora (Ex: número 250 = 2 placas e 5 barras / 160 = 1 placa e 6 barras, e assim sucessivamente).*

▪ *Pedir que os alunos formem o número 240, depois pedir que eles retirem 3 dezenas (3 barras). Perguntar: O que sobrou?*
Depois: Agora, vamos retirar 9 dezenas (9 barras) do número 210. O que acontece? É possível retirar essas barras? O que podemos fazer para efetuarmos essa operação?
Levá-los a conclusão de que será necessário a troca de 1 placa por 10 barras, para que assim possamos retirar as 9 barras do número 210.

▪ *Fazer mais operações: 320 – 180 / 150 – 90 / 72 – 7 / 95 – 9*

▪ *Após esses vários exemplos, armar algumas dessas subtrações no quadro-de-giz, fazendo passo a passo juntamente com o material de Cuisenaire.*

Assim, na operação 52 – 47 =

$$\begin{array}{r} 5\ {}^{1}2 \\ -\quad {}_{1+}4\ \ 7 \\ \hline 0\ \ 5 \end{array}$$

▪ *Devemos explicar que o número (1) que pedimos "emprestado", é uma dezena que acrescentamos ao número 52, pois ficou 50 + 12. E aquele (1+) junto às dezenas, quer dizer que acrescentamos 10 também ao número 40, que ficaram 5 dezenas, pois agora temos 57.*

Segundo às professoras, a aula[8] sobre subtração com recurso foi elaborada com base no material Cuisenaire, mas pela caracterização das peças, tratava-se do Material Dourado, isto é, o grupo que elaborou esta aula, trocou o nome do material didático. Além disso, o recurso não foi utilizado adequadamente para a compreensão dos procedimentos do algoritmo da subtração, pois a explicação não associou o "pedir emprestado" (método da decomposição) com as "trocas de peças" do material trabalhado, como parece ser a intenção do grupo. Ainda temos que, o uso do termo "pedir emprestado" não é apropriado no ensino do algoritmo em que a equipe se baseou, que foi acrescentar uma mesma quantidade ao minuendo e ao subtraendo em ordens diferentes de cada termo (método da compensação). Pode-se dizer

[8] Esta aula foi preparada para uma turma de 4º ano, mas este assunto faz parte do programa do 2º ano, ou seja, esta é uma aula de revisão.

também que, embora o planejamento apresente atividades interessantes com o recurso didático escolhido, sua utilização não está de acordo com os objetivos propostos para a aula.

Segundo Minotto (2006), para realizar a operação de subtração que requer reagrupamento, é possível utilizar dois algoritmos diferentes: o da decomposição[9] e o da compensação[10]. Logo, neste caso houve um equívoco no ensino da operação de subtração, pois a aula foi preparada a partir de ideias para o estudo de um tipo de procedimento, mas foi ensinado outro. Duarte (1987) apud Minotto (2006) afirma que:

> Quando se aplica o algoritmo da decomposição, o conceito de subtração que está sendo utilizado é o de retirar-se certa quantidade de outra e verificar quanto restou. Quando se aplica o algoritmo da compensação, a subtração é vista como uma comparação entre duas quantidades, não importando se ao adicionar a mesma quantidade ao minuendo e ao subtraendo estará alterando-os. O que importa é que a diferença entre o minuendo e o subtraendo não será alterada. (Duarte apud MINOTTO, 2006, p.44)

Um aspecto importante destacado por Duarte (1987) apud Minotto (2006) é que “a compreensão do algoritmo da compensação exige um nível de abstração maior do que a compreensão do algoritmo da decomposição”. No entanto, vale lembrar que este conceito é ensinado no 2º ano do Ensino Fundamental e estas propriedades da operação de subtração não são consideradas nas explicações das professoras.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nosso trabalho apontou a necessidade de um conhecimento aritmético bem estruturado por parte do professor polivalente e isto só é possível através do aprofundamento no estudo das relações que envolvem números e operações fundamentais. David e Moreira (2005) reforçam esta afirmação, quando dizem que:

---

[9] No algoritmo da decomposição usa-se o valor posicional a partir da troca de uma unidade de certa posição por dez unidades da posição imediatamente à direita. Por exemplo, na operação 93 – 58 = 35, o minuendo 93 é decomposto em 80 + 13 para subtrair as 8 unidades de um total de 13 e as 5 dezenas de um total de 8.

[10] No algoritmo da compensação altera-se o minuendo e o subtraendo, partindo-se do princípio de que a diferença entre dois números não se altera se for acrescida a mesma quantidade aos dois termos (propriedade da invariância do resto). O acréscimo do minuendo é compensado pelo acréscimo do subtraendo. No exemplo 93 – 58 = 35, aumenta-se o minuendo de dez unidades obtendo então 13 unidades para subtrair as 8 e aumenta-se o subtraendo em uma dezena obtendo agora 6 dezenas para subtrair de 9.

> O conhecimento dos significados e das propriedades das operações básicas com os números naturais, do sistema de numeração decimal e dos algoritmos associados se coloca como demanda efetiva da prática profissional docente na escola básica. (DAVID e MOREIRA, 2005, p.55)

Dentre várias considerações resultantes desta pesquisa, destacamos algumas: em relação às quatro operações fundamentais, as participantes do estudo enfrentam dificuldades no ensino dos conceitos quanto à abordagem das várias ideias que as operações contemplam; no ensino dos algoritmos, as dificuldades estão relacionadas à compreensão dos métodos apresentados, pois as relações numéricas envolvidas na compreensão dos algoritmos nem sempre são identificadas pelas professoras, acarretando uma utilização reduzida (apoiada somente no livro didático) e às vezes equivocada, de estratégias para o ensino das operações.

Como as professoras transmitem somente as ideias associadas às operações no universo dos naturais, as propriedades estabelecidas em outros universos numéricos (inteiros, racionais) são desprezadas, o que acarreta dificuldades para a compreensão de algoritmos e resolução de problemas. Elas ensinam algoritmos que funcionam no universo dos números naturais e associam estes algoritmos aos conceitos de maneira que sirvam para os demais. Assim, desconhecem que as operações estão ligadas aos números, isto é, não é a mesma coisa subtrair inteiros e racionais, por exemplo. Os resultados sobre o ensino da propriedade do fechamento mostram que estes aspectos não são ensinados. Também não levam em consideração que a subtração e a divisão são, de fato, mais complicadas, pois são operações definidas como inversas da adição e da multiplicação.

Neste estudo de caso foi possível verificar que as professoras participantes da pesquisa não tinham clareza das propriedades e dos procedimentos envolvidos no sistema de numeração decimal e nas quatro operações fundamentais com números naturais. Ou seja, elas não dominavam os conceitos aritméticos que ensinavam. No entanto, é importante destacar que nas discussões que ocorreram nos encontros com a pesquisadora, elas refletiram sobre seu trabalho e concordaram que momentos de formação continuada são fundamentais para o desenvolvimento profissional e que a reflexão conjunta precisava ser valorizada.

Para finalizar, destacamos esta análise pode ajudar aos professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental a refletirem sobre seus conhecimentos e sua prática em sala de aula, de modo que percebam que não é possível ajudar as crianças a adquirir conhecimentos que eles próprios não compreendem. Diante destas exposições, esperamos que a experiência compartilhada através deste trabalho contribua de forma significativa para projetos voltados à formação inicial e continuada de professores polivalentes, provocando reflexões e debates a favor de um ensino da Matemática de qualidade, especialmente nas séries iniciais da Educação Básica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Secretaria do Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. 1º e 2º ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1997, 142 p.

DAVID, M. M.; MACHADO, M. P. **Como alguns procedimentos de ensino estão contribuindo para o erro e o fracasso em Matemática. Educação e Matemática**. Lisboa: Revista da Associação de professores de Matemática, n.40, nov., 1996, p. 25-29.

DAVID, M. M; MOREIRA, P.C. O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica**.** In: **Revista Brasileira de Educação**, n.28, 2005, p.50-61.

D'AMORE, B. **Elementos de Didática da Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2007. 449 p.

DIAS, Marcelo. **Tendências em educação matemática:** percursos curriculares brasileiros e paraguaios. 1. ed. Curitiba: Appris, 2016.

KAMII, Constance. **Aritmética: Novas perspectivas – Implicações da Teoria de Piaget**. São Paulo: Papirus, 1997. 237 p.

MEDEIROS, C. F. Por uma Educação Matemática como intersubjetividade. In: BICUDO, M. V. (Org.). **Educação Matemática**. 2.ed. São Paulo: Centauro, 2005.

MINOTTO, R. **Compreensões de professores das séries iniciais sobre o ensino dos procedimentos matemáticos envolvidos nos algoritmos convencionais da adição e da subtração com reagrupamento**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal do Paraná. Curitiba: 2006.

PATERLINI, R. R. O **ensino da Aritmética em cursos de licenciatura em Matemática**. UFSCar: 2002. Disponível em: < www.dm.ufscar.br/hp/hp591/.../hp591001.html>. Acesso em: 24/05/2009.

SADOVSKY, P. **Falta de fundamentação didática no ensino da Matemática: comentário**. Revista Nova Escola. Rio de Janeiro: ano XXII, n. 199, p. 15-18, jan./fev, 2007.

SERRAZINA, L. **A formação para o ensino da Matemática na Educação Pré-escolar e no 1º ciclo do Ensino Básico**. Portugal: Porto Editora, 2002.