SOBRE O ASSINCRONISMO NOS PROCESSOS DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM EM UMA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA

ON THE ASYNCHRONY OF TEACHING AND LEARNING PROCESSES WITHIN THE MATHS CLASSROOM

Amarildo Melchiades da Silva[1]

Resumo

Este artigo toma como ponto de partida uma situação ocorrida em uma sala de aula da graduação em Matemática de uma instituição de ensino superior durante uma pesquisa sobre a produção de significados de estudantes do Curso de Matemática. Durante a observação, identifiquei aspectos relevantes ligados aos processos de ensino e de aprendizagem decorrentes da proposta e concepções do professor em sala de aula e das dificuldades de aprendizagem dos alunos sugerindo um assincronismo entre esses processos. Tal assincronismo parece ter ocorrido a partir do não entendimento do docente de que o tempo real de aprendizagem e o tempo institucional fixado para o ensino de uma disciplina matemática, em geral, não coincidem. A análise deste fato ocorreu a partir da observação da dinâmica da sala de aula e do cruzamento das informações presente na fala do professor e das entrevistas com alunos da turma, usando como referencial teórico o Modelo dos Campos Semânticos.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino e Aprendizagem. Produção de Significados. Álgebra Linear.

Abstract

This work bears on a situation involving an undergraduate college Maths class while research on meaning production by undergraduate Maths students was being carried out. During observation stage, some relevant aspects in regard to teaching and learning processes stemming from the proposal and conceptions about the role of the teacher in the classroom and the students´ learning difficulties suggested a certain asynchrony between these two processes, which might have occurred due to the teacher´s difficulty in understanding that real time for learning a math subject and institutional set time for teaching it generally do not coincide. Analysis was based on observational procedures related to classroom dynamics and cross-referenced data from both teacher´s and students´ interviews, having The Semantic Fields Model as theoretical reference.

Key words: Mathematics education; teaching and learning processes; meaning production; linear algebra.

[1] Docente do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Líder do Núcleo de Investigação, Divulgação e Estudos em Educação Matemática – NIDEEM.

Introdução

Este artigo é o resultado do cruzamento de informações reunidas em minha observação de uma sala de aula, onde foi ministrada a disciplina Álgebra Linear numa turma de graduação em Matemática de uma universidade pública e das entrevistas que desenvolvi com discentes dessa turma, usando como referencial teórico o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) proposto Lins (1997, 1999, 2001,2012) e presente em Silva (1997, 2003).

O objetivo deste artigo será discutir sobre uma das consequências da concepção presente no ensino tradicional vigente da Matemática, que se caracteriza, em geral, pela concepção epistemológica de que o conhecimento pode ser transmitido, por uma metodologia de ensino que se fundamenta na reprodução do método axiomático, por um processo de avaliação que seleciona os aptos segundo um padrão de sucesso e fracasso, que tem no professor o detentor do conhecimento e o agente do ensino e no aluno, um receptor passivo do conhecimento. Os professores que assumem essa postura, em geral, possuem ações e concepções didáticas baseadas no senso comum, isto é, sem nenhuma base científica. Assim, discutirei as consequências da postura de uma professora, representante dessa concepção, que gerou o que denominei o fenômeno do assincronismo envolvendo os processos de ensino e de aprendizagem em uma sala de aula.

O termo assincronismo será tomado, neste artigo, no sentido como se apresenta nos dicionários: ausência de sincronismo; em que o adjetivo assíncrono se refere a algo que não ocorre, ou não se processa em sincronia com algum evento ou processo (FERREIRA, 2009). Neste caso, os processos a que me refiro são os processos de ensino e de aprendizagem em que os agentes são o professor e seus alunos.

Outra questão que abordarei se refere ao que designei por *tempo real de aprendizagem* – entendido como o tempo que uma pessoa precisa para internalizar os modos de produção de significados de uma teoria – e o *tempo institucional de ensino*; entendido como o tempo em que a instituição coloca para a duração do processo de ensino, por exemplo, de uma disciplina.

É importante mencionar, que noções semelhantes já foram apresentadas por pesquisadores da Didática da Matemática francesa que caracterizou a perspectiva que abordarei designando por tempo didático e o tempo de aprendizagem. Como escreve PAIS (1999):

> O tempo didático é aquele marcado nos programas escolares e nos livros didáticos em cumprimento a uma exigência legal. Ele prevê um caráter cumulativo e irreversível para o saber. Isso implica o pressuposto de que seja possível de alguma

> forma “enquadrar” o saber num determinado espaço de tempo. Há uma forte crença na possibilidade de que o processo de ensino-aprendizagem seja progressivo, lógico e racional, que seria possível organizá-lo através de uma sequência linear de conteúdos. Como se fosse possível comparar a aprendizagem da Matemática à linearidade de sua apresentação formal. Seu compromisso está mais diretamente voltado para o texto do saber e para o cumprimento do programa do que para a aprendizagem em si. (PAIS, 1999, p.31)

Por outro lado, sobre o tempo de aprendizagem ele diz:

> Trata-se de um tempo que não é sequencial e nem pode ser linear na medida em que é sempre necessário retomar as antigas concepções para poder transformá-las. Cada sujeito tem o seu próprio tempo de aprendizagem. Enquanto alguns aprendem rapidamente outros necessitam de um espaço de tempo maior. (PAIS, 1999, p.31-32)

Concordo com Pais (1999) quando ele considera que não é possível pensar em uma programação de ensino sem levar em consideração esses dois tempos em conjunto e quando ele observa que:

> Na comparação entre esses dois tempos, devemos considerar que a temporalidade subjetiva jamais pode ser igualada às exigências do planejamento didático. São duas idéias que não podem ser identificadas e que marcam um ponto crucial no problema de avaliação. Na prática tradicional é possível identificar certa ilusão pedagógica que consiste em desconsiderar a distância entre esses dois tempos. (PAIS, 1999, p.32)

Minha experiência docente no ensino superior na área de Matemática sugere que esses dois “tempos” não são considerados nesse nível de ensino, pois o que prevalece são as ações de ensino baseadas no senso comum. Em geral, há nesse nível de ensino docentes pesquisadores altamente qualificados para a pesquisa e desqualificados para a importante função de ensinar, como veremos na situação que descrevo a seguir.

Para que entremos na discussão propriamente dita é importante observar que minha concordância com a perspectiva e pressupostos da Didática Francesa, se reduz ao compartilhamento da ideia presente nos recortes acima e não mais que isso; o que ficará claro ao longo do artigo.

Assim, neste texto, discutirei o que ocorre entre os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática presente em aulas expositivo-explicativas, decorrentes da incompreensão de alguns professores que não observam que o tempo real de aprendizagem e o tempo institucional de ensino de uma teoria matemática, em geral, não coincidem.

O Contexto da Investigação

A investigação sobre o processo de produção de significados de estudantes para os objetos da Álgebra Linear levou-me a observar, durante um semestre letivo, uma sala de aula da disciplina Introdução à Álgebra Linear, ministrada para graduandos do Curso de Matemática.

O objetivo inicial de minha inserção naquela turma seria o de familiarizar com meus potenciais sujeitos de pesquisa, que oportunamente seriam convidados para entrevistas. Além disso, buscava observar que significados poderiam ser produzidos em uma sala de aula a partir do diálogo entre o professor e seus alunos.

A proposta deste texto será o de apresentar a leitura que desenvolvi quando comparei o processo de ensino proposto pela professora durante o período letivo e os fragmentos da produção de significados de três alunos durante as entrevistas.

A leitura do que aconteceu na sala de aula e a análise da produção de siginficados dos estudantes e da professora foi fundamentada pelo Modelo dos Campos Semânticos (MCS), em que a noção de "significado" é entendida nos seguintes termos: o significado de um objeto é aquilo que o sujeito pode e efetivamente diz sobre o objeto numa dada atividade. Como consequência, produzir significados é produzir ações enunciativas sobre um determinado objeto no interior de uma atividade[2]. (SILVA, 2003, p.9)

Nas entrevistas que desenvolvi com os alunos, e cujos trechos serão relatados abaixo, meu interesse inicial estava em observar que significados os estudantes produziriam para o objeto base em um espaço vetorial de dimensão finita. Mas a produção de significados deles me fez ampliar a leitura, olhando para os processos de ensino e de aprendizagem.

Na análise, utilizarei ainda a perspectiva de processo comunicativo presente no MCS, cujos elementos constitutivos são: autor, texto e leitor. Nesse processo, o autor é aquele que produz a enunciação: no caso em questão, a professora em suas aulas expositivo-explicativas. O leitor é aquele que, no processo, se propõe a produzir significados para os resíduos de enunciações como, por exemplo, a fala e os gestos da professora, seus escritos na lousa. Já o texto é entendido como qualquer resíduo de enunciação para o qual o leitor produza algum significado. Além disso, é importante observar a perspectiva do autor proposto por Lins (1999):

[2] A noção de atividade é tomada aqui no sentido proposto por Leontiev (VIGOTSKII, LURIA, LEONTIEV, 1988, p. 68)

> Quando o autor fala, ele sempre fala para alguém. Porém, por mais que um autor esteja diante de uma platéia, este alguém não corresponde a indivíduos, pessoas nessa platéia e, sim, ao leitor que o autor constitui: é para este 'um leitor' que 'o autor' fala. (LINS, 1999, p.81).

Este "um leitor" é chamado de interlocutor. O interlocutor deve ser identificado como sendo uma direção na qual o autor fala e não com pessoas, com "rostos" com quem falamos; mas com modos de produzir significados (LINS, 1999).

Assim, no processo comunicativo, quando autor e leitor compartilham interlocutores, isto é, quando dizem coisas que o outro diria e com a autoridade que o outro aceita, fica estabelecido um espaço comunicativo entre eles. (LINS, 1999).

Para concluir as ideias do MCS que utilizarei de maneira explícita ou implicitamente neste artigo, menciono nosso entendimento sobre ensino e aprendizagem, nos seguintes termos: ensinar é sugerir modos de produção de significados e aprender é internalizar modos legítimos de produção de significados. (LINS, comunicação oral)

De posse dessas noções do MCS, analisarei o que se passou na sala de aula e nas entrevistas.

A Sala de Aula[3]

No primeiro dia de aula, fui apresentado à turma e as razões da minha presença foram esclarecidas pela professora. Em seus primeiros comentários sobre a proposta da disciplina Introdução à Álgebra Linear, constatei que a maioria dos alunos, presentes naquela sala foram reprovados no semestre anterior na disciplina Geometria Analítica. E, com base neste fato, um dos objetivos de ensino, informado pela professora seria o de corrigir, naquele semestre e na medida do possível, as supostas deficiências dos estudantes.

Além disso, a professora defendia a ideia de que um curso daquela natureza deveria iniciar por uma representação geométrica dos conceitos. Assim, a proposta do curso foi o de desenvolver os conceitos e resultados da Álgebra Linear em IR^2 e em IR^3, passando depois ao caso geral. A seguinte ementa da disciplina foi apresentada à turma: 1) Vetores na reta (1-espaço); 2) Noções de Álgebra Linear no Plano (2-espaço); 3) Noções de Álgebra Linear no Espaço (3-espaço); 4) Noções de Álgebra Linear no n-Espaço ($n > 3$); 5) Espaços Vetoriais com Produto Interno. As aulas transcorreram, em geral, por meio da exposição e da explicação dos conteúdos no quadro negro.

[3] Os relatos que seguem foram registrados no caderno de campo.

O desenvolvimento das aulas seguiu a proposta da ementa: a professora iniciou falando sobre vetores como segmentos orientados, retas, eixos coordenados. Apresentou, em seguida, as transformações do plano no plano – projeções, homotetia, rotação. Definiu transformações lineares no plano e associou tais transformações a matrizes.

Em alguns momentos a professora observava: "enquanto eu puder desenhar eu vou desenhar, mas vai chegar a hora que não vai dar mais. Aí você vai ter que puxar pela memória".

Com o passar das aulas, ela comenta sobre o momento de passagem para o caso geral: "Eu sinto muito, mas, agora terei que fazer da maneira formal". Ela então passa a definir os conceitos e a provar os resultados de Álgebra Linear, na sequência que se apresentam nos livros-texto: Espaços e Subespaços Vetoriais, Combinação Linear, Geração, Dependência e Independência Linear, Base e Dimensão, Transformações Lineares, Isomorfismo de espaços Vetoriais. Antes de demonstrar um teorema, ela observava: "a notação não é simples, mas em Álgebra Linear vai acontecer muito isso; vocês devem ter paciência".

Numa das últimas aulas do semestre que precedia a segunda prova, ela comentou: "A primeira prova foi mais de conta, a segunda prova é mais teórica e vai mostrar quem é quem".

A observação das aulas durante o semestre letivo parecia não ter trazido muitas informações importantes, considerando que as aulas foram expositivo-explicativas. De um modo geral, a professora não interagiu com a turma. Sendo assim, não havia o que observar acerca da produção de significados desses alunos em sala, visto que eles permaneceram em silêncio grande parte do tempo. Porém, as entrevistas revelariam, pela leitura da produção de significados dos alunos, como os processos de ensino e de aprendizagem podem trilhar caminhos diferentes.

As Entrevistas

No final do período letivo, fiz um convite à turma e selecionei os alunos para as entrevistas com o objetivo de analisar a produção de significados deles para os objetos da Álgebra Linear, em particular para o objeto base. Os alunos selecionados foram reunidos em grupos de três; a cada grupo foram propostos exercícios sobre a noção de base que eles deveriam resolver em uma folha ou diretamente no quadro negro, explicando o encaminhamento que davam para a resolução. As sessões foram todas videogravadas. Não entrarei nos detalhes desse processo, por fugir aos objetivos do que quero discutir neste artigo. Para o que proponho, citarei apenas o diálogo que estabeleci com três sujeitos de pesquisa de um mesmo grupo e cujos pseudônimos são: Tathi, SRD e Digobol.

Antes de iniciar uma das várias entrevistas com o grupo e, com a câmera ainda desligada, Tathi faz um comentário que achei importante registrar, então, pedi a ela que repetisse o comentário com a câmera ligada.

Pesq[4]: (...) Conta aquela história que você tinha mencionado antes sobre o curso de Analítica.

Tathi: Ah, então, quando a gente tinha aula de G.A a gente sempre quando ia provar que o conjunto era uma base a gente provava que era l.i. e já chegava, já falava é l.i. então é uma base e vice-versa. Aí esses dias a gente tava resolvendo um exercício na aula de Introdução à Álgebra só que a gente tava nos dois espaço e em G.A a gente sempre trabalhava no R2 . Aí a professora Márcia falou assim: então prova que é uma base, prova que é l.i. e prova que gera o espaço...Aí eu disse, não é só provar que é.l.i. para que fosse uma base? Aí ela falou que não, que além de ser l.i tem que gerar o espaço aí ela até deu um exemplo pra gente onde, onde que era l.i mas que não era uma base. Daí eu peguei /, daí eu e a SRT nós falamos pra ela: - mas em G.A a gente já falava direto, né? Daí ela falou assim: - Mas em G.A vocês trabalhavam só com o R3 . Aí acabou a conversa. Daí o que a gente conclui? Que no R3 só bastava ser l.i pra ser uma base.

Pesq: Tudo bem. Entendi.

A tarefa proposta ao grupo naquele momento tinha o seguinte enunciado: "Considere o espaço vetorial IR^3. Verifique se o conjunto {(1,0,2), (0,1,1), (-1,1,0)} é uma base desse espaço vetorial." Ao final da apresentação de Tathi, observo que, para mostrar que o conjunto era uma base do espaço vetorial IR^3, ela havia provado que o conjunto dado era linearmente independente e que gerava o espaço. Com isso em tela volto a questioná-la:

Pesq: Deixa eu só te fazer uma pergunta. Quer dizer, você disse que no curso de Geometria Analítica era suficiente mostrar que era l.i pra afirmar que era base. Você vem para um curso de Álgebra linear e ela diz que tem que ser l.i e gerar. Então, o que você ta adotando agora, para resolver os problemas, é a postura que a professora de Álgebra Linear te propôs?

Tathi: [risos]

Pesq: Quer dizer, mostrar que é l.i e gera.

Tathi: Isso

Pesq: Hum, Hum. Você tem alguma coisa a acrescentar (olhando para a SRT)

SRT: É basicamente isto que ela falou... Nós estamos adotando isso que ela falou aí. (referindo-se à professora)

Na tarefa seguinte, alguns dias depois, o problema proposto ao grupo foi: Seja π o plano

[4] Na transcrição do vídeo as seguintes convenções foram utilizadas: a) Pesq é o pesquisador; b) Barras indicam interrupção súbita de uma fala; c) Entre parênteses indicamos os gestos, as expressões, as atitudes dos sujeitos de pesquisa; d) Usamos o nome de Márcia para proteger a identidade da professora.

$x - 2y + z = 0$ em IR^3. Encontre uma base para π.

Tathi então explica:

Tathi: Peguei três vetores que pertencem ao plano π (...) e o conjunto u,v e w com u, v e w pertencente ao plano π aí eu, pra ver se eles formam uma base eu vejo se eles são "l"/ se esse conjunto é l.i. Aí para eles serem l.i eu tenho a,b,c pertencentes aos reais tal que a única solução seja nula. E foi o que a gente chegou que a única solução é a nula. Agora, a segunda parte, que é para verificar; eu também tenho dúvidas de início. (esboça um sorriso enquanto fala). Eu pra mim, eu acho que se eu falar até aqui (apontando o lugar na lousa onde ela provou que o conjunto era l.i.) eu já provei que é uma base.

Pesq: Falar só que é l.i é suficiente pra você?

Digobol: No IR^3

Tathi: No IR^3

Digobol: A gente viu que no IR^3 *é suficiente.*

Tathi: Então, eu falei se gerar, é pra gerar/ então qualquer x que pegue tem que escrever como combinação dos meus três que eu tomei, que tá mal explicado ali. (referindo-se ao que escreveu como combinação linear dos três vetores que eu tomei. Aí então, eu supus que isso aconteça e eu cheguei nesse sistema de equações, então eu calculei o determinante, vi que o determinante era diferente de zero; então como esse determinante é diferente de zero eu posso concluir que existem esses x, y e z, que a gente tá em busca deles. Então se ele existe, quer dizer, esse x que gera o espaço, ou seja, eu já conclui que é uma base, se é l.i e gera o espaço.

Pesq: O que você tava comentando aquela hora? (dirigindo-se ao Digobol)

Digobol: É, a gente/ eu falei que / eu não provei que gerava no plano porque no IR^3 *a gente sabe que se for só l.i vai ser uma base, né? Então, eu nem fiz esse pedaço assim (referindo-se a parte que Tathi, na lousa, mostra que o conjunto gera π) (...)*

Pesq: Quer ir lá falar o que você fez? (dirigindo-se a Digobol)

DIGOBOL: Eu fiz quase a mesma coisa (...)

Pes: Você não sentiu necessidade de mostrar que gera? (dirigindo-se novamente a Digobol)

DIGOBOL: Não. A Marcia, quando a gente teve aula com a Marcia, ela falava que tem que gerar; mas em G.A a gente viu que no IR^3 *só sendo l.i já é uma base.*

Existem muitas análises possíveis de serem feitas sobre essas falas, mas, seguindo a direção de minha proposta, a questão que se coloca é: enquanto esses alunos estão tentando produzir significados para o objeto base, todos os conteúdos decorrentes dessa noção já foram discutidos. Existe algum sincronismo entre a proposta de ensino da professora e o processo de aprendizagem que esses alunos se encontram? Por que parece ser tão natural no processo de ensino que os alunos fiquem pelo meio do caminho?

A produção de significados desses alunos sugere a existência do que denominei *assincronismo* entre o processo de ensino implementado pela professora e o processo de aprendizagem desses sujeitos. Enquanto eles se esforçam para produzir significados para o objeto base, ela caminha na direção de cumprir a ementa da disciplina.

A análise dos significados, que os sujeitos de pesquisa produziram indicou, por exemplo, que eles não operavam com a noção de base e nem com a de dimensão. E, quando se estuda espaços vetoriais de dimensão finita, a compreensão de tais noções é crucial para a compreensão de vários conceitos e teoremas posteriores na teoria. E suas falas sugeriam que eles ainda não operavam com esses objetos com a necessária desenvoltura. O que sugere que estas noções deveriam ser objeto de atenção da professora.

A meu ver, a questão central aqui é que o foco da professora não estava na aprendizagem, estava no ensino. O que chamei assincronismo é, muitas vezes, consequência desta perspectiva.

Assim, enquanto a professora opera na direção de interlocutores que propõem que o ensino deve ser feito do geométrico para o algébrico, do particular para o geral, os alunos se encontram presos a dificuldades de outra natureza. Pois, para aqueles professores que consideram a Geometria Analítica como um caso particular da Álgebra Linear e tratam a passagem de uma teoria para a outra como natural, podem levar seus alunos a desenvolverem uma compreensão incorreta desses conceitos. Por exemplo, a própria noção de dimensão possui diferentes significados dependendo do contexto matemático em que se encontra. Enquanto na Geometria Analítica, dimensão é um conceito geométrico; em Álgebra Linear, dimensão é um conceito algébrico – o número de vetores de uma base do espaço vetorial em questão. (Cf. HOFFMAN, KUNZE, p. 50)

Como decorrência deste assincronismo, os objetivos da professora que, ao menos em tese, seria de recuperar seus alunos pode não ter ocorrido. De fato, eles não compartilharam, em nenhum momento, um mesmo espaço comunicativo com a professora.

Considerações Finais

Um ponto importante deste artigo diz respeito, em última instância, às concepções e pressupostos de ensino assumidos pela professora em sala de aula. A situação que apresentei acima pretendeu sugerir como esta perspectiva pode ser problemática. Ao não dar voz ao aluno, dificuldades de aprendizagem podem surgir e permanecer durante o seu processo de formação. Ele tem uma postura passiva nesse processo e suas dificuldades não são explicitadas em sala de aula e, como consequência, o fracasso é sempre debitado na sua conta. Esta é uma das consequências mais sérias desta concepção.

No ensino de Matemática, o fenômeno do assincronismo se estabelece quase sempre quando se coloca o foco apenas no ensino e quando se faz coincidir o tempo real de aprendizagem e o tempo institucional de ensino. Avaliamos nossos alunos, muitas vezes, como quem considera que esses tempos são coincidentes. Deslocar o foco do conteúdo para colocá-lo na aprendizagem tem sido nosso ponto de partida para a busca de mudanças em salas de aula do ensino superior.

Além disso, os estudos e práticas letivas atuais têm sugerido que, ao incentivar a produção de significados dos alunos explicitando suas dificuldades e dúvidas, podemos aproximar esses dois processos, pois uma leitura atenta do que estão dizendo nos permite uma intervenção mais efetiva em sala de aula.

Experiências com metodologias alternativas de ensino já vem sendo investigadas e produzidas a muito tempo em Educação Matemática e em Educação. Como exemplo, temos a *Assimilação Solidária* desenvolvida por Baldino (1995) e *La Enzeñanza problémica* proposta por Majmutov (1983). Mas novas pesquisas são necessárias para pensar em adequações dessas ideias ao novo cenário de ensino nas universidades e na criação de metodologias de ensino para estudantes do século XXI.

Referências

BALDINO, R.R. **Assimilação solidária**. Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática – GPA, UNESP, Rio Claro, 1995. (Apostila)

FERREIRA, A.B.H. **Novo dicionário Aurélio de língua portuguesa**. 4 ed. Curitiba: Positivo, 2009.

HOFFMAN, K. KUNZE, R. **Álgebra Linear**. 2 ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1979.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 4 .ed. Campinas: Papirus, 1997. (Coleção perspectivas em Educação Matemática)

LINS, R.C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: Bicudo, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 75-94.

_____. The production of meaning for algebra: a perspective based on a theorical model of semantic fields. In: SUTHERLAND, R. et al. (Ed.). **Perspectives on School Algebra**. London: Kluwer Academic Publishers, 2001, p.37-60.

_____. O Modelo dos campos semânticos: estabelecimentos de notas e de teorizações. In. ANGELO, C.L. et al. **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática**: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012, p.110-128

MAJMUTOV, M.I. **La Enzeñanza problémica**. Habana: Pueblo Y Education, 1983.

PAIS, L.C. Transposição Didática. In: MACHADO, S.D.A. et al. **Educação Matemática: uma introdução.** São Paulo: EDUC, 1999, p.13-42

SILVA, A. M. **Uma análise da produção de significados para a noção de base em álgebra linear**. 1997. 162p. Dissertação de Mestrado – Universidade Santa Úrsula, Rio de Janeiro, RJ.

_____. **Sobre a Dinâmica da Produção de Significados para a Matemática**. 2003. 243p. Tese de Doutorado – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP.

VIGOTSKII, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. 10 ed. São Paulo: Ícone, 1988.