

# ENSINAR E APRENDER ESTATÍSTICA POR MEIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

## STATISTIC TEACHING AND LEARNING BY MEANS OF PROBLEMS SOLUTION

Raimundo Luna Neres<sup>1</sup>

Regiane Braz da Silva Cantanhêde<sup>2</sup>

### Resumo

Neste artigo, apresentamos parte de uma pesquisa realizada com alunos do terceiro ano do ensino médio de escolas públicas da cidade de Açailândia – MA. O objetivo foi investigar a viabilidade do Ensino-aprendizagem de estatística empregando a metodologia de Resolução de Problemas. Trata-se de um estudo de natureza qualitativa e os dados foram coletados por meio de observações e mediações em atividades envolvendo conteúdos de estatística. Os resultados revelam que os alunos apresentaram bom desempenho na resolução dos problemas propostos, assim como em relação aos conteúdos discutidos de medidas de tendência central - média, moda e mediana. Observamos também que essa metodologia de ensino motiva o aluno, prende mais sua atenção e ativa a curiosidade, contribuindo dessa forma para o desenvolvimento cognitivo do discente. Constatamos, no entanto, que essa metodologia de ensino, ainda, não é uma prática comum entre os professores pesquisados.

**Palavras-chave:** Resolução de Problemas. Ensino de Estatística. Medidas de Tendência Central.

### Abstract

In this article we present part of a research held with high public school students in Açailândia town-MA. The aim was to check the statistics teaching\learning possibility employing Solution Problems approach. It is a qualitative study and data were collected by observation and activity mediation involving statistics content. Results revealed that students presented a good performance in problem solving as well as to discussed contents about center trend measures – medium, mode and average. We also observed that this teaching approach motivates the student, catches his attention and activates his curiosity contributing to enhance the student cognition. We verified, however, that this teaching approach is not a common practice to all researched teachers.

**Keywords:** Problems solving. Statistics teaching. Center Trend Measures.

---

<sup>1</sup> Prof. Doutor vinculado ao Programa de Pós-Graduação-Mestrado Profissional em Gestão de Ensino da Educação Básica, da Universidade Federal do Maranhão – UFMA e ao PROFMAT-UFMA. Prof. vinculado ao Programa de Pós-Graduação da Universidade CEUMA - UNICEUMA. Líder do Grupo de Pesquisa “Educação Matemática, Ciências e Produção de Saberes”. [raimundolunaneres@gmail.com](mailto:raimundolunaneres@gmail.com) ou [luna.neres@ceuma.br](mailto:luna.neres@ceuma.br).

<sup>2</sup> Prof<sup>a</sup> Mestre em Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Rede Nacional – Matemática/PROFMAT – UFMA. Prof<sup>a</sup>. de Estatística do IFMA – Campus de Açailândia – MA. Componente do Grupo de Pesquisa “Educação Matemática, Ciências e Produção de Saberes”. [regiane.braz@ifma.edu.br](mailto:regiane.braz@ifma.edu.br).

## Introdução

Neste trabalho, apresentamos parte de nossa pesquisa desenvolvida para atender aos pré-requisitos exigidos para obtenção do Mestrado em Matemática, do Programa de Pós-Graduação em Rede Nacional – Matemática/PROFMAT, da Universidade Federal do Maranhão – UFMA.

A pesquisa decorreu das exigências do mundo contemporâneo. Cada vez mais a sociedade exige que o indivíduo seja capaz de tomar decisões, de se comunicar, de resolver problemas, de fazer estimativas, de trabalhar coletivamente e de aperfeiçoar conhecimentos e valores. “Cabe à escola contribuir para que o aluno desenvolva essas habilidades (BRASIL, 2000, p. 52). Nesse contexto, a Estatística representa uma parcela do conhecimento humano essencial, para que o sujeito desenvolva capacidades que serão exigidas ao longo de sua vida social e profissional”.

Na atualidade, vários meios de comunicação, tais como: jornais, revistas, rádio, televisão e internet utilizam tabelas, gráficos de diversos tipos e pesquisas, com o objetivo de integrar e enriquecer seus conjuntos de informações a serem divulgados para a população. Sem o conhecimento estatístico, fica mais difícil interpretar essas informações com criticidade e tomar decisões conscientemente.

Diante da crescente necessidade de uma efetiva aprendizagem, no Brasil, nas últimas décadas, muitos estudos têm sido realizados nas áreas de Educação Matemática e de Educação Estatística. Exemplo disso são os trabalhos desenvolvidos na área de Resolução de Problemas, como os do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas – GTERP, que desenvolve suas atividades na Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - UNESP, Campus de Rio Claro, com encontros semanais, desde 1992 (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 35).

Com aporte na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, objetivamos verificar, via professores da rede pública do município de Açailândia - Maranhão, como se processa o ensino-aprendizagem de Estatística, bem como verificar a viabilidade de o professor utilizar essa metodologia no ensino de medidas de tendência central – médias, moda e mediana para alunos do 3º ano do Ensino Médio integrado à Educação Profissional, do Instituto Federal do Maranhão - IFMA, do Campus Açailândia - MA.

Para a execução da pesquisa, realizamos encontros semanais com os alunos, para discutir e relembrar alguns conceitos de estatística relativos ao nosso objeto de estudo e mediar atividades práticas de resolução de problemas à luz da metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação. Em geral, esse tipo de pesquisa objetiva interpretar os dados que observamos por meio das descrições dos sujeitos. Considerando-se como pesquisa participativa é, portanto, menos controlável; dessa

forma, os sujeitos podem direcionar o rumo a ser tomado, quando das interações com o pesquisador. Esse pensar, segundo Goldenberg (2007, p. 17), é necessário para um contato direto e interativo do pesquisador com o objeto de estudo, com os sujeitos e com as situações vivenciadas.

Para a coleta de dados, utilizamos os instrumentos: a) a observação participante que, segundo Fiorentini e Lorenzato (2009), é realizada junto aos comportamentos naturais dos sujeitos, quando estes estão conversando, ouvindo, trabalhando etc.; b) a análise documental (HELDER, 2006), é realizada com documentos originais escritos, aqueles que ainda não tiveram tratamento analítico ou de outra natureza.

Em nossa pesquisa, com relação à observação participante, foi realizada através das mediações dos pesquisadores com os sujeitos. Quanto à análise documental, foi realizada nas resoluções escritas dos problemas apresentados pelos alunos.

A organização do trabalho está em forma de tópicos: além desta introdução, no segundo tópico, fazemos um relato dos pressupostos teóricos que fundamentam a resolução de problemas e sua importância para o processo ensino-aprendizagem; no terceiro, tratamos da trajetória metodológica; no quarto tópico, apresentamos os problemas de estatística relacionados aos conteúdos de médias de dispersão, assim como as produções dos alunos referentes aos problemas trabalhados, seguidos de suas análises no contexto estudado; no quinto tópico, apresentamos as considerações finais.

### **Pressupostos Teóricos**

Depois de várias décadas de pesquisa e de publicações de resultados importantes sobre resolução de problemas, a capacidade dos alunos para resolver problemas, quer dentro da matemática, quer em outras áreas do conhecimento, ainda necessita de outras perspectivas, investimentos e desenvolvimento curricular adotado. “A capacidade dos alunos em resolver problemas ainda exige uma melhoria considerável, principalmente considerando a rápida evolução do mundo em que vivemos” (VALE; PIMENTEL; BARBOSA, 2015, p. 40).

Apesar da aplicabilidade da estatística em quase todas as atividades da sociedade moderna, no Brasil, “conteúdos dessa área do saber passaram a fazer parte do currículo nacional de aprendizagem somente a partir do ano de 1997, com o estabelecimento dos *Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN*” (DUARTE; ALMEIDA, 2014, p. 305). Nos PCN (BRASIL, 1998, p. 39), “os conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental aparecem agrupados nos blocos: Números e

Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Nesse último bloco, Tratamento da Informação, é que estão incluídas as noções de Estatística e Probabilidade”.

No Ensino Médio, “os conteúdos de estatística estão inseridos no bloco denominado Análise de dados e Probabilidade, conforme as Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM, volume 2, *Ciências da Natureza, e Matemática e suas Tecnologias*” (BRASIL, 2006, p. 84)”. Nesse nível de ensino, os conteúdos de Matemática estão organizados em quatro blocos: Números e operações, Funções, Geometria, Análise de dados e Probabilidade.

A palavra estatística, normalmente é usada em vários sentidos. É muito comum se fazer referência a dados numéricos como sendo dados estatísticos, como por exemplo, quando usamos a expressão – as estatísticas mostram... – para enfatizar e até mesmo dar maior credibilidade a alguma afirmação feita.

Segundo Triola, (2008, p. 15), estatística é um conjunto de métodos usados para o planejamento de estudos e experimentos, obtenção de dados e, conseqüentemente, organização, resumo, apresentação, análise, interpretação e elaboração de conclusões baseadas em dados trabalhados.

Estatística, atualmente, é uma Ciência que possui objetivo e métodos próprios, embora seus fundamentos continuem sendo fortemente matemáticos (BERLINGHOFF; GOUVÊA: 2010). “Vale ressaltar que o emprego da palavra estatística, no sentido que ela tem hoje, deve-se ao economista alemão *Gottfried Achenwall* que utilizou esse termo em seu livro *Introdução à Ciência Política*, entre 1748 e 1749” (LOPES; MEIRELLES, 2005, p.1).

Vários matemáticos, ao longo dos séculos, também tiveram participação no desenvolvimento da Estatística, dentre eles:

Adrien Marie Legendre (1752 - - 1833), Carl Friedrich Gauss e Pierre Simon (1777 - 1855), Marquês de Laplace (1749 - 1827). Outras contribuições também foram dadas a estatística por Lambert Adolphe e Jacques Quételet (1796 -1874), Sir Francis Galton (1822 - 1911). No final do século XIX e início do século XX tivemos valiosa contribuição à estatística dada por: Karl Pearson (1857 - 1936), principal representante da Escola Biométrica na Inglaterra (MEMÓRIA, 2004, p.8-10; BERLINGHOFF e GOUVÊA, 2010, p. 8).

Segundo Batanero (2001, p. 219), “o século XX foi o século da Estatística, pois passou a ser considerada como uma das ciências metodológicas fundamentais e base do método científico experimental”. Para Berlinghoff e Gouvêa (2010, p. 8), “Ronald Aylmer Fisher (1890 - 1962) foi o mais importante estatístico do começo do século XX”. Acreditamos que ele transformou a

Estatística num instrumento científico poderoso, baseado em sólidos princípios matemáticos, estabelecendo firmemente os instrumentos estatísticos como parte necessária do instrumental de qualquer cientista.

Ainda no século XX no Brasil foi lançado os *Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCNEM* (BRASIL: 2000, p.52), os *PCN+ Ensino Médio – Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais* (BRASIL: 2002, p.127) e as *Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM*, volume 2, “*Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*” (BRASIL, 2006, p.84), normatizando o ensino de Estatística.

As OCEM (BRASIL, 2006, p.84) “recomendam que os conteúdos do bloco Análise de dados e Probabilidade e Combinatória, Probabilidade e Estatística se façam presentes em todos os níveis da Educação Básica, sobretudo no Ensino Médio”. Isso se justifica devido à importância de se saber lidar com os fenômenos aleatórios, presentes nos mundos natural e social.

Os PCNEM (BRASIL, 2000) destacam a importância de fazermos uma abordagem dos conteúdos de contagem, estatística e probabilidade, visto que as técnicas e raciocínios estatísticos e probabilísticos são também instrumentos das Ciências Humanas e da Natureza. A análise de dados, sem dúvida, tem sido indispensável para interpretarmos informações relacionadas à saúde, transportes, orçamentos, assim como questões de mercado. É a partir de conhecimentos de Estatística, por exemplo, que podemos analisar a intenção de voto em uma eleição ou a possível aceitação de um novo produto no mercado.

Os PCN+ Ensino Médio (BRASIL, 2002, p.127) propõem como conteúdos de Estatística: “descrição de dados; representações gráficas; análise de dados: médias, moda e mediana, variância e desvio padrão”. Quanto às habilidades a serem desenvolvidas nessa unidade temática, os PCN destacam:

Identificar formas adequadas para descrever e representar dados numéricos e informações de natureza social, econômica, política, científico-tecnológica ou abstrata. Ler e interpretar dados e informações de caráter estatístico apresentados em diferentes linguagens e representações, na mídia ou em outros textos e meios de comunicação. Obter médias e avaliar desvios de conjuntos de dados ou informações de diferentes naturezas. Compreender e emitir juízos sobre informações estatísticas de natureza social, econômica, política ou científica apresentadas em textos, notícias, propagandas, censos, pesquisas e outros meios (BRASIL, 2002, p. 127-128).

Para que o aluno desenvolva essas habilidades, faz-se necessário que o professor utilize metodologias de ensino que auxiliem o aluno a aprender com compreensão, dando significado à

sua aprendizagem. Por meio de problemas estatísticos do mundo real, o estudante poderá se tornar mais crítico e mais capaz de tomar decisões.

Em relação ao nosso objeto de investigação ensino e aprendizagem das medidas de tendência central - média aritmética, mediana e moda – através da metodologia de Resolução de Problemas, ele se fundamentou, também, nos estudos de Batanero (2000) e Triola (2008). Para eles, a média aritmética tem muitos significados; é a partir da média aritmética que podemos estimar uma quantidade desconhecida na presença de erros de medição, determinar um valor justo a ser repartido em uma distribuição uniforme. A média serve, ainda, como um elemento representativo de um conjunto de valores, quando a distribuição é aproximadamente simétrica. Por outro lado, “se a distribuição for altamente assimétrica, o valor mais frequente (Moda) ou o valor central no conjunto de dados ordenados (Mediana) poderá ser uma medida mais representativa” (BATANERO, 2000, p. 41).

Média aritmética, para Brandão (2009), deve ser considerada como um elemento de um conjunto de valores de distribuição aproximadamente simétrica, bastante afetada ou influenciada pelos extremos, fato que, em certos momentos, devido à existência de valores atípicos, não seja um representante ideal, precisando dessa forma de outras medidas estatísticas para complementar a análise e interpretação estatística.

A mediana, diferentemente da média aritmética, não é afetada por valores extremos. Triola (2008, p.15) “define mediana de um conjunto de dados como sendo o valor do meio quando os dados originais estão organizados em ordem crescente (ou decrescente) de magnitude.” Isso significa que 50% dos elementos do conjunto apresentam valores iguais ou menores que a mediana e os demais iguais ou maiores que esse valor. Para o cálculo da mediana, precisamos considerar se o número de dados é par ou ímpar.

Batanero, (2000, p. 41) “considera que o cálculo da mediana é complexo porque o algoritmo de cálculo é diferente, caso se tenha um número par ou ímpar de dados ou se os dados estão ou não agrupados em intervalos de classes”. O valor obtido também é diferente, dependendo do algoritmo que se aplica.

A moda de um conjunto de dados, por sua vez, é o valor que ocorre mais frequentemente. Na realidade, a moda não é muito usada com dados numéricos. Porém, em relação às medidas de tendência central que estão sendo consideradas, a moda é a única que pode ser utilizada com dados no nível nominal de mensuração (TRIOLA, 2008).

Quanto à aplicação da metodologia Resolução de Problemas Avaliação, apoiamo-nos também em Polya (1995), Onuchic e Allevato (2011). Para esses (as) pesquisadores (as), ensinar

sobre resolução de problemas é ensinar estratégias e métodos para resolver problemas. Nesse caso, o problema representa uma aplicação dos conceitos e procedimentos abordados. Desse modo, a preocupação do professor está em fazer com que o aluno seja capaz de utilizar aquilo que foi aprendido, no contexto de resolução de problemas. Essa é a prática mais comum dos professores em sala de aula e bastante presente nos livros didáticos.

Na utilização dessa metodologia de ensino, o problema é o ponto de partida para a aquisição de novos conhecimentos, tendo o aluno como protagonista da sua aprendizagem e o professor o de facilitador desse processo (ONUCHIC, 1999; ONUCHIC e ALLEVATO, 2011).

Por outro lado, Lopes (2008, p. 57) ressalta que “a resolução de problemas pode possibilitar o desenvolvimento do trabalho com Estatística em sala de aula, pois da mesma forma que a Matemática, a Estatística se desenvolveu na história da humanidade através da resolução de problemas de ordem prática”.

Ainda segundo a autora, o ensino de Estatística deve ocorrer no contexto de resolução de problemas e destaca que o professor precisa incentivar seus alunos a socializarem suas diferenciadas soluções, aprendendo a ouvir críticas, a valorizar seus próprios trabalhos e os dos outros.

Com aporte em Onuchic (1999), Van De Walle (2009), Onuchic e Allevato (2011), adotamos a concepção de que uma atividade estatística será um problema, quando o estudante demonstrar interesse em realizá-la e ainda não possuir conhecimentos para tal desenvolvimento.

Na atividade de resolução de problemas, em sala de aula, o professor desempenha um papel extremamente importante, pois usando metodologia adequada pode incentivar os alunos a pensar e descobrir estratégias, em vez de levá-los logo à resolução. Segundo Nobre; Amado; Ponte (2015, p. 85), “são a partir do desenvolvimento de novas formas de apresentação e resolução de problemas, que a discussão de novas ideias pode surgir, revelando-se fundamental nos processos de aprendizagem”.

### **Caminho Metodológico**

Para o levantamento dos dados, seguimos o roteiro criado pelas pesquisadoras Onuchic; Allevato (2011) e Allevato; Onuchic, (2014). As autoras propõem que as atividades em sala de aula sejam organizadas em dez etapas: “1) proposição do problema, 2) leitura individual, 3) leitura em conjunto, 4) resolução do problema, 5) observar e incentivar, 6) registro das resoluções na

lousa, 7) plenária, 8) busca do consenso, 9) formalização do conteúdo, 10) proposição e resolução de novos problemas”. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p.35)

O conteúdo de estatística trabalhado, necessário para a resolução de problemas propostos, segundo as pesquisadoras, não deve ter sido apresentado ainda aos alunos em sala de aula. Inicialmente, entrega-se uma cópia do problema para cada aluno fazer a leitura individualmente. Logo após, os alunos formam pequenos grupos e fazem nova leitura do problema, discutindo sobre possíveis meios de solucioná-lo. Nessa etapa, se houver dúvidas, por exemplo, quanto à notação, à escrita em linguagem simbólica, aos conceitos relacionados, às técnicas operatórias envolvidas ou até mesmo quanto ao entendimento do problema, o professor pode fazer medições, de modo que as dúvidas sejam sanadas e que as ações sejam realizadas, essencialmente, por eles.

Em seguida, os alunos em seus grupos, num trabalho cooperativo, buscam resolver o problema proposto. A busca pela solução os conduzirá à construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula. Enquanto isso, o professor age, observando o comportamento dos alunos e estimulando o trabalho interativo necessário à resolução do problema proposto, sem, contudo, fornecer respostas prontas.

Após cada grupo chegar a um acordo quanto à resolução do problema, representantes dos grupos são solicitados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas, para que todos os alunos as examinem e discutam sobre elas. O professor, então, motiva os alunos a defenderem seus pontos de vista, argumentando sobre suas resoluções. Nesse momento, os alunos podem comparar e avaliar suas próprias soluções. A partir daí, professor e alunos procuram chegar a um consenso sobre o resultado correto. Depois de encerrada as discussões, a formalização do conteúdo é apresentada pelo professor de maneira organizada e sistemática, padronizando os conceitos, os princípios e as estratégias construídos por meio da resolução do problema.

Nossa pesquisa teve dois objetivos principais: a) verificar se os professores de estatística do ensino médio das escolas públicas da cidade de Açailândia – Maranhão utilizam no ensino-aprendizagem de Estatística a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas; b) se essa metodologia é viável quando aplicada no ensino de Estatística Descritiva a alunos do Ensino Médio do Instituto Federal do Maranhão – IFMA/Campus Açailândia - Maranhão.

Optamos por reunir e analisar os dados qualitativos e quantitativos em um único estudo. Essa forma auxilia o pesquisador a conferir, validar e aumentar a confiabilidade dos resultados obtidos (CRESWELL, 2007, p.16).

Utilizamos questionários na coleta de dados como fonte de informações que ajuda na caracterização e descrição dos sujeitos da pesquisa (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 18), e análise de dois problemas aplicados aos alunos do 3º ano do Ensino Médio.

Para realização desta pesquisa, houve a autorização da diretora da Unidade Regional de Educação de Açaílândia, para aplicar os questionários nas escolas estaduais, bem como a permissão do diretor do IFMA – Campus Açaílândia. Além disso, contamos com o consentimento dos professores participantes.

A coleta de dados e as atividades realizadas em sala de aula ocorreram nos meses de maio e junho do ano de 2015. Foram aplicados 03 questionários para obtenção de informações sobre o ensino de Estatística em nove escolas estaduais da cidade de Açaílândia para um total de 29 professores. No entanto, alguns professores que receberam o questionário não o devolveram. Dos 29 professores previstos para responder aos questionários, apenas 17 da rede pública estadual e três professores do Instituto Federal do Maranhão, Campus Açaílândia, devolveram os questionários respondidos. Entretanto, os dados coletados foram considerados suficientes para traçarmos um perfil dos professores pesquisados, assim como permitiu a percepção de como se dá o ensino de Estatística em boa parte das salas de aula das escolas da cidade.

Os problemas geradores de Estatística foram aplicados a um grupo de alunos do 5º período do curso de Alimentos (correspondente ao 3º ano do Ensino Médio), modalidade Ensino Médio integrado à Educação Profissional, do IFMA – Campus Açaílândia. A turma é composta de 38 alunos. Além desses, havia cinco alunos de outras turmas que estavam cursando a disciplina de Estatística Descritiva pela segunda vez, totalizando 43 alunos.

Os problemas propostos foram relacionados ao nosso objeto de estudo, ou seja, de medidas de tendência central, em que se discutia a definição e aplicação da média aritmética, moda e mediana. Esses problemas foram aplicados por um dos pesquisadores em suas aulas de Estatística, disciplina que é oferecida no Instituto de forma independente da Matemática.

Aplicamos, inicialmente, um questionário para verificarmos o que os alunos já conheciam sobre o tema. Depois de recolher os questionários respondidos, foi entregue aos alunos o primeiro problema. No dia dessa aula, estavam presentes 41 alunos. Após ser feita a leitura individual do problema, a turma foi dividida em grupos, em que nove deles foram compostos de quatro alunos e um grupo por cinco. Cada grupo debateu sobre as resoluções dos problemas.

Após todos terem concluído suas resoluções, um representante de cada grupo foi à lousa apresentá-las. As resoluções feitas pelos alunos foram discutidas, de modo que foi possível discutir sobre elas, chegando, dessa forma, a um consenso. Essas etapas foram cumpridas em duas aulas de 50 minutos cada. Depois propomos outro problema, seguindo o mesmo roteiro descrito.

Em outro encontro, tendo como ponto de partida as resoluções expostas pelos alunos, foi feita a sistematização do conteúdo, apresentando a definição, as limitações e utilidades da média aritmética, da moda e da mediana, ou seja, foi realizada a formalização do conteúdo em estudo. Ao final, foi entregue uma lista com novos problemas sobre o tema abordado em sala.

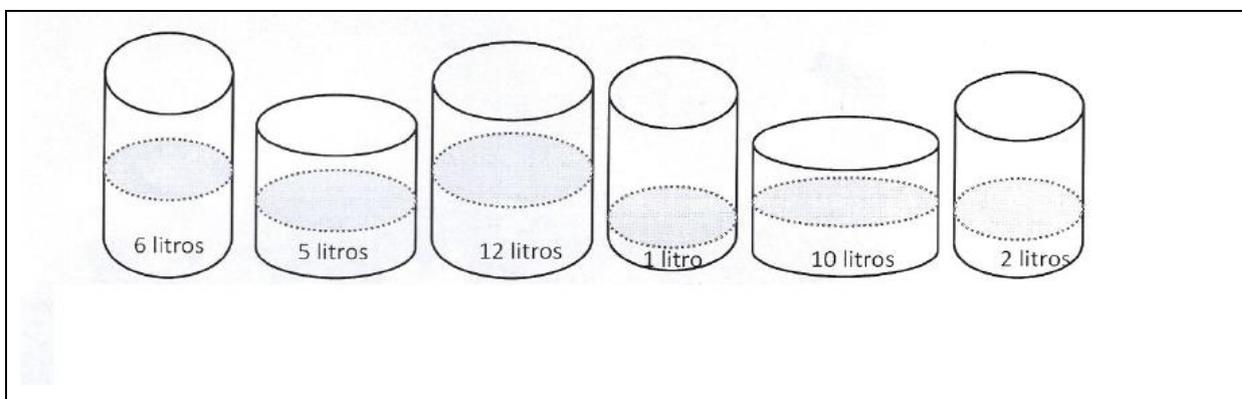
A partir da descrição das etapas, percebemos que essa metodologia demanda novas posturas e atitudes por parte do professor e dos alunos. O professor deixa de ser o centro das atividades, transferindo para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que almejam atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014).

### **Apresentação e Análise dos Dados**

Apresentamos dois problemas e algumas resoluções construídas pelos alunos, ambas relacionadas ao nosso objeto de estudo.

**PROBLEMA 1: João possui seis baldes com as quantidades de leite, conforme indicadas na figura 1. Ele pretende distribuir o leite de modo que cada balde fique com a mesma quantidade. Quantos litros de leite ele deverá ter em cada balde?**

**Figura 1** - Baldes com quantidades de leite



Fonte: Adaptado de Moretti (2013)

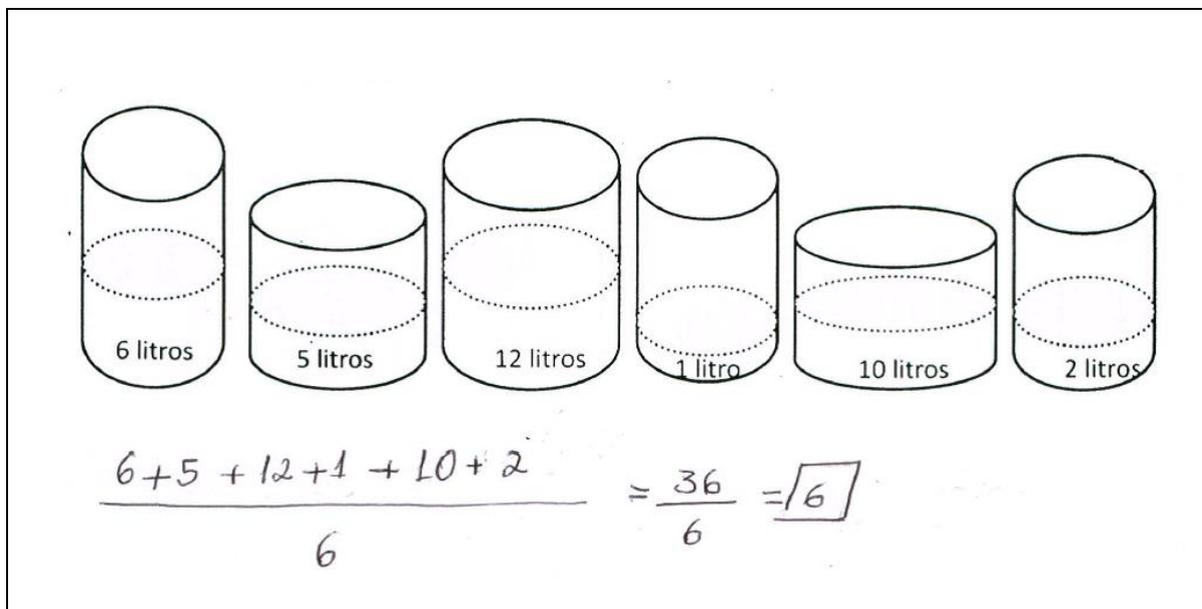
Após a entrega desse problema, foi pedido aos alunos que fizessem uma leitura individual. Em seguida, solicitamos que formassem nove grupos com quatro alunos e um com cinco alunos. Para facilitar a descrição das atividades, os grupos foram nomeados de A, B, C, D, E, F, G, H, I e J.

Após a organização dos grupos, solicitamos que fizessem uma leitura em conjunto. Nenhum dos grupos apresentou dúvidas quanto ao enunciado do problema proposto. A partir daí, os membros de cada grupo começaram a trocar ideias, seguindo o roteiro apresentado.

Enquanto os alunos debatiam sobre a resolução do problema, os pesquisadores observavam e incentivavam os alunos, sempre atendendo às suas solicitações sem, contudo, dar as respostas, apenas orientando-os. Após todos os grupos concluírem suas respostas, pedimos que um representante de cada grupo fosse à lousa defender a resolução construída pelo seu grupo.

Um representante do grupo A foi à lousa e apresentou a resolução do grupo, conforme indicado na figura 2. Em seguida, os grupos B, E, H e I apresentaram as resoluções deles, com respostas similares à apresentada pelo grupo A.

Figura 2 - Resolução apresentada pelo grupo A



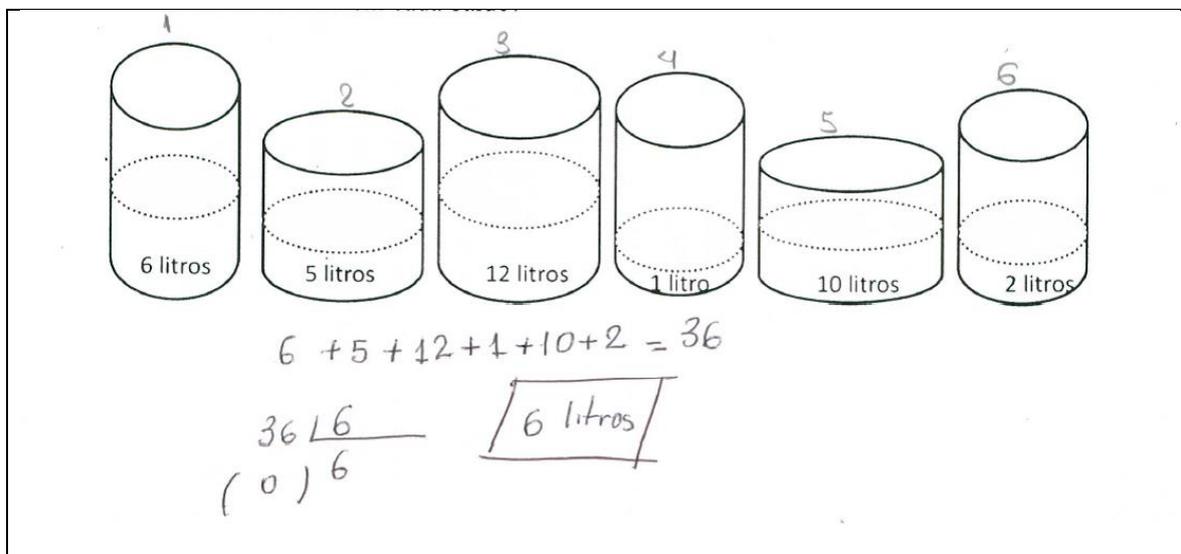
Fonte: Arquivo dos pesquisadores.

O grupo A logo percebeu que poderiam aplicar a definição de média aritmética, somaram todas as quantidades e dividiram por seis (total de baldes).

Embora esse conteúdo ainda não tivesse sido abordado em sala de aula, observamos que o conteúdo sobre média aritmética era de conhecimento da maioria dos alunos pesquisados.

Observamos também que nas impressões registradas, inicialmente pelos alunos nos questionários aplicados, cerca de 80% deles declararam saber trabalhar com média aritmética. Apresentamos a seguir a resolução sugerida pelo grupo C, conforme figura 3.

**Figura 3** - Resolução apresentada pelo grupo C

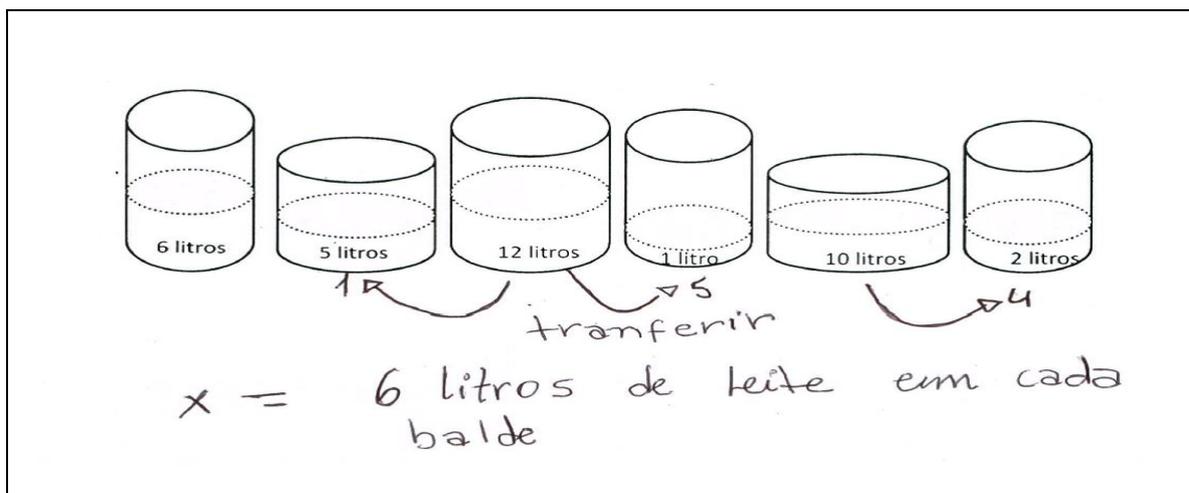


Fonte: Arquivo dos pesquisadores.

Segundo relato dos alunos do grupo C, eles inicialmente colocaram todas as quantidades de leite em um só recipiente, encontrando, portanto o total de 36 litros de leite. Depois distribuíram esse total encontrado igualmente entre os seis recipientes dado, ou seja, seis litros em cada balde.

O grupo G apresentou uma resolução simples, mas bem original e intuitiva. Os alunos desse grupo optaram em transferir do balde que continha doze litros de leite, um litro para o balde que tinha cinco litros (totalizando seis litros) e desse mesmo balde transferir também cinco litros para o balde que tinha apenas um litro (totalizando também seis litros). Do balde que tinha dez litros de leite eles transferiram quatro litros para o que estava só com dois litros. Dessa forma, eles puderam igualar a mesma quantidade de leite em todos os baldes. Ou seja, cada balde ficou com a mesma quantidade: seis litros de leite. Na figura 4, apresentamos a solução dada pelo referido grupo.

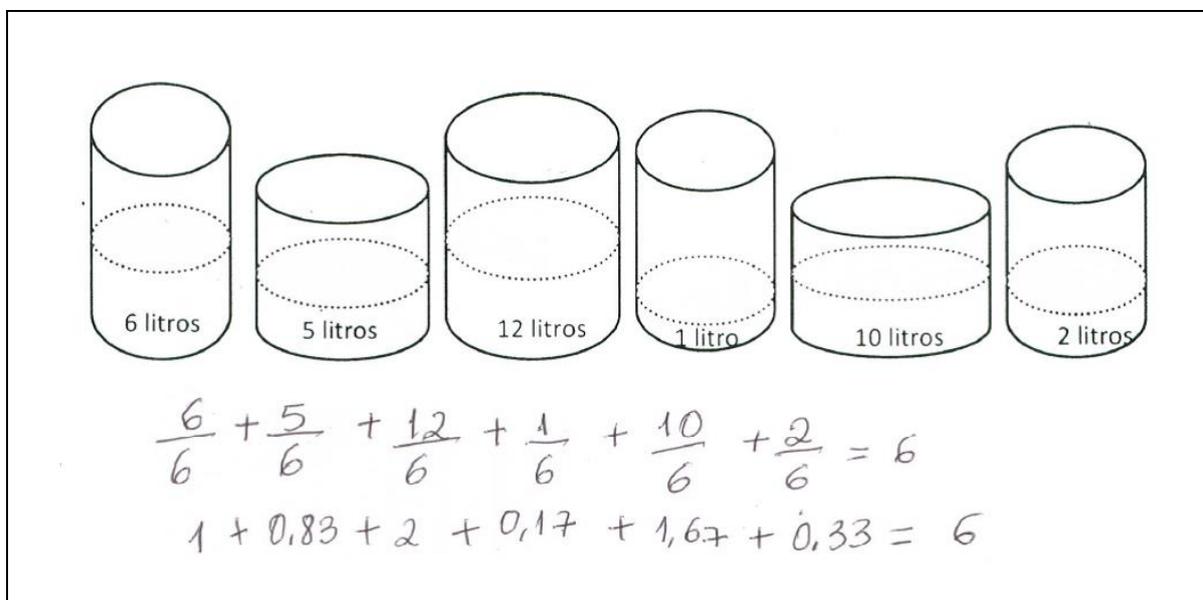
Figura 4 - Resolução apresentada pelo grupo G



Fonte: Arquivo dos pesquisadores.

Os alunos do grupo J, também, apresentaram uma resolução bastante particular e criativa. Optaram por dividir a quantidade de leite de cada balde por seis, depois somaram os resultados dessas divisões e encontraram exatamente a quantidade de leite que deveria ficar em cada balde. Essa resolução está expressa na figura 5.

Figura 5 - Resolução apresentada pelo grupo J



Fonte: Arquivo dos pesquisadores.

Para alguns alunos, esse problema foi de fácil resolução, visto que eles não tiveram dificuldades em resolvê-lo, pois já conheciam alguns procedimentos de como chegar ao resultado final. Uma atividade se constitui um problema, quando existe um real desafio para o estudante, pois o que é problema para um aluno pode não ser para outro, em função dos conhecimentos de

que cada um dispõe. Dessa forma, a atividade proposta se constituiu um problema, haja vista que nem todos os alunos tinham conhecimentos prévios para construir uma resolução.

**PROBLEMA 2:** Um professor prometeu premiar o aluno que tivesse o melhor rendimento em sua disciplina. Na turma do 3º ano A ele aplicou cinco avaliações e no 3º ano B ele fez apenas quatro. As notas dos que tiveram o melhor rendimento de cada turma estão na tabela 1.

Tabela 1 - Notas do melhor aluno de cada turma

Série	Aluno	Nota 1	Nota 2	Nota 3	Nota 4	Nota 5
3º ANO A	Maria Clara	9,0	8,5	9,5	6,5	8,5
3º ANO B	Frederico	10,0	6,5	8,5	8,0	—

Fonte: Arquivo dos pesquisadores

Baseando-se nos dados apresentados, qual dos alunos ganhará o prêmio? Explique que critérios você utilizou para resolver o referido problema.

Os grupos E, F e I utilizaram a ideia de média aritmética, sem, contudo, usar a definição ou a fórmula da média de modo direto, como podemos observar na resolução que apresentaram, conforme figura 6.

Figura 6 - Resolução apresentada pelos Grupos E, F e I

$MC = \frac{42}{5} = 8,4$  Maria Clara  
 $F = \frac{33}{4} = 8,25$   
 soma todas as notas e divide pela quant. de avaliações  
 o melhor desempenho ganha, visto que a nota será distribuída pela quant. de avaliações proporcionalmente. Por tanto no 3º Ano A a nota será dividida por 5, e no 3º Ano B a nota será dividida por 4.

Fonte: Arquivo dos pesquisadores.

A justificativa que esses grupos deram foi a de que, após somar as notas de cada aluno, deveriam distribuí-las de forma proporcional à quantidade de notas.

O grupo C também trabalhou com a ideia de rendimento, mas utilizou uma metodologia diferente dos demais grupos. A resolução apresentada por esse grupo foi muito discutida pela plenária, haja vista que construíram uma resolução bastante diferente das demais apresentadas, conforme figura 7.

Figura 7 - Resolução apresentada pelo Grupo C

$3^{\text{ano}} A \ 5^{\text{º}} - 9 + 8,5 + 9,5 + 6,5 = \boxed{33,5}$  M. Clara  
 $3^{\text{ano}} B \text{ — } 10,0 + 6,5 + 8,5 + 8,0 = \boxed{33}$  Frederico  
 $3^{\text{ano}} A \ 4^{\text{º}} - 9,0 + 8,5 + 9,5 + 8,5 = 35,5$  M. Clara  
 $3^{\text{ano}} A \ 3^{\text{º}} - 9 + 8,5 + 6,5 + 8,5 = 32,5$  M. Clara  
 $3^{\text{ano}} A \ 2^{\text{º}} - 9 + 9,5 + 6,5 + 8,5 = 33,5$  M. Clara  
 $3^{\text{ano}} A \ 1^{\text{º}} - 8,5 + 9,5 + 6,5 + 8,5 = 33$  M. Clara

Maria Clara deve ganhar o prêmio

Fonte: Arquivo dos pesquisadores

A explicação do grupo foi que eles optaram por somar as quatro notas de Frederico, obtendo um rendimento total de 33 pontos. Como Maria Clara tinha cinco notas, o grupo resolveu também aplicar o mesmo procedimento, ou seja, somaram inicialmente apenas quatro notas. Como sobrou uma nota, resolveram fazer todas as combinações possíveis tomando sempre quatro notas. Ao fazerem isso, conseguiram cinco agrupamentos diferentes. O rendimento total das notas somadas em cada agrupamento foi: 33,5; 35,5; 32,5; 33,5 e 33 pontos. O grupo observou ainda que em apenas uma das possibilidades Maria Clara obteve rendimento menor que o de Frederico. Nas outras somas, o resultado foi sempre igual ou maior que o de Frederico. Concluíram, portanto, que Maria Clara deveria ganhar o prêmio.

Durante a plenária, os alunos já emitiam as suas opiniões, concordando ou discordando com as resoluções apresentadas na lousa. Ao final, todos chegaram a um consenso: Maria Clara deveria ser a aluna premiada e o modo mais simples de tomar a decisão é calculando a média aritmética das notas de cada um dos alunos.

Após as discussões e apresentação das resoluções dos problemas pelos estudantes, fizemos a formalização dos conteúdos, retomando a definição de média aritmética e suas propriedades. Para introduzir os conceitos de moda e mediana, utilizamos uma tabela de frequência com as idades dos alunos da turma. A partir desses dados, foi possível determinar a idade média da turma, bem como a idade modal e a idade mediana.

De modo geral, os alunos não tiveram dificuldades para compreender as definições e resolver as situações-problema propostas durante a exposição da aula. Ao concluir essa etapa, os alunos receberam uma lista com novos problemas relacionados com o tema.

Com a utilização dessa metodologia, foi possível verificar os conhecimentos prévios de Estatística dos alunos e perceber suas dificuldades, assim como avaliar o envolvimento, a participação e a construção de novos conhecimentos.

### **Considerações Finais**

Neste trabalho, propusemo-nos fazer uma discussão sobre o ensino-aprendizagem de Estatística no Ensino Médio, com aporte na Resolução de Problemas. Esse tema se justifica dada a presença e importância da Estatística no cotidiano das pessoas. Além desse contexto, o conhecimento estatístico é necessário para a interpretação e compreensão da realidade atual. Acreditamos, pois, que a aprendizagem em Estatística deve contribuir para que o aluno do Ensino Médio esteja preparado para se inserir no mundo do trabalho, sendo capaz de agir como um cidadão crítico e consciente.

Nesse sentido, a atuação do professor é fundamental, para que o aluno, no processo ensino-aprendizagem, seja orientado a fazer novas descobertas, seja criativo e um resolvidor<sup>3</sup> de problemas, não só de estatística, nosso objeto de estudo, mas da vida.

A utilização dessa metodologia, junto a uma turma de alunos do IFMA – Campus Açailândia – Maranhão, revelou-se eficiente ao longo dos encontros em sala de aula. Após o cumprimento das dez etapas do roteiro proposto por Allevato e Onuchic (2014, p.35), pudemos constatar muitas vantagens nessa experiência. Dentre elas, destacamos: envolvimento maior dos alunos na sala de aula, trabalho coletivo, organização e discussão de suas ideias, maior capacidade de interpretação e de argumentação, satisfação e confiança ao conseguirem resolver um problema. Além disso, oportuniza o professor a avaliar seus alunos com outro olhar, com mediações, intervenções adequadas sem, contudo, dar uma resolução pronta.

A partir das informações levantadas por meio da aplicação dos questionários aos professores pesquisados, constatamos que, devido ao caráter interdisciplinar e discursivo da Estatística, a Metodologia de Resolução de Problemas não é praticamente conhecida nem utilizada em sala de aula. Percebemos o quanto, às vezes, é indispensável uma boa formação e preparação do docente para trabalhar com outras metodologias de ensino.

---

<sup>3</sup> Resolvedor de problemas – pessoa com habilidades em resolver problemas.

Percebemos também que muitos alunos apresentam bloqueios em relação à aplicação de novas metodologias de ensino, na maioria das vezes, eles não conseguem entender que é necessário ele próprio participar da construção de seu próprio conhecimento, sair de uma atitude passiva, em que apenas ouve e reproduz o que o professor ensina.

Além das mudanças de postura do professor como também do aluno, observamos que alguns desafios precisam ser superados ou contornados, para que, de fato, a Resolução de Problemas se torne uma prática habitual no ensino de Estatística.

A exigência para se cumprir ementas muito extensas, carga horária incompatível, salas de aula superlotadas, espaço físico que não favorece o debate de ideias e, ainda, falta de tempo disponível para o professor planejar melhor suas aulas e melhorar o seu material didático, em geral, contribuem para o fracasso escolar que se molda em nosso Estado e, por extensão, em nosso país.

No entanto, apesar das dificuldades enfrentadas no desenvolvimento desse trabalho, essa experiência foi muito positiva. A eficácia da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, a aceitação e o envolvimento dos alunos nas atividades propostas, bem como a facilidade que a turma apresentou e defendeu suas ideias foram bastante proveitosas.

Observamos também que essa metodologia de ensino adotada facilitou bastante o ensino, a aprendizagem e a avaliação dos alunos em Estatística.

## Referências

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa, et al (Orgs.). **Resolução de Problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.

BATANERO, C. Significado y Comprensión de las Medidas de Posición Central. UNO. **Revista de Didáctica de las Matemáticas**. LaRoja, n. 25, p. 41-58, 2000. Disponível em: <http://www.ugr.es>. Acesso em: 10 de maio de 2015.

\_\_\_\_\_. **Didáctica de la estadística**. Granada: Grupo de Investigación em Educación Estadística,. P. 219, 2001. Disponível em: <http://www.uruguayeduca.edu.uy>. Acesso em: 10 abr. 2015.

BERLINGHOFF, William P.; GOUVÊA, Fernando Q. **A Matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas**. Tradução de Elza Gomide, Helena Castro. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BRANDÃO, R.J.B. Formação inicial do professor de Matemática e o ensino de Estatística: contribuições para a formação de um currículo. In: **II Seminário Internacional em Educação Matemática**. São Paulo, 2009.

RASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC/SEF, 2000.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC/SEB, 2002.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares Para o Ensino Médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC/SEB, 2006.

CRESWELL, John W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Tradução Luciana de Oliveira da Rocha. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

DUARTE, Paulo César Xavier; ALMEIDA, Renato Magalhães. A educação estatística como ferramenta matemática para o ensino fundamental. **Revista Nucleus**. Ituverava, SP, v.11, n.1, p. 305-318, abr. 2014. Disponível em: <http://www.nucleus.feituverava.com.br/>. Acesso em 12 de fevereiro de 2015.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigações em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2009.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais**. Rio de Janeiro: Record, 2007.

LOPES, Celi Espasandin; MEIRELLES, Elaine. O Desenvolvimento da Probabilidade e da Estatística. In: **ENCONTRO REGIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA LEM/IMECC/UNICAMP**, 18., 2005. O Ensino de Matemática e suas práticas. São Paulo: UNICAMP, 2005. p. 01-08. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/>. Acesso em: 14 mar. 2015.

LOPES, Celi Espasandin. **O ensino da Estatística e da Probabilidade na educação básica e a formação dos professores**. Cad. Cedes, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008. Disponível em: <http://www.scielo.br>. Acesso em: 15 jan. 2015.

MEMÓRIA, José Maria Pompeu. Breve história da estatística. Brasília, DF: **Embrapa Informação Tecnológica**, 2004. Disponível em <http://www.im.ufrj.br>. Acesso em: 14 mar. 2015.

NOBRE, Sandra.; AMADO, Nélia.; PONTE, João Pedro da. A resolução de problemas com a folha de cálculo na aprendizagem de métodos formais algébricos. **Quadrante – Revista de Investigação em Educação Matemática**. Lisboa/Portugal, v. XXIV, n. 2, p. 85-109, 2015.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectiva**. São Paulo, SP: Editora UNESP, 1999.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática - BOLEMA**. UNESP, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Trad. e Adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

TRIOLA, Mario F. **Introdução à Estatística**. Tradução de Vera Regina Lima de Farias e Flores; revisão técnica de Ana Maria Lima de Farias. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

VALE, Isabel.; PIMENTEL, Teresa.; BARBOSA, Ana. Ensinar matemática com resolução de problemas. **Quadrante – Revista de investigação em Educação Matemática**, Lisboa/Portugal, v. XXIV, n.2, p. 40-60, 2015.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Trad. Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed. 2009.