A MODELAGEM MATEMÁTICA NO ESTUDO DE FUNÇÕES EXPONENCIAIS

THE MATHEMATICAL MODELING IN THE STUDY OF EXPONENTIAL FUNCTIONS

Diego Bittencourt Gonçalves[1]
Denice Aparecida Fontana Nisxota Menegais[2]

Resumo

O presente trabalho tem por finalidade relatar a experiência obtida em uma atividade de modelagem matemática realizada com uma turma regular do primeiro ano do Ensino Médio. A aplicação foi realizada em dois momentos distintos, com a primeira etapa servindo como introdução ao estudo de funções exponenciais, e em segundo momento servindo para a conclusão do estudo deste mesmo conteúdo. É importante destacar que entre os dois momentos de aplicação desta atividade a turma teve aulas envolvendo conceitos e definições sobre o assunto de forma algébrica e mais tradicional, isto é, sem o uso de situações-problema. Dessa maneira, ao final da segunda aplicação, foi possível concluir através de uma comparação de resultados quais foram os pontos positivos e negativos na construção do conhecimento desses alunos, obtidos através da utilização da modelagem matemática em momentos distintos; foi possível, portanto, observar as dúvidas, os questionamentos, os acertos e os erros em cada etapa, possibilitando, assim, um melhor foco em relação às deficiências observadas. Outro fator importante a destacar é o fato de que as situações-problema apresentadas seguem uma mesma ideia de raciocínio, mas em diferentes contextos, e são nas situações do cotidiano que despertam a curiosidade dos alunos para encontrar as possíveis soluções.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Aprendizagem; Funções Exponenciais.

Abstract

This paper aims to report the experience obtained in an activity of mathematical modeling performed in a regular class on junior year of high school. It was applied at two different stages. The first stage served as an introduction to the study of exponential functions, and the second stage to complete the application. Between the two stages of the study, the students took classes based on concepts and definitions of the subject by a more traditional and algebraic way, without the practice. Thus, the end of the second application, it may be concluded through a comparison of results there were positive and negative points in the construction of knowledge that these students obtained through the use of the mathematical modeling at different times; Therefore, it was possible to observe the doubts, the questions, the successes and mistakes at every step, being possible to enable a better focus in relation to the observed deficiencies. An important factor to be noted is the fact that the problem situations presented followed the same idea of reasoning, but in different contexts, also the idea that everyday situations collaborate to student's curiosity to work on possible solutions.

Keywords: Mathematical Modeling; Learning; Exponential functions.

[1] Aluno do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA)
[2] Professora Adjunta do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA)

Introdução

O ensino de Matemática constitui-se de um processo altamente complexo e diversas estratégias estão sendo criadas para melhorar a aprendizagem dos alunos nas escolas. Uma destas estratégias é a Modelagem Matemática, que visa, principalmente, traduzir situações do nosso cotidiano em modelos e expressões matemáticas, facilitando, assim, o entendimento do que é estudado. De acordo com Biembengut e Hein (2007), a Modelagem Matemática trata-se da arte de expressar, por intermédio de linguagem matemática, situações-problemas de nosso meio. Isto já vem de épocas primitivas, pois era com modelagem que os antigos povos resolviam seus problemas do dia a dia. Bassanezi (2004) afirma que um modelo matemático é uma coleção precisa de expressões matemáticas, que descreve situações e fenômenos em qualquer área de conhecimento, seja exata, humana ou mesmo outro modelo matemático, ou seja, um modelo corresponde matematicamente algum fato até então abstrato.

Nosso objetivo, neste artigo, é incentivar os professores do Ensino Médio a introduzir o conteúdo de Função Exponencial utilizando a modelagem matemática de problemas do mundo real. Dessa forma, queremos conscientizar os docentes da importância em concretizar aspectos abstratos com seus alunos, fazendo estes compreender as diferenças, por exemplo, entre crescimento proporcional e exponencial de forma concreta, desde o primeiro contato com o assunto. A modelagem, como introdução de determinado conteúdo, acaba com questionamentos recorrentes de todo aluno, como por qual razão estudar isso ou aquilo, em que circunstância vai ser usada aquela matemática, ou o que é o tal "x" da questão, ou seja, as perguntas serão automaticamente respondidas ao se pensar em soluções para os problemas apresentados. A Matemática vai ser uma ferramenta para chegar a um resultado satisfatório, será ela a solução e não o problema, e, assim, essa área do conhecimento terá sentido. De acordo com Biembengut (2007), a modelagem de problemas, apesar dos seus desafios, tem chamado a atenção dos envolvidos com a educação matemática, tem fornecido novos métodos de ensino e como consequência, tem causado reformulações no currículo. Além disso, esses novos elementos tem auxiliado no desenvolvimento das potencialidades dos alunos, tornando estes mais capazes de pensar criticamente e menos dependentes dos seus educadores.

Outro fator importante que a modelagem propicia é a aplicação do saber matemático de cada um, ou seja, a representação do modelo será determinada diretamente pelo tanto que se sabe e do que se pode utilizar; será a confirmação daquela matemática que o sujeito apropriou-se e isso é muito importante. No entender de Granger (1969 apud BIEMBENGUT & HEIN, 2003, p. 11), o modelo é uma imagem que se forma na mente, no momento em que o espírito racional busca compreender e expressar de forma intuitiva uma sensação, procurando relacioná-la com algo já conhecido, efetuando deduções. Este "algo conhecido", certamente, é aquilo de que já nos apropriamos. Assim, a modelagem constitui-se num dos ramos mais significativos da Matemática, pois torna possível a interpretação de inúmeras situações do mundo real, desde fatos relativamente simples, envolvendo matemática elementar, quanto outros, envolvendo tópicos mais avançados. Esse método possibilita ao aluno a interpretação, a tomada de decisão, a pesquisa e muitos outros aspectos, concedendo, principalmente, a experiência de ter trabalhado com algo concreto e de sentido real.

Desenvolvimento

Aplicamos a atividade em uma turma de 1º ano do Ensino Médio, com alunos em idade regular e sem alunos repetentes, isto é, os conteúdos que foram trabalhados nestas aplicações eram inéditos até então para esses alunos. O grupo de alunos analisados participou ativamente do desenvolvimento destas atividades, sugerindo e questionando cada passo na modelagem dos problemas que foram apresentados.

É importante destacar que seguimos um modelo indutivo em nossas aplicações, pois a partir de constatações dos próprios discentes, concretizamos algo abstrato e puramente matemático. Seguimos inicialmente com situações do mundo real a serem debatidas, elaboramos um modelo, estudamos os conceitos matemáticos e aplicamos novamente uma situação problema, o que nos deu a oportunidade de avaliar o desenvolvimento e entendimento dos alunos a respeito do tema abordado.

A realização da atividade deu-se em dois momentos distintos em um intervalo de duas semanas: na primeira parte foi apresentada uma situação-problema que deveria culminar com uma expressão matemática, representando uma função exponencial. Na última parte, uma atividade semelhante à primeira, porém com um contexto diferente. Entre as duas aplicações, o conteúdo de funções exponenciais foi ministrado à turma. Seguem-se as atividades.

A primeira situação-problema e seus resultados

De acordo com Meyer (2011), a primeira ação a se fazer para se trabalhar com modelagem é reconhecer a existência de um problema real, no sentido de ter um significado para os alunos e que esteja em seu cotidiano. Em nosso exemplo: o prêmio de um real (R$ 1,00) ganho e que dobraria a cada dia, levando o prêmio a um crescimento exponencial. Na última atividade, os grãos de milho no tabuleiro de xadrez.

Com o objetivo de introduzir o conteúdo de função exponencial, foi proposta a seguinte atividade aos alunos.

Você ganhou um prêmio em que a cada dia você ganha o dobro do que você tinha no dia anterior. Hoje é o primeiro dia de receber e você somou R$ 2,00. Quanto você terá no 5º dia? E no 10º dia?

Resposta esperada: espera-se que o aluno pense naturalmente e vá duplicando o dinheiro que tem a cada dia, totalizando R$ 32,00 no 5º dia e R$ 1024,00 no 10º dia.

Resposta mais recorrente: todos os alunos responderam corretamente esta tarefa, o que indica que houve entendimento do que estava sendo proposto. Alguns foram naturalmente duplicando as quantidades em dinheiro, sem a multiplicação, isto é, apenas dobraram o valor, como, por exemplo: hoje tenho dois reais, amanhã quatro reais, depois oito, e assim sucessivamente. Outros foram apenas multiplicando tudo por dois, ou seja, de outra maneira chegaram à mesma conclusão, o que também está correto. Estas duas formas foram discutidas em sala de aula e chegamos a um consenso de que eram válidas.

Resposta menos recorrente: não houve respostas fora de contexto ou equivocadas em relação ao que se esperava.

Avaliação geral: os alunos entenderam corretamente o enunciado, a situação-problema, dando respostas coerentes e matematicamente corretas.

Erros matemáticos: não houve erros matemáticos significativos, apenas o esquecimento de que se trabalhava com a moeda Real (R$), que foi representada quase que de forma unânime apenas pelos números 2 e 4, quando deveria ser representada por R$ 2,00 e R$ 4,00.

a) *Represente através de uma* ***tabela*** *os dias e quanto você terá em cada um deles: (dica: enumere os dias)*

Resposta esperada:

Dia	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R$	1,00	2,00	4,00	8,00	16,00	32,00	64,00	128,00	256,00	512,00	1024,00

Resposta mais recorrente:

Dia	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R$	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

Todos os alunos responderam corretamente esta questão. Alguns enumeraram o dia 0, outros começaram do dia 1.

Resposta menos recorrente: não houve respostas fora de contexto ou equivocadas em relação ao que se esperava.

Avaliação geral: o resultado foi muito satisfatório e a tabela foi montada de maneira correta. Alguns alunos tiveram dúvidas apenas para começar a questão, mas com um exemplo dado no quadro todos conseguiram completar a tarefa.

Erros matemáticos: Não houve erros significantes nesta tarefa. Alguns alunos fizeram a tabela na horizontal e outros na vertical. Expliquei que as duas maneiras estavam corretas e que cada um escolheria o modo que mais lhe facilitasse os cálculos.

b) *Decomponha em **fatores primos** o valor em dinheiro que você tem em cada dia:*

Resposta esperada:

Dia	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R$	1,00	2,00	4,00	8,00	16,00	32,00	64,00	128,00	256,00	512,00	1024,00
Fatores	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}

Resposta mais recorrente:

1	2^0
2	2^1
4	2^2
8	2^3
16	2^4
32	2^5
64	2^6
128	2^7
256	2^8
512	2^9
1024	2^{10}

Resposta menos recorrente: não houve respostas erradas ou muito diferentes da média. Os erros considerados foram os de 4 alunos que simplesmente não souberam responder a questão, mesmo após a explicação de alguns conceitos, citados no item abaixo, "Erros matemáticos".

Avaliação geral: dos 18 alunos participantes da atividade, 14 responderam a questão de forma correta.

Erros matemáticos: os alunos não se lembraram do assunto "decomposição em fatores primos", então foi necessária uma revisão sobre o assunto, o que durou aproximadamente dez minutos. Além disso, foi mostrado como esses números eram representados em forma de potência, como, por exemplo: decomponha o número 36 em fatores primos.

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ & \end{array}$$

$1 \mid 2^2 . 3^2$

Após esse exemplo e algumas dúvidas sanadas, os alunos continuaram sem grandes problemas com a resolução da questão.

c) *Percebe alguma semelhança entre os* ***dias*** *e os* ***expoentes*** *dos fatores que foram decompostos? Explique com suas palavras:*

Resposta esperada: os alunos foram orientados a responderem essa questão com aquilo que pensaram sobre ela, cada um com suas palavras e sem formalidades matemáticas. O esperado era que eles, de alguma maneira, percebessem que os expoentes das potências encontradas após a decomposição em fatores primos eram iguais aos respectivos dias.

Respostas mais recorrente: "os expoentes são iguais aos dias", "o expoente é o dia", "os dias têm o mesmo número dos expoentes".

Resposta menos recorrente: "sim, eles seguem uma sequência que aumenta conforme o dia e o expoente também".

Avaliação geral: os alunos conseguiram identificar a relação do dia com o expoente dos fatores que foram decompostos. Eles perceberam imediatamente que conforme o valor do dia, o dinheiro que eles teriam seria o número 2 elevado à potência semelhante ao número desse dia. Após algumas discussões e constatações, percebi que os alunos estavam prontos para a última etapa da atividade, que era representar todo esse pensamento de forma matemática através de algum tipo de função. Pedi que eles pensassem no valor em reais, isto é, "R$" como sendo "f(x)", e que os dias fossem trocados de "d" para "x". Sugeri que eles refletissem e me dessem alguma representação na forma f(x) igual a alguma coisa.

Erros matemáticos: não houve erros significativos nessa questão. A semelhança entre o dia e o expoente dos fatores foi o tema principal nas respostas observadas.

d) *Represente em forma de* ***função*** *a situação-problema apresentada: (dica: use* ***x*** *para os dias e* ***f(x)*** *para o dinheiro que você terá no dia x):*

Resposta esperada: $f(x) = 2^x$

Resposta mais recorrente: $f(x) = 2^x$

Resposta menos recorrente: $f(x) = 2^{10}$

Avaliação geral: o resultado foi imediato quando solicitei a troca de "R$" por "f(x)" e "d" por "x", pois 16 dos 19 alunos responderam corretamente a questão após essa dica que foi dada.

Erros matemáticos: alguns alunos representaram a resposta como para um único dia, como, por exemplo, $f(x) = 2^{10}$, e não em termos gerais. Isso foi assunto de conversa e chegamos a um consenso de que deveria mesmo ser $f(x) = 2^x$, em que "x" seria o dia sobre o qual quiséssemos saber o valor em reais que teríamos. A ideia de função ficou clara nessa questão. Ao final das discussões, apresentei aos alunos o que era uma Função Exponencial.

As definições e conceitos de função exponencial

A primeira atividade serviu para introduzir a ideia de Funções Exponenciais. Através de uma modelagem matemática, como uma situação-problema do nosso cotidiano, ficou evidente o que essas funções representavam. Após isso, as próximas aulas seguiram com a definição, a construção dos gráficos a partir de tabelas e com demais conceitos que envolvem o conteúdo. Foram propostos muitos exercícios de gráficos, função crescente e decrescente, sempre destacando a variação do expoente, como ocorreu em nossa atividade introdutória.

É importante destacar que o conteúdo fluiu normalmente e sem muitas interrupções. A potenciação utilizada para a resolução dos exercícios causou um pouco de dúvida no início da resolução destes, mas logo foi dominada pela turma como um todo. Apenas algumas ideias, como domínio e imagem, tiveram que ser mais trabalhadas, visto que existiam dificuldades anteriores. Diante disso, consideramos que a modelagem foi uma boa opção para a compreensão desse novo conteúdo, ou seja, quando era falado em variação do expoente, logo os alunos lembravam-se da "atividade do dinheiro" que haviam feito antes de estudar as funções exponenciais propriamente ditas.

A segunda situação problema e seus resultados

Figura 1: A Lenda do Xadrez e a Potenciação

A LENDA DO XADREZ E A POTENCIAÇÃO

O xadrez é um dos jogos mais antigos do mundo. Diz uma lenda que ele foi inventado, há muitos séculos, na Índia. Foi aí que o rei o Rei Sheram, entusiasmado com o novo jogo, resolveu recompensar Sessa, que era professor e o inventor do xadrez.

"- *Eu desejaria recompensar-te pelo teu maravilhoso invento*", disse o rei, cumprimentando Sessa. "- *Gostaria de satisfazer o teu mais caro desejo*", continuou o rei.

Sessa, na sua humildade, disse: "- *Majestade, eu gostaria de receber um grão de trigo pela primeira casa do tabuleiro do xadrez, dois grãos pela segunda casa, quatro grãos pela terceira casa, oito grãos pela quarta, e assim sucessivamente, até completar as 64 casas*".

Admirado e até mesmo irritado pelo pedido tão modesto, o Rei Sheram solicitou aos seus sábios que calculassem o número de grãos e ordenou aos seus criados que entregasse em um saco a recompensa pedida por Sessa.

No dia seguinte, o rei escutou apavorado um dos sábios dizer qual era esse número:

18 446 744 073 709 551 615 (total de grãos)

Só para tu teres uma ideia de o quanto esse número é grande, basta dizer que, se fosse plantado trigo em toda a face da Terra, iria demorar alguns séculos para produzir esse número de grãos!

Fonte: O Homem que Calculava – Malba Tahan

a) *Represente as primeiras cinco casas do tabuleiro, cada uma por uma potência, sabendo que era 1 grão para a primeira, 2 para a segunda, 4 para a terceira, 8 para a quarta e assim sucessivamente:*

Resposta esperada: 1ª casa: 2^0, 2ª casa: 2^1, 3ª casa: 2^2, 4ª casa: 2^3, 5ª casa: 2^4

Resposta mais recorrente: representaram os grãos em potência, o que também está certo, conforme os dados a seguir: $2^0 = 1,\ 2^1 = 2,\ 2^2 = 4,\ 2^3 = 8,\ 2^4 = 16$.

Resposta menos recorrente: outra resposta correta é esta a seguir: $1 = 2^0 = 1,\ 2 = 2^1 = 2,\ 3 = 2^2 = 4,\ 4 = 2^3 = 8,\ 5 = 2^4 = 16$. Obviamente, o primeiro número de cada relação é a representação da casa do tabuleiro. Esta resposta foi dada por dois alunos e foi comentada com a turma.

Avaliação geral: esta primeira atividade assemelha-se à letra "b" da primeira atividade e foi muito bem executada pelos alunos. Alguns até comentaram que o trabalho estava muito fácil.

Erros matemáticos: alguns alunos não representaram a casa número 1 do tabuleiro, assim como o homem teria 1 grão pela potência 2^0.

b) *Você consegue relacionar a ideia de* ***função exponencial*** *com esse problema? Explique com suas palavras:*

Resposta esperada: resposta pessoal do aluno.

Resposta mais recorrente: o número de grãos aumenta conforme a casa do tabuleiro.

Resposta menos recorrente: o expoente está aumentando sucessivamente.

Avaliação geral: explicar algo com as próprias palavras ainda é uma tarefa complicada para os alunos. É notável o receio que eles têm de responder algo errado, ou seja, é preciso trabalhar isso com eles, visto que o erro é possível e necessário e que a tentativa é fundamental, pois esse é o caminho para o desenvolvimento das habilidades de cada um. Conversamos a respeito disso com eles e pedimos para que tentassem responder, mesmo que errado, sobre o que eles pensavam e que ideias tinham sobre a questão. O que nos surpreendeu foi que muitos responderam corretamente e uma resposta chamou-nos a atenção: uma aluna escreveu que o número de grãos cresce exponencialmente e a cada casa que aumenta dobra o número de grãos em relação à casa anterior, o que consideramos ser a melhor resposta de todas.

Erros matemáticos: poucos alunos responderam de forma equivocada e tiveram pensamentos lineares em relação à variação do número de grãos. Perguntamos a alguns deles: se na 4ª casa tenho 8 grãos, vamos ter quantos na 8ª? Alguns prontamente responderam 16, ou seja, a ideia de crescimento exponencial ainda não estava clara. Diante disso, explicamos à turma que não utilizassem de forma alguma regra de três ou proporções para resolverem exercícios de funções exponenciais.

c) *Como poderemos representar esse problema em termos de* ***FUNÇÃO****?*

Resposta esperada: $f(x) = 2^{x-1}$

Resposta mais recorrente: $f(x) = 2^x$

Resposta menos recorrente: todos responderam conforme o item anterior.

Avaliação geral: esse foi a tarefa que exigia maior percepção na relação entre a casa do tabuleiro e o expoente obtido na decomposição em fatores primos de cada quantidade de grão das casas do tabuleiro. Era necessário perceber que a casa do tabuleiro era um número maior do que este expoente das potências obtidas e isto não foi observado por nenhum dos alunos participantes.

Erros matemáticos: novamente destacamos que não foi percebida a relação da casa do tabuleiro com o expoente das potências que representava a quantidade de grãos em cada uma delas.

d) *Como você representaria a quantidade de grãos de milho da casa número 64 do tabuleiro?*

Resposta esperada: $f(64) = 2^{63}$

Resposta mais recorrente: 2^{64}(10 alunos de 15)

Resposta menos recorrente: 2^{63}(5 alunos de 15)

Avaliação geral: é importante que apesar de não perceber a relação na representação da função que descreve o problema, um terço dos alunos, por questões lógicas e raciocínio, respondeu corretamente esta última questão, os outros dois terços seguiram com suas convicções e responderam erroneamente. Ressaltamos que o erro foi totalmente compreensível e a correção foi feita após o término do tempo dado para a realização da atividade.

Erros matemáticos: representação equivocada da função: em vez de $f(x) = 2^{x-1}$, muitos responderam $f(x) = 2^{x}$.

Principais questionamentos e dúvidas

Na primeira atividade foi necessário relembrar alguns conceitos, como a decomposição de números em fatores primos e depois representá-los em forma de potência. A ideia de função não estava clara aos discentes, então foi necessário abordar alguns aspectos, como variáveis dependente, independente, assim como a correspondência entre elas e dos pares ordenados originados por essa relação. Dessa forma, mais uma vez destaca-se a importância da modelagem, pois ela permitiu a retomada de alguns conteúdos, e não só, mas também foi possível ao aluno entender a importância desse conteúdo retomado para a resolução do problema atual.

Uma comparação entre as duas aplicações

A ideia principal contida nessas atividades foi o crescimento exponencial. O resultado da segunda aplicação foi sensivelmente melhor e serviu principalmente para a consolidação da ideia de Função Exponencial. Além disso, destacamos que a segunda atividade foi realizada sem o nosso auxílio, ou seja, os alunos receberam a tarefa e tiveram de pensar individualmente nas soluções. Ao passar nas carteiras, ficou evidente a atenção e o empenho que eles estavam dedicando para a resolução destas atividades, o que consideramos como um dos pontos positivos do presente trabalho. Na primeira aplicação, o principal obstáculo dos alunos foi a decomposição dos números em fatores primos e alguns outros conceitos de Matemática elementar que estavam esquecidos, bastando uma breve revisão para que a atividade prosseguisse normalmente. Já na segunda prática, o principal problema foi a interpretação de uma das questões da tarefa, isto é, os conceitos matemáticos estavam consolidados e existia uma grande confiança por parte dos alunos para a realização das atividades propostas; uma mudança, porém, que fizemos em relação à primeira aplicação causou esses erros de interpretação que citamos.

Nas duas situações, chegamos a modelos matemáticos que representavam as situações problema, resultado esse que empolgou os alunos, visto que o sentido daquele novo conteúdo havia sido entendido, ou seja, o aluno agora podia dizer a seguinte frase: "eu sei para que serve a função exponencial e que tipo de fenômeno ou situação ela poderá representar". No entender de Chaves e Espírito Santo (2004), Modelagem Matemática é um processo que transforma, uma situação/questão escrita na linguagem corrente e/ou proposta pela realidade, em linguagem simbólica da matemática, fazendo aparecer um modelo matemático que, por ser uma representação significativa do real, se analisado e interpretado segundo as teorias matemáticas, devolve informações interessantes para a realidade que se está questionando. Dessa maneira, acreditamos que os alunos compreenderam a matemática de uma forma mais significativa, fato este comprovado na evolução dos alunos após as atividades que foram aplicadas.

Considerações finais

Acreditamos que a finalidade do presente trabalho foi cumprida, ou seja, os alunos construíram seu conhecimento através da modelagem matemática, desenvolvendo um modelo para representar uma situação-problema que lhes apresentamos. Por um lado, havia arestas envolvendo matemática elementar que necessitavam ser cobertas, o que a atividade também proporcionou. Foi possível estudarmos potenciação, decomposição de números em fatores primos, entre outros conceitos matemáticos, assim como identificar onde estavam as dificuldades e, dessa maneira, atender, de maneira, específica o conteúdo que estava pendente e não dominado. Por outro lado, os estudantes pesquisaram, buscando soluções, isto é, houve um esforço para encontrar alternativas de solução. Houve discussões, erros e acertos, e acreditamos que desta forma os aprendizes apropriaram-se dos conteúdos, desenvolvendo, criando e verificando, ao final, os equívocos e os acertos. O método de estudo com modelagem permitiu o surgimento de muitas ideias, uma vez que foi discutido sobre o que se adequava à nossa situação-problema e o que não se adequava, bem como os motivos da aceitação ou não da ideia. Os alunos foram ouvidos, foram ativos durante todo o tempo na pesquisa de soluções, ou seja, eles foram e sentiram-se importantes nessa atividade. Sugerimos que cada atividade fosse iniciada com um "bate-papo" sobre o tema da questão. Como afirma Biembengut (2007), essa conversa sem formalidades e suas respostas nos auxiliam na função de mediadores das discussões e é possível avaliar o que cada aluno conhece sobre o tema estudado e quanto está se dedicando a atividade. Além disso, esse aluno torna-se também responsável pelas possíveis soluções a serem encontradas na resolução dos problemas e da mesma forma, responsável pelo aprendizado de todos da turma.

Portanto, a modelagem matemática foi uma excelente estratégia para o ensino de Funções Exponenciais, visto ser possível trabalhar situações do cotidiano e eliminar os questionamentos comuns dos alunos atuais; eles souberam identificar a utilidade e a aplicação dessa matemática, fazendo comparações com outras matemáticas e dando os primeiros passos para o desenvolvimento de seu pensamento lógico. Acreditamos que para criarmos cidadãos pensantes e capazes de tomarem decisões, seja necessário treinar os alunos desde cedo a pensar desta forma, por isso a modelagem matemática vem a ser um excelente caminho. As palavras de Biembengut (2007) nos dizem que a modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este modelo não necessariamente deve ser algo matemático, mas algo que envolva raciocínio, intuição e criatividade. Interpretar o contexto do que se quer modelar exige conhecimento de várias ferramentas e dessas ferramentas deve-se escolher aquela que melhor traduz de forma clara e precisa o fenômeno ou processo em questão. Deve-se ter bom senso lúdico para manipular as variáveis envolvidas.

Assim, estaremos dando sentido àquilo que ensinamos e, dessa forma, os alunos também verão utilidade nos conteúdos que estudam. Dessa maneira, formaremos indivíduos críticos e ativos na sociedade, pessoas capazes de tomar decisões, o que colabora para que o nosso papel de professor seja bem cumprido.

Referências

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino.** Editora Contexto: São Paulo, 2007.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S.. **Modelagem em Educação Matemática**. Editora Autentica: Belo Horizonte, 2011.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 2 ed. São Paulo: Contexto, 2004.

CHAVES, M. I. A; ESPÍRITO SANTO, A.O. **Um modelo de modelagem matemática para o Ensino Médio**. In: Anais do VII Congresso Norte/Nordeste de Educação em Ciências e Matemática, Belém, 8 a 11 de dez. 2004.