

O USO DE CONSTRUÇÕES MANUAIS E DO SOFTWARE POLY PRO NO ESTUDO DE POLIEDROS

STUDYING POLYHEDRA WITH MANUAL RESOURCES AND WITH POLY PRO SOFTWARE

André Tenório¹
Daniele Vidal de Aguiar²
Thaís Tenório³

Resumo

Nas escolas brasileiras são frequentes dificuldades de aprendizagem em Geometria. Uma opção para tentar aprimorar o ensino do conteúdo é inserir métodos alternativos, o que torna interessante estudá-los. Nesta pesquisa, o objetivo foi comparar o uso de construções manuais e o emprego do software de geometria dinâmica Poly Pro na aprendizagem de poliedros. A metodologia adotada requereu a participação de duas turmas de 2ª série do Ensino Médio, ambas de uma mesma escola estadual no Rio de Janeiro. Primeiramente, aulas do conteúdo de poliedros, exercícios e pré-testes idênticos foram ministrados a ambas as turmas. Então uma turma recebeu um reforço pedagógico baseado na modelagem de poliedros de Platão com canudos e barbante. Na outra, o reforço foi embasado no uso do software Poly Pro. Então, ambas realizaram um pós-teste idêntico, com nível de dificuldade similar ao pré-teste. Depois, cada aluno respondeu a um questionário de percepções sobre as aulas ministradas. Por meio das notas obtidas no pré-teste e no pós-teste, a evolução dos desempenhos foi comparada e os dois métodos de reforço mostraram-se equivalentes, estatisticamente. Nas duas turmas, os alunos afirmaram ter gostado mais do ensino-aprendizagem com recursos interativos frente ao expositivo. Segundo a percepção do docente, eles se mostraram motivados e interessados nas aulas de reforço devido aos métodos de ensino. As dificuldades de aprendizagem mais comuns, reconhecidas a partir da análise da resolução das questões, envolveram deficiências no aprendizado de Geometria do Ensino Fundamental, em cálculos algébricos e na contagem de vértices, arestas e faces dos poliedros.

Palavras-chave: Geometria espacial. Poliedros. Construção manual. Poly Pro.

Abstract

In Brazilian schools, it is often the difficulty of learning in Geometry. One option to improve the teaching content is the inclusion of alternative approaches, which makes interesting to study them. In this work, the objective was to compare using hand construction and dynamic geometry software Poly Pro in polyhedra learning. The methodology required the participation of two High School classes, both of the same public school in Rio de Janeiro. First, lectures about polyhedral, exercises and pre-tests were taught to both classes. So one class received a pedagogical support based on Platonic solids modeling with straws and string. The other class used Poly Pro software to support the learning. Therefore, both groups did the same post-test, with similar difficulty level of pre-test. Then, each student answered a questionnaire on perceptions of the lectures given. From grades obtained in the pre-test and post-test, changes in academic performance was compared and the two pedagogical resources shown to be equivalent, statistically. In both classes, students liked more of the teaching-learning with interactive resources that with traditional lectures. According to the teacher perception, students were more motivated and interested in content due to renewed teaching practices. The most common learning difficulties, recognized from the analysis of the exercises, involved deficiencies in basic geometry, in algebraic calculations and in the count of vertices, edges and faces of polyhedra.

Keywords: Space geometry. Polyhedra. Manual resource. Poly Pro.

¹ Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro (IFRJ). Colaborador do Laboratório de Novas Tecnologias da Universidade Federal Fluminense (LANTE/UFF/CECIEJ/UAB).

² Especialista em Novas Tecnologias no Ensino de Matemática. Professora da Secretária de Educação do Estado do Rio de Janeiro (SEEDUC-RJ).

³ Colaboradora do Laboratório de Novas Tecnologias da Universidade Federal Fluminense (LANTE/UFF/UAB)

Introdução

Dificuldades de aprendizagem são comuns durante o estudo de Geometria (FERREIRA; DIAS; SOUZA, 2010; SILVA; MOITA, 2010; FERREIRA; BARROS, 2013). E, em geral, muitas se originam dos obstáculos em relacionar o conteúdo ao cotidiano e em visualizar figuras geométricas (ROCHA; ACHEGAUA; CARRIJO, 2012).

Em Geometria, a visualização seria o aluno reconhecer uma figura a partir de sua observação e da análise de suas características (SCHIRLO; SILVA, 2009; GRIGOROVSKI; CARVALHO, 2012). Para isso, é preciso desenvolver habilidades como identificar o formato de figuras, conhecer suas propriedades matemáticas e relacionar e diferenciar figuras semelhantes.

Na Geometria Plana, o desenho é um método facilitador da aprendizagem (SCHMIDT, 2008). Porém, na Geometria Espacial, esse método, apesar de induzir a participação, nem sempre ajuda o aluno, pois poucos possuem habilidades de desenho e as figuras desenhadas apresentam duas dimensões (ROCHA; ACHEGAUA; CARRIJO, 2012). Por isso, é comum o professor lançar mão de materiais concretos (ROCCO; FLORES, 2008; PEREIRA, 2011; ROCHA; ACHEGAUA; CARRIJO, 2012) e de softwares de geometria dinâmica (FANTI; KODAMA; NECCHI, 2007; RANZAN, 2010; MIALICH, 2013) para alcançar algumas das habilidades propostas nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, dispostas a seguir.

Geometria espacial: elementos dos poliedros, sua classificação e representação; sólidos redondos; propriedades relativas à posição: intersecção, paralelismo e perpendicularismo; inscrição e circunscrição de sólidos.

- Usar formas geométricas espaciais para representar ou visualizar partes do mundo real, como peças mecânicas, embalagens e construções.
- Interpretar e associar objetos sólidos a suas diferentes representações bidimensionais, como projeções, planificações, cortes e desenhos.
- Utilizar o conhecimento geométrico para leitura, compreensão e ação sobre a realidade.
- Compreender o significado de postulados ou axiomas e teoremas e reconhecer o valor de demonstrações para perceber a Matemática como ciência com forma específica para validar resultados. (BRASIL, 2002, p. 122)

O foco do presente estudo foi a análise de dois métodos aproveitados no ensino-aprendizagem de poliedros. O objetivo foi avaliar e comparar os efeitos na aprendizagem de duas formas de abordar o conteúdo de poliedros, uma com o uso de construções manuais a partir de material concreto e outra com o software educativo Poly Pro. As perguntas norteadoras da pesquisa foram:

- Quais os efeitos de empregar construções manuais no estudo de poliedros?
- Quais os efeitos de empregar o Poly Pro no estudo de poliedros?

- É melhor usar materiais concretos ou um software educativo para explorar o conteúdo de poliedros?

Não foram encontrados dados sistemáticos sobre os efeitos desses métodos no ensino-aprendizagem de poliedros, nem trabalhos semelhantes ao proposto, o que torna a pesquisa interessante.

Revisão da literatura

O emprego de métodos alternativos para o ensino-aprendizagem de Geometria Espacial é um tema recorrente de estudos (FANTI; KODAMA; NECCHI, 2007; ROCCO; FLORES, 2008; SCHIRLO; SILVA, 2009; RANZAN, 2010; PEREIRA, 2011; GUEDES; CARVALHO, 2012; ROCHA; ACHEGAUA; CARRIJO, 2012; MIALICH, 2013). Segundo Schirlo e Silva (2009), independentemente do método escolhido é importante partir de conhecimentos prévios dos alunos, como aqueles adquiridos em Geometria Plana. Para Rocco e Flores (2008) e Pereira (2011), ao debater Geometria Espacial, materiais concretos enriqueceriam as aulas por motivarem os alunos. Já para Rocha, Achegaua e Carrijo (2012), esses recursos despertariam a criatividade e levariam à aprendizagem ao proporcionar uma visão tridimensional, o que permitiria a identificação e planificação dos sólidos.

Outros fatores positivos das construções manuais com materiais concretos seriam a indução da socialização, da colaboração e da troca de conhecimentos (ROCHA; ACHEGAUA; CARRIJO, 2012; SILVA, 2012). Esses materiais serem de baixo custo e de fácil aquisição são outros aspectos positivos (SILVA, 2012). Por exemplo, Trindade e Santos (2010) usaram embalagens como de creme dental, de sabonete, de remédio e outras para atividades de construção e planificação de poliedros. Já Pompéia (2008) e Caetano (2013) empregaram garrotes e varetas para construir poliedros.

Modelos tridimensionais de sólidos também podem ser construídos com emprego de softwares de geometria dinâmica. Para Silva e Moita (2010), esses permitiriam explorar propriedades e investigar conceitos geométricos de modo rápido.

Estudos destacaram benefícios em usar softwares no ensino-aprendizagem de Matemática (SCHMIDT, 2008; FERREIRA; DIAS; SOUZA, 2010; SILVA; MOITA, 2010; GUEDES; CARVALHO, 2012; FERREIRA; BARROS, 2013; XAVIER; TENÓRIO; TENÓRIO, 2014; TENÓRIO; RIBEIRO; TENÓRIO, 2016). Contudo, pesquisas sobre o emprego do Poly Pro são infrequentes (FANTI; KODAMA; NECCHI, 2007; RANZAN, 2010; MIALICH, 2013).

De acordo com esses autores (FANTI; KODAMA; NECCHI, 2007; RANZAN, 2010; MIALICH, 2013), o Poly seria capaz de dinamizar as aulas e melhorar a identificação de

características e propriedades de figuras geométricas por permitir revolucionar, girar e planificar os sólidos.

[...] com o Poly, podem-se manipular sólidos poliédricos no computador de várias maneiras para produzir modelos tridimensionais, permitindo a visualização de sólidos “fechados” sendo gradativamente “abertos”, até que sejam obtidas as planificações dos mesmos, também atrai a atenção do usuário por apresentar os sólidos bem coloridos. (RANZAN, 2010, p. 39-40).

O Poly Pro é gratuito, tem uma interface simples e fácil manuseio, mas não apresenta versão em português. Seus principais benefícios ao explorar Geometria Espacial seriam possibilitar ao aluno uma análise geral dos elementos dos sólidos, determinar com exatidão o número de vértices, faces e arestas e ajudar na verificação da relação de Euler (MIALICH, 2013).

Metodologia

Na pesquisa foi investigada a influência de construções manuais e do software Poly Pro bem como qual seria o melhor método para o ensino-aprendizagem de poliedros. A coleta de dados ocorreu em 2014 e os sujeitos da pesquisa foram 58 alunos entre 15 e 20 anos de duas turmas da 2ª série do Ensino Médio regular noturno de uma escola pública do estado do Rio de Janeiro.

O conteúdo abordado foi poliedros, suas planificações e a relação de Euler, conforme aludido pelo Currículo Mínimo (RIO DE JANEIRO, 2012).

Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações;
Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema (Relação de Euler);
Identificar e nomear os poliedros regulares (RIO DE JANEIRO, 2012, p. 17).

A aplicação da pesquisa, feita por um dos autores, na época, professor da turma, envolveu cinco etapas:

1. Aulas expositivas ministradas em sala, desenho de alguns poliedros e resolução individual de questões (duração de 400 minutos) – igual para ambas as turmas;
2. Pré-teste individual (duração de 100 minutos) – igual para ambas as turmas;
3. Reforço pedagógico (duração de 500 minutos) – distinto para as turmas.

Em uma, denominada turma de construções manuais, 29 alunos dispostos em grupos de até quatro componentes construíram cinco poliedros com canudo e linha – tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro. Cada grupo recebeu uma cópia do roteiro de construções com atividades baseadas nos trabalhos de Kaleff e Rei (1995) e Brito e Santos (2011). Segundo

Trindade e Santos (2011) e Rocha, Achegaua e Carrijo (2012), atividades com materiais concretos poderiam ser desenvolvidas em grupos de até cinco alunos.

Na outra, designada turma do Poly Pro, 29 alunos dispostos em grupos de até cinco componentes aproveitaram o software Poly Pro em sala de aula a partir de um notebook e um datashow. Não foram usados mais computadores, porque a escola não os disponibilizava. O notebook pertencia ao professor. Os poliedros explorados foram: tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro. Cada grupo recebeu folhas impressas com atividades e elegeu representantes para manusear o programa em cada um dos sólidos, o que deu a oportunidade de os alunos manipularem o software, apesar dos poucos recursos. Para Silva (2003), uma abordagem para aproveitar o Poly seria por alunos em grupos.

4. Questionários de percepções (duração de 20 minutos) – similar para ambas as turmas, mas adaptado ao reforço pedagógico adotado. O questionário contava apenas com perguntas fechadas (GIL, 2002) e foi respondido anonimamente por cada aluno.
5. Pós-teste individual (duração de 100 minutos) – igual para ambas as turmas, mas diferente do pré-teste;

Os materiais preparados para a aplicação da pesquisa – planos de aula das etapas 1 e 3, testes das etapas 2 e 5, e questionários da etapa 4 – podem ser encontrados na íntegra em Aguiar (2014). Os instrumentos de coleta de dados foram:

- registro das observações do professor sobre as etapas da pesquisa;
- registro de dúvidas e erros em questões resolvidas durante as aulas;
- registro de facilidades e dificuldades no pré-teste e no pós-teste;
- registro de notas dos alunos no pré-teste e no pós-teste;
- imagens de atividades desenvolvidas pelos alunos;
- questionários de percepções dos alunos.

A observação direta, o registro de atividades, o registro fotográfico e questionários são instrumentos balizados por autores como Gil (2002) e Marconi e Lakatos (2003).

A pesquisa adotou a análise qualitativa e quantitativa (GIL, 2002; MARCONI; LAKATOS, 2003). Os dados qualitativos foram obtidos a partir de observação direta, registro de dúvidas, dificuldades e facilidades em questões e testes, registro fotográfico e questionários. Os dados quantitativos foram oriundos das notas dos alunos nos dois testes, ambos valerem 10 pontos e tiveram grau de dificuldade similar. A análise quantitativa foi embasada na comparação das notas obtidas nos testes a partir da média e da análise estatística (SNEDECOR; COCHRAN, 1989).

A análise estatística consistiu em comparar os progressos alcançados pelas duas turmas. Com esse objetivo, recorreu-se ao teste T de duas amostras não pareadas com variâncias

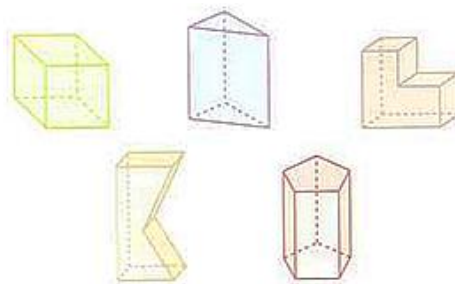
diferentes (número de graus de liberdade efetivos dado pela aproximação de Welch-Satterthwaite). O teste T não pareado é considerado robusto com relação à hipótese de normalidade para duas amostras de tamanhos superiores a 15 (SNEDECOR; COCHRAN, 1989). A amostra originária da turma de construções manuais possuía 29 valores, enquanto a advinda da turma do Poly Pro tinha 28. Um aluno da turma do Poly Pro foi excluído da amostra por não ter realizado os dois testes. Como hipótese nula do teste, tomou-se a suposição de os progressos médios de ambas as turmas serem equivalentes. Evidentemente, a hipótese alternativa foi o progresso médio da turma do Poly Pro ser menor ou maior que o progresso médio da turma de construções manuais. O teste T foi executado tanto com nível de significância 5% quanto com nível de significância 10%.

Resultados e discussão

Antes de iniciar a etapa 1 da pesquisa, alguns pré-requisitos foram revistos em ambas as turmas. Noções primitivas de ponto, reta e plano, posições relativas de retas e planos no espaço, polígonos, seus elementos e nomenclatura, foram discutidos a partir de aulas expositivas. Conforme afirmaram Schirlo e Silva (2009), ao explorar a Geometria Espacial, seria essencial relembrar os conhecimentos de Geometria Plana. A partir da observação, perceberam-se deficiências no aprendizado, por exemplo, os alunos referirem-se a qualquer quadrilátero como um quadrado.

Então, ao iniciar as aulas de poliedros foi proposto aos alunos que desenhassem em seus cadernos cinco poliedros (Fig. 1). Rocha, Achegaua e Carrijo (2012) apontaram ser incomum em alunos a habilidade de desenhar figuras de Geometria Espacial, mas tal método foi adotado para estimular a participação. A primeira reação dos alunos foi de rejeição, por não se acharem capazes de realizar a tarefa. Tal fato talvez advinha da falta de aulas de desenho geométrico.

Figura 1 – Poliedros

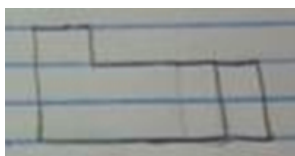


Fonte: Dante (2011, p. 206).

Dificuldades foram, de fato, notadas. Uma envolveu a falta de noção de profundidade, o

que dificultou reproduzir figuras em três dimensões. Alguns desenharam figuras em duas dimensões (Fig. 2). Erro comum segundo Rocha, Achegaua e Carrijo (2012).

Figura 2 – Dificuldade em desenhar figuras em três dimensões.



Fonte: dados da pesquisa.

Outro problema foi a dificuldade de identificação dos vértices, arestas e faces quando o discente não fazia o desenho de forma correta (Fig. 3).

Figura 3 – Desenhos com erros na identificação do número de vértices, arestas e faces.



Fonte: dados da pesquisa.

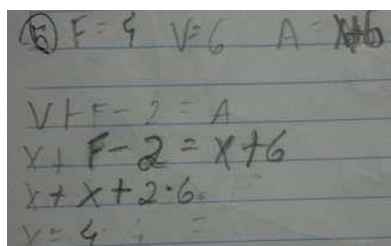
Muitos, contudo, conseguiram reproduzir bem os poliedros. O desenho foi um bom método para iniciar as aulas de poliedros, porém, exigiu bastante tempo porque alguns educandos de ambas as turmas refizeram os desenhos várias vezes. Mas, ainda que tenham sido fornecidas cópias impressas da Fig. 1, a maioria quis desenhar.

Após as aulas de conteúdo foram feitas questões, mas houve dificuldades devido ao pouco conhecimento dos alunos em Geometria. A maioria relatou nunca ter estudado Geometria, embora tal conteúdo fosse previsto pelo currículo mínimo (RIO DE JANEIRO, 2012). Apenas 36% dos alunos da turma onde o Poly Pro seria usado estudaram Geometria nos anos anteriores, dos quais 88% tinham desenhado em aulas de Matemática. Já na turma onde as construções manuais seriam feitas, 44% estudaram Geometria em anos anteriores, 82% desses usaram a técnica de desenho.

Assim, exercícios que dependiam de conhecimentos de séries anteriores como nomear as arestas, identificar as formas das faces e determinar posições relativas das retas foram de difícil resolução. Também houve entraves em exercícios de relação de Euler, porque os alunos, apesar

de entenderem o conteúdo de poliedros, tinham dificuldades em cálculos algébricos (Fig. 4).

Figura 4 – Aluno com dificuldade em cálculo algébrico.



Fonte: dados da pesquisa.

Em poliedros, como o dodecaedro, ocorreram os maiores erros na contagem do número de vértices, arestas e faces, o que dificultou a verificação da relação de Euler. Fanti, Kodama e Necchi (2007) destacaram a dificuldade de alunos ao contar arestas e a justificaram pela falta de percepção de que uma aresta era comum a duas faces.

Entretanto, exercícios de classificação de poliedros em convexos e não convexos teve bom número de acertos. Por, de certa forma, não dependerem tanto de conhecimentos prévios. Houve discentes que desenharam retas não paralelas às faces dos poliedros e constataram, então, que elas intersectavam as faces em no máximo dois pontos nos poliedros convexos e em mais de dois nos não convexos.

Terminada a etapa 1, o pré-teste foi aplicado. A turma que teria aulas com o Poly Pro obteve nota média de 6,72 e a de construções manuais, 6,57 (Tabela 1).

Tabela 1 – Médias das notas dos alunos de ambas as turmas no pré-teste.

Turma	Pontuação (pt) em cada questão								Nota total
	1 (2 pt)	2, a (1 pt)	2, b (1 pt)	3, a (1 pt)	3, b (1 pt)	3, c (1 pt)	3, d (1 pt)	4 (2 pt)	
Poly Pro	2,00	0,59	0,26	0,57	0,78	0,48	0,83	1,22	6,72
Construções manuais	1,91	0,61	0,32	0,73	0,73	0,59	0,77	0,91	6,57

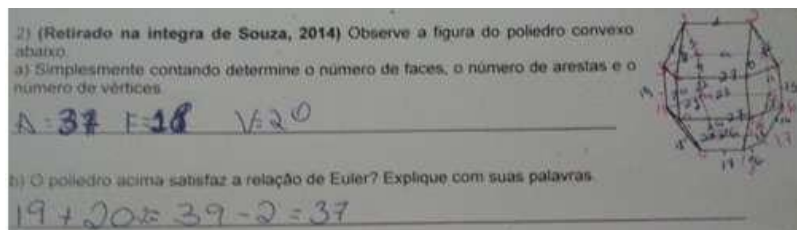
Fonte: dados da pesquisa.

A questão 1, onde o aluno deveria reconhecer a planificação de um paralelepípedo, teve o maior número de acertos. Além de ser um poliedro com um número pequeno de faces, ele representa a forma de objetos presentes no cotidiano do discente, como, por exemplo, uma caixa de sapatos. Esses fatos proporcionaram maior facilidade.

A questão 2 foi a com maior número de erros pelo poliedro desse exercício ter número elevado de faces, arestas e vértices. Alguns usaram artifícios, como o ilustrado na Fig. 5, para

contabilizarem corretamente. Quando o discente contava errado o número de vértices, arestas ou faces, mesmo sabendo verificar a relação de Euler, errava a questão.

Figura 5 – Artifício usado por aluno para conseguir contar o número de arestas.



Fonte: dados da pesquisa.

A partir da análise das resoluções do pré-teste, a principal dificuldade constatada foi a identificação do número de vértices, arestas ou faces, o que impossibilitou a verificação da relação de Euler corretamente. A planificação de um sólido foi a maior facilidade.

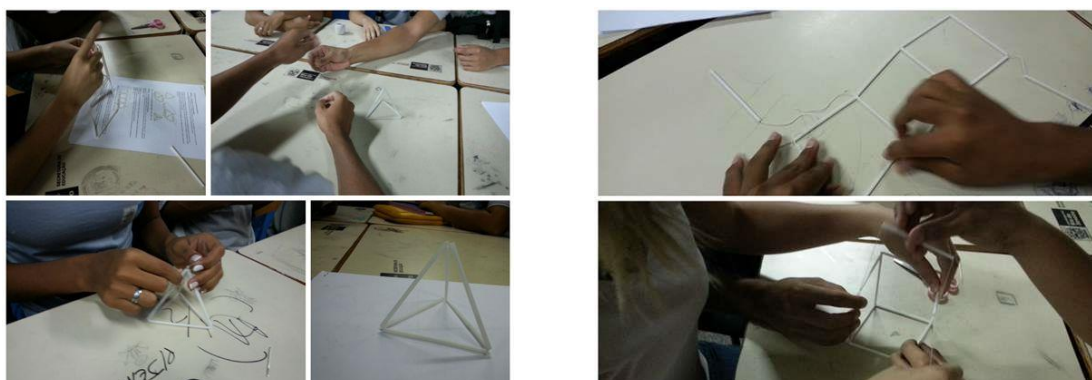
Na etapa 3 da pesquisa, os métodos de ensino para as duas turmas foram distintos. Uma teve um reforço pedagógico com o uso de materiais concretos. A outra, com o software educativo matemático Poly Pro. Em ambas, foi adotada a organização em grupos, conforme explicado na Metodologia.

Na turma de construções manuais, foram construídos cinco poliedros de Platão com canudo e linha, de modo a poder identificar os vértices, as arestas e as faces dos poliedros regulares, nomeá-los e verificar a relação de Euler.

A priori alguns acharam não serem capazes de realizar as construções. Porém, ao começarem, logo mudaram suas percepções iniciais e ficaram motivados com o desafio de construir os poliedros. Silva (2012), em sua pesquisa de construções manuais, também relatou comportamento similar.

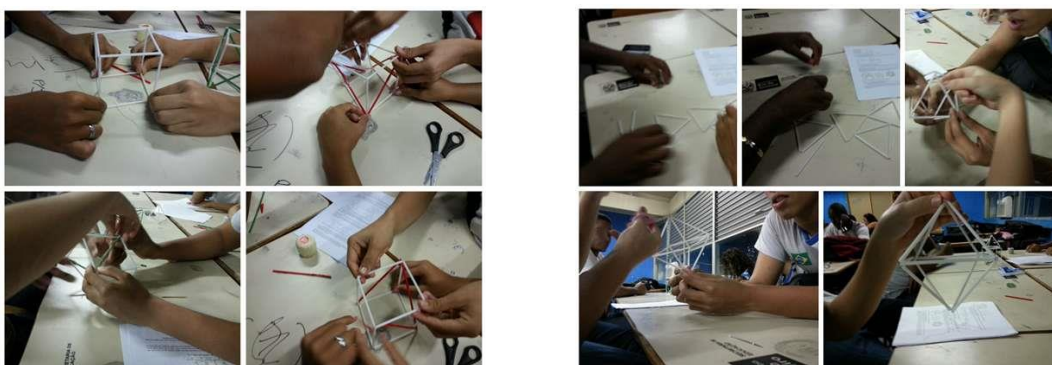
As primeiras construções foram um tetraedro regular e um cubo (Fig. 6). Após confeccionar o cubo, os alunos verificaram que sua estrutura não ficava rígida por si própria e constataram a necessidade de construir uma diagonal em cada face e no interior do cubo (Fig. 7), o que tornou a construção mais trabalhosa do que a do tetraedro (Fig. 6).

Figura 6 – Construção manual de tetraedro (esquerda) e de cubo (direita).



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 7 – Construção de diagonais de um cubo (esquerda) e de octaedro (direita).



Fonte: dados da pesquisa.

Os educandos realizaram com facilidade a terceira construção, um octaedro. Ao construírem quatro triângulos e os unirem dois a dois (Figura 7). A construção do icosaedro regular foi mais difícil, por ser preciso construir duas pirâmides de base hexagonal e depois juntá-las com os canudos (Figura 8).

Figura 8 – Construção de icosaedro (esquerda) e de dodecaedro (direita).



Fonte: dados da pesquisa.

A última construção proposta foi de um dodecaedro, mas nenhum grupo conseguiu desenvolvê-la em aula. Eles acharam-na complexa, especialmente, por ocorrer de uma única vez e com um número muito grande de canudos. Entretanto, alguns pediram os materiais para tentarem construí-lo em casa. Pereira (2011) ressaltou a dificuldade de construir dodecaedros com recursos manuais devido à estabilidade necessária à estrutura.

Um grupo trouxe o dodecaedro pronto após o término das aulas de construções manuais (Figura 8). Os discentes mencionaram que foi necessário diminuir o tamanho dos canudos pela metade para facilitar o manuseio, além de numerar os canudos para não se perderem nos passos necessários à construção (Figura 8).

Ao final das construções manuais dos poliedros, os alunos lamentaram, por estarem motivados e envolvidos com a atividade.

Na outra turma, o software Poly Pro foi aproveitado no reforço a fim de identificar os cinco poliedros de Platão, nomeá-los, reconhecer os vértices, arestas e faces, trabalhar planificação e a relação de Euler. A cada análise de um poliedro, os alunos respondiam algumas questões sobre ele (Quadro 1).

Na análise do tetraedro e do cubo, as questões (Quadro 1) foram respondidas rapidamente. Merece destaque o fato de um aluno ter pedido para abrir um pouco o cubo para facilitar a identificação do número de arestas.

Os alunos, contudo, tiveram um pouco de dificuldade em analisar o número de vértices, arestas e faces do octaedro, dodecaedro e icosaedro, pois eles contavam de um lado do sólido e quando o viravam perdiam a contagem. Todos concluíram que a melhor forma de identificar o número de faces era a partir da planificação do poliedro. Depois de planificá-los, os alunos resolveram os exercícios (Quadro 1) com facilidade.

Quadro 1 – Exercícios realizados nas aulas com o auxílio do Poly Pro.

Após analisar os poliedros convexos regulares nas atividades com auxílio do software Poly Pro, complete a tabela abaixo.

Nome do Poliedro	Polígono que compõe cada face do poliedro	Número de arestas que concorrem em cada vértice
Tetraedro		
Cubo		
Octaedro		
Dodecaedro		
Icosaedro		

Complete a tabela a seguir e verifique a relação de Euler para os poliedros estudados.

Nome do Poliedro	Vértices (V)	Arestas (A)	Faces (F)	Relação de Euler
Tetraedro				
Cubo				
Octaedro				
Dodecaedro				
Icosaedro				

Fonte: elaboração própria.

De modo geral, o Poly Pro auxiliou os alunos a identificarem os números de vértices, arestas e faces, o polígono que compõe as faces do sólido e o número de arestas que concorrem a cada vértice. Eles concluíram ser mais fácil verificar o número de faces com a planificação do sólido. Fanti, Kodama e Necchi (2007), Ranzan (2010) e Mialich (2013), ao avaliarem o uso do software no estudo de Geometria espacial, relataram benefícios similares.

Em sua grande maioria, os discentes se mostraram maravilhados diante de um software que possibilitava uma análise tão real dos sólidos geométricos. Poder girar e planificar os poliedros foi algo proporcionado pelo Poly Pro que antes, nas aulas expositivas com o desenho, não ocorria.

Figura 9 – Manuseio do software Poly Pro pelos alunos.



Fonte: dados da pesquisa.

Entretanto, alguns ficaram dispersos durante a aplicação das atividades com o software.

Provavelmente, pelo sólido ser exposto por meio do datashow (Fig. 9). Se as aulas ocorressem em um laboratório de informática, onde cada aluno ou grupo pequeno direcionasse suas atividades no computador, possivelmente, a aula seria mais atrativa e captaria a atenção de todos. As atividades desenvolvidas com o software foram dificultadas pela falta de recursos na escola.

Após o reforço pedagógico para cada turma, o pós-teste foi aplicado. Os resultados foram semelhantes e as duas turmas tiveram uma pequena melhora em relação ao pré-teste. A turma do Poly Pro obteve como nota média 6,88 e a turma de construções manuais, 7,04 (Tabela 2).

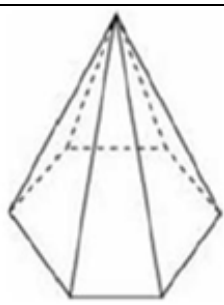
Tabela 2 – Médias das notas dos alunos de ambas as turmas no pós-teste.

Turma	Pontuação (pt) em cada questão											Nota total	
	1 (1,5 pt)	2 (1 pt)	3,a	3,b	3,c	3,d	3,e	4,a	4,b	4,c	4,d		5 (1 pt)
	(0,5 pt por item)					(1 pt por item)							
Poly Pro	0,98	0,80	0,42	0,34	0,34	0,24	0,2	0,76	0,80	0,96	0,72	0,36	6,88
Construções manuais	1,18	0,93	0,35	0,28	0,35	0,15	0,2	0,89	0,70	0,78	0,85	0,37	7,04

Fonte: dados da pesquisa.

As maiores dificuldades foram nas questões 3 e 5 (Quadro 2). Na questão 3, os erros mais frequentes foram na contagem do número de faces, em cálculos algébricos e no desenho de planificação do poliedro. Na questão 5 foram comuns erros em operações algébricas com números inteiros.

Quadro 2 – Questões 3 e 5 do pós-teste.


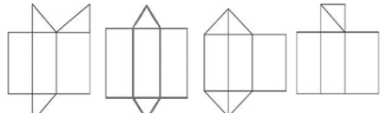
<p>3) (Questão adaptada de SARESP, 2009) A figura representa uma pirâmide de base hexagonal.</p> <p>a) (0,5 ponto) Qual é o número de vértices da pirâmide?</p> <p>b) (0,5 ponto) Qual é o número de arestas?</p> <p>c) (0,5 ponto) Qual é o número de faces?</p> <p>d) (0,5 ponto) Verifique se a relação de Euler ($V - A + F = 2$) é válida para a pirâmide.</p> <p>e) (0,5 ponto) Desenhe um esboço de uma possível planificação da pirâmide.</p>	
<p>5) (1,0 ponto) (Questão adaptada de SARESP, 2009) Um poliedro convexo tem 20 vértices e 30 arestas. Diga o número de faces do poliedro e seu nome.</p>	

Fonte: SARESP (2009).

Em ambas as turmas, grande parte dos alunos apontou acertadamente as propriedades dos cinco poliedros de Platão na questão 1, onde eram solicitados o nome dos poliedros trabalhados nas aulas de reforço e seus números de vértices, arestas e faces. Os discentes tiveram melhor

rendimento nas questões 1, 2 e 4 do pós-teste (Quadro 3).

Quadro 3 – Questões 2 e 4 do pós-teste.

<p>2) (1,0 ponto) (Retirado na íntegra de MOURA, 2011) O desenho abaixo representa um sólido.</p>  <p>Marque uma possível planificação do sólido.</p> 	<p>4) (Questão adaptada de SOUZA, 2014) Diga se as afirmações abaixo são verdadeiras (V) ou falsas (F). Explique a sua resposta.</p> <p>a) (1,0 ponto) () Existe um poliedro regular com faces quadrangulares.</p> <p>b) (1,0 ponto) () Um poliedro de Platão tem todas as faces idênticas.</p> <p>c) (1,0 ponto) () Todo poliedro tem 8 vértices.</p> <p>d) (1,0 ponto) () Um hexaedro tem 6 faces.</p>
---	---

Fonte: Moura (2011) e Souza (2014).

De modo geral, as principais dificuldades na resolução do pós-teste foram contabilizar corretamente o número de vértices, arestas ou faces, e realizar operações algébricas. Mas os alunos souberam identificar o nome e o número de vértices, arestas e faces dos poliedros de Platão.

Percepções dos alunos sobre as aulas com o desenho, as construções manuais e o Poly Pro

Após as aulas de reforço pedagógico, cada turma respondeu a um questionário de opiniões sobre as atividades (Tabelas 3 e 4).

Tabela 3 – Respostas ao questionário da turma de construções manuais.

Perguntas	Total de alunos por resposta			
	Ótimo(a)	Bom(a)	Regular	Ruim
Como foi o estudo de poliedros sem as construções manuais?	6	16	6	1
Como foi sua participação antes das atividades de construções dos sólidos?	5	19	5	0
Como foi o estudo de poliedros com as construções manuais?	15	10	4	0
Como foi sua participação durante as atividades de construção dos sólidos?	6	15	8	0
Qual era sua motivação nas aulas de construções manuais?	11	14	3	1
Como você descreveria seu aprendizado a partir das construções manuais?	5	16	8	0
Como foram as atividades desenvolvidas nas aulas de construções manuais?	16	10	3	0

Fonte: dados da pesquisa.

Na turma onde o reforço pedagógico foi as construções manuais dos poliedros (Tabela 3), dos 29 alunos, 83% consideraram ótima ou boa sua participação nas aulas expositivas com desenho e 76% acharam ótimo ou bom o estudo de Geometria Espacial antes das construções.

Nas atividades de construção manual, 72% julgaram ótima ou boa sua participação nas aulas e seu aprendizado em Geometria Espacial por esse método. Quase todos (89%) acharam tais atividades valiosas. A maioria dos alunos (86%) estava motivada durante as aulas de construções manuais e gostou do estudo dos poliedros com esse método.

Em geral, os alunos gostaram do processo de ensino-aprendizagem dos poliedros com as construções manuais (etapa 3 da pesquisa), mas alguns acharam ter mais participação nas aulas de conteúdo (etapa 1 da pesquisa) devido às atividades com os instrumentos de desenho.

Na turma onde o reforço pedagógico foi a utilização do software Poly Pro (Tabela 4), dos 29 alunos, 86% acharam ótima ou boa sua participação nas aulas expositivas com desenho, mas apenas 48% avaliaram como ótimo ou bom o estudo de Geometria antes de conhecerem o Poly.

Do uso do software, 83% classificaram como ótima ou boa sua participação nas aulas e 86% como ótimo ou bom seu aprendizado a partir das atividades com o software (Tabela 4). Quase todos (89%) confirmaram sua motivação nas aulas e gostaram das atividades desenvolvidas. A maioria (83%) classificou como ótimo ou bom o estudo de Geometria através do software.

A turma achou o estudo de Geometria Espacial por meio do Poly Pro (83%) mais interessante do que pelas aulas expositivas (48%), apesar de os alunos terem classificado sua participação similarmente nas duas abordagens.

Tabela 4 – Respostas ao questionário da turma do Poly Pro.

Perguntas	Total de alunos por resposta			
	Ótimo(a)	Bom(a)	Regular	Ruim
Como foi o estudo de poliedros sem o uso de software?	8	6	13	2
Como foi sua participação antes das atividades com o software?	13	12	4	0
Como foi o estudo de poliedros com o uso de software?	12	12	4	1
Como foi sua participação durante as aulas com o software?	11	13	5	0
Qual era sua motivação nas aulas com o software?	14	12	3	0
Como você descreveria seu aprendizado a partir do software?	15	10	4	0
Como foram as atividades desenvolvidas nas aulas com o software?	14	12	3	0

Fonte: dados da pesquisa.

Em ambas as turmas, os alunos consideraram melhor o estudo de Geometria Espacial com o uso de métodos alternativos (construções manuais ou software). Segundo as percepções dos alunos, comparativamente, a turma submetida ao reforço pedagógico com o Poly Pro julgou ter um aprendizado em Geometria Espacial melhor (86% dos alunos) do que a turma de construções manuais (72%).

Construções manuais ou software educativo: uma análise das notas obtidas nos testes

Apesar da turma do Poly Pro ter obtido uma nota média maior no pré-teste, apenas 36% dos alunos já haviam estudado Geometria nos anos anteriores enquanto na turma de construções manuais, tal número era maior e totalizava 44%. Conforme as médias, tanto a turma do Poly Pro quanto à turma de construções manuais teve uma melhora no desempenho acadêmico.

Comparativamente, a turma de construções manuais apresentou um aumento maior entre as médias dos dois testes e também uma maior média no pós-teste. Provavelmente, pelo fato das atividades desenvolvidas com os recursos manuais terem contado com a colaboração de todos os alunos, uma vez que todos puderam manipular os materiais e participar ativamente de cada uma das atividades propostas. Nas construções manuais, a turma ficou envolvida durante todo o processo e os alunos encararam as atividades como um desafio a ser vencido. Em Martinho e Magalhães (2014), o trabalho colaborativo também influenciou positivamente a aprendizagem de matemática.

Isso não ocorreu com o uso do Poly Pro, por não ter sido possível uma interação homogênea com o software por parte dos discentes na construção de todos os poliedros. As atividades com o uso do software prenderiam mais a atenção dos alunos caso fossem desenvolvidas em um laboratório de informática, onde o tempo de manuseio do Poly Pro fosse maior e a resolução das atividades fosse individual ou em grupos pequenos por cada computador.

Todavia, apesar dessa análise qualitativa, a análise quantitativa com o teste T estatístico (tanto com nível de significância 5% quanto com nível de significância 10%) da evolução dos desempenhos das turmas revelou não ter sido obtida qualquer evidência estatística que justificasse privilegiar um método de reforço pedagógico frente ao outro. Logo, os dois métodos de ensino se mostraram equivalentes.

Considerações finais

Aproveitar métodos alternativos para explorar conteúdos de Geometria Espacial pode aumentar o interesse e a motivação dos alunos. Nesta pesquisa foi investigada a influência de

construções manuais e do Poly Pro no processo de ensino-aprendizagem de poliedros bem como qual seria o melhor método a ser adotado.

Os dois métodos foram explorados em duas turmas de 2ª série do Ensino Médio de uma escola pública estadual do Rio de Janeiro, cada uma com 29 alunos.

Inicialmente, ambas receberam aulas expositivas e realizaram um pré-teste idêntico. Depois, para uma delas as aulas foram embasadas no software educativo Poly Pro, enquanto para a outra, adotou-se as construções manuais de sólidos. As turmas responderam a questionários de opiniões sobre as atividades e fizeram um pós-teste idêntico. Assim, o estudo comparou os métodos de ensino-aprendizagem de modo qualitativo e quantitativo.

Nas aulas iniciais, anteriores aos métodos alternativos, o desenho mostrou-se um bom método para o estudo de poliedros, apesar de exigir muito tempo, o que advém do fato de muitos alunos não terem aptidão para esboçar as figuras. Todavia, é preciso cautela do professor ao adotar o desenho porque figuras feitas de modo errado podem agregar dificuldades no aprendizado.

As construções manuais, um método antigo no ensino de Geometria Espacial, mostrou-se ainda um bom método para o processo de ensino-aprendizagem. A construção dos poliedros de Platão, com canudo e linha, foi um recurso que despertou o interesse dos alunos, tornando-os mais comprometidos e atentos. Ela possibilitou uma boa análise quanto ao número de vértices, arestas e faces dos sólidos bem como o reconhecimento dos polígonos que formam a face de um sólido. Um fator negativo é que os poliedros construídos com canudo e linha não dão uma boa percepção das planificações, pois depois de feitos não possibilitam uma futura planificação. É importante destacar que tais atividades exigem tempo, nem sempre disponível durante um ano letivo. Além disso, algumas construções são difíceis de serem realizadas como, por exemplo, a do dodecaedro.

O software educativo Poly Pro revelou-se uma boa ferramenta para auxiliar no processo de ensino-aprendizagem dos discentes. Esse programa possibilitou uma análise completa dos poliedros, foi possível identificar os polígonos que compõem as faces dos sólidos, o número de vértices, arestas e faces, as planificações e ainda girar os sólidos em várias direções. O software motivou os alunos, pois eles perceberam a aplicabilidade de uma tecnologia para a aprendizagem. Isso promoveu um maior comprometimento do aluno com as aulas e com a construção do conhecimento.

É válido ressaltar que um entrave para incluir a tecnologia no universo escolar é a escassez de recursos ainda presente. A escola onde foi desenvolvida a pesquisa não dispunha de computadores. Isso foi um ponto negativo na utilização do Poly Pro, pois apesar de mostrar-se

uma ferramenta eficaz, o ideal seria que as atividades fossem desenvolvidas por cada aluno, o que possibilitaria uma maior interação de todos os alunos com o próprio aprendizado. Uma sugestão para uma pesquisa mais completa seria a utilização de um laboratório de informática onde houvesse um computador para cada aluno ou um grupo pequeno de discentes.

Em ambas as turmas, o aprendizado de poliedros foi comprometido pelo pouco conhecimento dos discentes em Geometria. O fato dos alunos não terem desenvolvido as competências de Geometria no Ensino Fundamental promoveu dificuldades de aprendizagem. Além disso, os alunos apresentaram entraves em cálculos algébricos. De modo geral, mesmo após reforços pedagógicos, as maiores dificuldades de aprendizado de Geometria Espacial em si envolveram a identificação correta do número de vértices, arestas ou faces.

De acordo com os dados da pesquisa, os dois métodos de ensino, construções manuais e software Poly Pro, foram capazes de tornar melhor o ensino-aprendizagem de Geometria Espacial segundo as percepções dos alunos. Estatisticamente, não foi possível dizer qual representaria um melhor método. Os dois mostraram-se equivalentes.

Referências

AGUIAR, D.V. **O ensino de poliedros convexos com o software Poly Pro e com construções manuais**. 2014. 62 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Novas Tecnologias no Ensino de Matemática)– Universidade Federal Fluminense, Rio de Janeiro, 2014.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio + Orientações Educacionais Complementares**: ciência da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2002.

BRITO, I. J.; SANTOS, I. M. O uso de materiais didáticos na construção de poliedros regulares. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2011, Rio Grande do Sul. **Anais eletrônicos...** Rio Grande do Sul, 2011. Disponível em: <<http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cnem/cnem/principal/mc/PDF/MC21.pdf>>. Acesso em: 6 mai. 2016.

CAETANO, L. **Construção de figuras espaciais com garrotes e varetas**. 2013. Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=YVn0xcUbfM4>>. Acesso em: 6 mai. 2016.

DANTE, L.R. **Matemática**: contexto e aplicações. São Paulo: Ática, 2011.

FANTI, E.L.C; KODAMA, H.M.Y; NECCHI, M.A. **Explorando poliedros convexos no ensino médio com o software Poly**. Projetos da pró-reitoria de graduação, núcleo de ensino da UNESP. p. 729-745. São José do Rio Preto: Universidade Estadual Paulista, 2007.

FERREIRA, E.F; DIAS, A.O.; SOUZA, R.F. Ensino Geometria com o software Geogebra. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 33., 2010, São Paulo. **Anais...** São Paulo: SBMAC, 2010. p. 1089-1090. CD-ROM.

FERREIRA, L.; BARROS, R.M.O. Relações entre os objetos ostensivos e objetos não-ostensivos durante o ensino da geometria do taxista com o software GeoGebra. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, São Paulo, v. 6, n. 2, p. 31-59, 2013.

GIL, A.C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GUEDES, F.F.S.; CARVALHO, C.V.A. CONSTRUFIG3D e VISUALFIG3D: softwares potencialmente significativos para o ensino da geometria espacial. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, Rio de Janeiro, v. 2, n. 3, p. 38-55, 2012.

GRIGOROVSKI, F.S.A.; CARVALHO, C.V.A. Uma proposta para o uso do software sopolígonos para o ensino de polígonos regulares. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, Rio de Janeiro, v. 2, n. 1, p. 14-30, 2012.

KALEFF, A. M.; REI, D. M. Varetas, canudos e arestas e... Sólidos geométricos. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, n. 28, p. 29-36, 1995.

MARCONI, M.A.; LAKATOS, E.M. **Fundamentos da metodologia científica**. São Paulo: Atlas, 2003.

MARTINHO, M. H.; MAGALHÃES, M. G. O desenvolvimento da argumentação matemática no estudo das funções racionais. **Quadrante**, vol XXIII, n. 1, 99-132, 2014.

MIALICH, F.J. **Poliedros e o Teorema de Euler**. 2013. 80 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática)– Universidade Estadual Paulista, São José do Rio Preto, 2013.

MOURA, L.O.G. Prova Brasil de Matemática 9º ano: espaço e forma. **Revista Nova Escola**, Fundação Victor Civita, ed. especial prova Brasil, abr. 2011.

PEREIRA, H.S. **Poliedros Platônicos**. 2011. 42 f. Monografia (Especialização em Matemática)– Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011.

POMPÉIA, R. Poliedros com varetas. 2008. Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=AR-aFOJB6ik>>. Acesso em: 6 mai. 2016.

RANZAN, A.L. **Uma nova abordagem para o ensino da Geometria: do tridimensional para o plano**. 2010. 74 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização de Matemática, Mídias Digitais e Didática)– Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

RIO DE JANEIRO. SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO DO RIO DE JANEIRO. **Currículo Mínimo 2012 Matemática**. 2012.

ROCCO, C.M.K.; FLORES, C.R. O ensino da Geometria: problematizando o Uso de Materiais Manipuláveis. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2008. **Anais eletrônicos...** Disponível em: <http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/123-1-A-gt5_rocco_ta..pdf>. Acesso em: 6 mai. 2016.

ROCHA, L.P.; ACHEGAUA, G.A.; CARRIJO, M.H.S. O trabalho em grupo e o uso de materiais concreto no ensino de geometria espacial para alunos do ensino médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO, 16., 2012, Campinas. **Anais...** Campinas: UNICAMP, 2012. CD-ROM.

SCHIRLO, A.C.; SILVA, S.C.R. O ensino da Geometria auxiliando a fabricação de embalagens. **Revista Brasileira de Educação Científica e Tecnológica**, Paraná, v. 2, n. 1, 20 f., 2009.

SCHMIDT, M.G. **Geometria plana com auxílio do software régua e compasso**. 2008. 37 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática)- Centro Universitário Franciscano, Rio Grande do Sul, 2008.

SILVA, A. **Análise do Software - Poly Pro - Programa de Geometria Dinâmica**. 2003. 5 f. Trabalho apresentado como requisito parcial para aprovação na Disciplina As TIC no Ensino das Ciências e da Matemática, Departamento de educação, Universidade de Lisboa, Portugal, 2003.

SILVA, J.J.; MOTTA, F.M.G.S.C. O software Régua e Compasso: possibilidades de construção de conceitos geométricos. In: COLÓQUIO DE HISTÓRIA E TECNOLOGIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA, 5., 2010, Recife. **Anais eletrônicos...** Recife, 2010. Disponível em: <<http://www.jozeildo.com/documentos/artigo-o-software-regua-e-compasso.pdf>>. Acesso em: 6 mai. 2016.

SILVA, M. A. **Os Poliedros e a relação de Euler explorados com material concreto e tecnológico**. 2012. 59 f. Monografia (Curso de Licenciatura Plena em Matemática)- Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2012.

SNEDECOR, G.W.; COCHRAN, W.G. **Statistical Methods**. Iowa: State University Press, 1989.

SOUZA, L.O. **Exercícios de poliedros convexos**. Geometria Espacial, 3º Colegial e Extensivo. São João da Boa Vista, São Paulo. 2014.

TENÓRIO, A.; RIBEIRO, M.B.M.R.; TENÓRIO, T. Um estudo de caso sobre o uso do software régua e compasso no ensino de triângulos. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, Rio de Janeiro, v. 6, n. 1, p. 44-58, 2016.

TRINDADE, D. A.; SANTOS, I. S. Planificação e construção de poliedros: uma planificação do uso de material concreto no ensino da matemática. In: COLÓQUIO INTERNACIONAL EDUCAÇÃO E CONTEMPORANEIDADE, 4., Sergipe, 2010. **Anais...** 2010. Disponível em: <<http://docplayer.com.br/13971621-Planificacao-e-construcao-de-poliedros-uma-aplicacao-do-uso-de-material-concreto-no-ensino-de-matematica.html>>. Acesso em: 6 mai. 2016.

XAVIER, S. A.; TENÓRIO, T.; TENÓRIO, A. Uma proposta de ensino-aprendizagem das leis dos senos e dos cossenos por meio do software Régua e Compasso. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, São Paulo, v. 7, n. 3, p. 158-190, 2014.