

## GEOTRANSFORM3D: OBJETO COMPUTACIONAL EM REALIDADE AUMENTADA PARA APOIO AO ENSINO DA MATEMÁTICA

## GEOTRANSFORM3D: COMPUTATIONAL OBJECT IN AUGMENTED REALITY TO SUPPORT THE TEACHING OF MATHEMATICS

Jorge William Sandora Barbosa<sup>1</sup>  
Carlos Vitor de Alencar Carvalho<sup>2</sup>

### Resumo

Este trabalho visa apresentar o *software* GeoTransform3D, que é um produto educacional com o objetivo favorecer os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, mais especificadamente no que tange ao ensino da Geometria Plana e Espacial. O *software* proporciona a visualização de sólidos como prisma quadrangular, prisma triangular, prisma retangular, prisma pentagonal e prisma hexagonal. Além disso, também, é possível visualizar em cada uma das figuras as transformações geométricas de mudança de escala, movimento de rotação, movimento de translação e a planificação dos respectivos sólidos. O *software* utiliza a tecnologia da Realidade Aumentada, uma subárea da Realidade Misturada que tem como característica a inserção de objetos virtuais em ambientes reais. Na perspectiva da teoria da aprendizagem significativa, teoria que norteou o desenvolvimento desde trabalho, o *software* GeoTransform3D é um material, potencialmente significativo, que junto com a vontade de aprender e os conhecimentos prévios do aluno, constituem as bases para o desenvolvimento de novos conhecimentos e uma aprendizagem mais significativa.

**Palavras chaves:** Geometria Espacial e Plana. Matemática. Realidade Aumentada. Aprendizagem Significativa. Educação Matemática.

### Abstract

This paper aims to present the software GeoTransform3D, which is an educational product with the objective to favor the processes of teaching and learning of Mathematics, more specifically regarding the teaching of Geometry and Space. The software provides the visualization of solids such as quadrangular prism, triangular prism, rectangular prism, pentagonal prism and hexagonal prism. In addition, it is also possible to visualize in each of the figures the geometric transformations of scale change, rotation movement, translation movement and the planning of the respective solids. The software uses the technology of Augmented Reality, a subarea of the Mixed Reality that has as a characteristic the insertion of virtual objects in real environments. In the perspective of the theory of meaningful learning, the theory that has guided development since work, GeoTransform3D software is a potentially significant material that, along with the student's desire to learn and previous knowledge, form the basis for the development of new knowledge and More meaningful learning.

**Keywords:** Space and Plane Geometry. Mathematics. Augmented Reality. Meaningful Learning. Mathematics Education

---

<sup>1</sup> Universidade Severino Sombra (USS)

<sup>2</sup> Universidade Severino Sombra (USS) e Centro Universitário Estadual da Zona Oeste (UEZO)

## Introdução

O avanço do desenvolvimento das tecnologias proporcionou ao homem melhorias nas diversas áreas do conhecimento. Uma das tecnologias que mais evoluíram e que proporcionou grandes benefícios foi a Tecnologia da Informação. Portanto, essa pode ser aplicada na educação como uma ferramenta a mais como corrobora Lemos e Carvalho (2010):

O uso do computador no dia a dia das pessoas está cada vez mais frequente. Uma das áreas que ele tem sido fortemente utilizado é na educação como uma ferramenta complementar ao ensino. Esta realidade desafia educadores, instituições e sistemas de ensino gerando reflexões sobre os processos de ensino e de aprendizagem. (LEMOS e CARVALHO, 2010, p. 2)

O *software* GeoTransform3D pode ser utilizado, de forma bastante útil, como ferramenta auxiliar nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, mais especificamente ao ensino da Geometria Plana e Espacial e suas respectivas transformações.

O desenvolvimento deste produto foi feito utilizando técnicas de Realidade Aumentada (RA). A RA é definida por Milgram e Kishino (1994) como um subconjunto da Realidade Misturada (RM) e está localizada dentro de um *continuum* de virtualidade, onde os extremos são o Ambiente Virtual (AV) e Ambiente Real (AR) (Figura 1). A RA está localizada mais próxima do AR, onde são inseridos objetos virtuais para enriquecer o AR. A cena final é a composição de ambientes reais com objetivos virtuais, gerando novas percepções, mais ludicidade e interação entre os estudantes e o professor. Para a utilização de *softwares* que utilizam a tecnologia RA é necessário a existência de uma câmera (*webcam*) para captação da imagem em tempo real e de marcadores previamente cadastrados, que sendo visualizados através da *webcam*, o *software* permitirá a inserção na cena real de objetos virtuais.

Pode-se observar na literatura que há diversas possibilidades de utilização da RA para o ensino, especificamente para o ensino da Matemática, onde a visualização é um ponto importante. A tecnologia de RA gera oportunidades de ensinar e aliar o uso de tecnologias onde o visual seja a característica importante para o entendimento de diversos conceitos matemáticos.

Figura 1 - Continuum de Virtualidade



Fonte: Adaptado de Milgram e Kishino (1994)

Na Tabela 1, mostra-se o resultado de uma revisão sistemática da literatura utilizando o *Google* acadêmico e algumas palavras-chave como "Realidade Aumentada" e "ensino da Matemática". Foram selecionados artigos que apresentarem envolvimento com a temática relacionada ao foco deste trabalho.

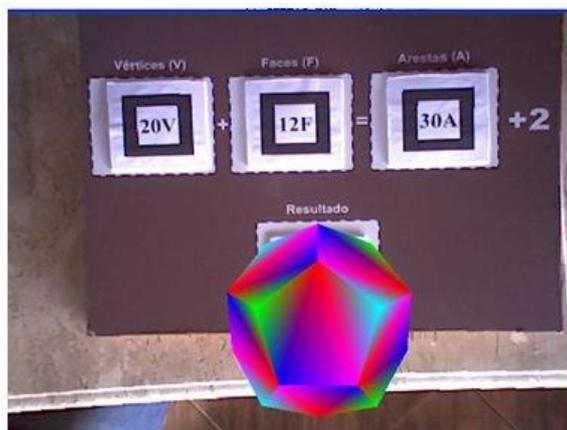
O trabalho de Lemos e Carvalho (2010) mostra o desenvolvimento do *software* SISEULER. Trata-se de um *software* que apresenta o uso da relação de Euler. A possibilidade do entendimento da relação de Euler através da quantidade de vértices, arestas e face, visualiza o sólido correspondente. A Figura 2 mostra uma imagem do *software* mostrando o Dodecaedro formado virtualmente a partir da correta configuração da relação de Euler.

**Tabela 1** - Revisão sistemática da literatura sobre Realidade Aumentada e ensino da Matemática

<b>Título</b>	<b>Autores</b>	<b>Ano</b>
<b>Uso de realidade aumentada para apoio ao entendimento da relação de Euler</b>	Bruno Morais Lemos e Carlos Vitor de Alencar Carvalho	2010
<b>MaterialDouradoRA - Um <i>software</i> para o ensino-aprendizagem do sistema de numeração decimal-posicional através da Realidade Aumentada</b>	Carlos Vitor de Alencar Carvalho e Bruno Morais Lemos	2011
<b>A aplicação da Realidade Aumentada no ensino de sólidos geométricos: um projecto em desenvolvimento</b>	Rui Leitão, António Brito e João M.F. Rodrigues	2012
<b>Um <i>Software</i> em Realidade Aumentada para Apoio ao Ensino-Aprendizagem da Geometria Espacial</b>	João Vitor Delgado, Karen Pereira Emerick, Jacqueline, Serrão de Oliveira, Carlos Vitor de Alencar Carvalho, Carlos Eduardo Costa Vieira	2011
<b>Um <i>software</i> em Realidade Aumentada para o ensino da Tabuada</b>	Bruno Silva de Souza, Bruno Moraes Lemos, Carlos Vitor de Alencar Carvalho	2013
<b>A Utilização da Realidade Aumentada no Ensino dos Poliedros Convexos Regulares</b>	Genilson Valdez de Araújo	2013
<b>As Dimensões de Papert e a Geometria Espacial: um estudo em laboratório de informática.</b>	Sérgio da Costa Nunes	2016

Fonte: dados da pesquisa

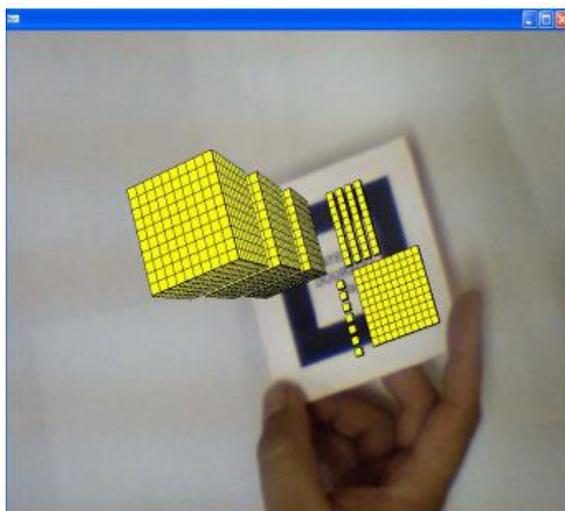
**Figura 2** - Uso do *software* da Relação de Euler



Fonte: Retirado de Lemos e Carvalho (2010)

O segundo trabalho mostra o desenvolvimento do *software* MaterialDouradoRA (Figura 3). Apesar de não ser um *software* da área de geometria, Carvalho e Lemos (2011), mostram o uso da RA onde os objetos virtuais foram implementados utilizando sólidos geométricos combinados para a formação da dezena, centena e milhar.

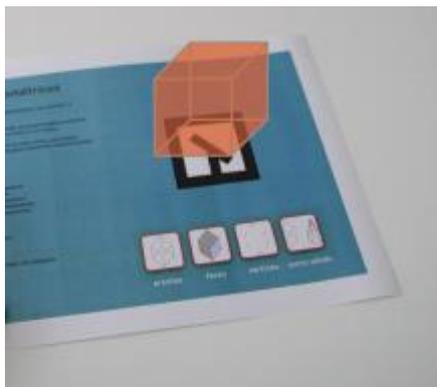
**Figura 3** - Uso do *software* da Relação de MaterialDouradoRA



Fonte: Retirado de Carvalho e Lemos (2010)

O trabalho Leitão, Brito e Rodrigues (2012) mostra o uso da RA para visualização de sólidos e suas características como vértices, arestas e faces (Figura 4). Um diferencial desse *software* é que ele utiliza a RA com a tecnologia *Flash* da *Adobe*.

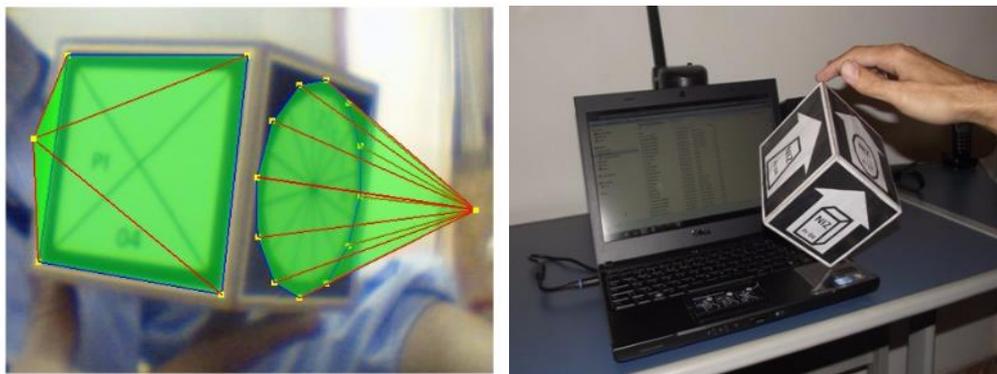
**Figura 4** - Uso do *software* em RA com a tecnologia *Flash*



Fonte: Retirado de Leitão, Brito e Rodrigues (2012)

O trabalho de Delgado et al. (2011), mostra a possibilidade do uso de RA para o ensino de sólidos. A inovação apresentada mostra um cubo em material real onde cada face apresenta um marcador, que apresentado na frente da câmera mostra o sólido virtualmente (Figura 5). Este trabalho é o que mais se aproxima do objetivo do GeoTransform3D, mas possui algumas diferenças. As figuras geométricas visualizadas são diferentes, o GeoTransform3D apresenta além das transformações geométricas de translação, rotação, mudança de escala planificação de cada figura e por último o GeoTransform3D trabalha com 3 marcadores simultâneos.

**Figura 5** - Uso do *software* em RA para visualização de sólidos



Fonte: Retirado de Delgado et al. (2011)

Um *software* em Realidade Aumentada para o ensino da Tabuada foi um artigo publicado com o objetivo de apresentar um *software* educacional baseado na tecnologia de Realidade Aumentada e que tem por objetivo facilitar o ensino de tabuadas. Esse programa trabalha com três marcadores: um representando o multiplicando, um o multiplicador e o último o resultado. Esta também utiliza as bibliotecas ArToolkit e OpenGL, ambas supracitadas.

O Trabalho de Mestrado de Araújo (2013) cita a utilização da Tecnologia de Realidade Aumentada, como esta funciona e a biblioteca ARTollKit, utilizada para tal fim. Além do mais descreve o “software” SISEULER (LEMOS e CARVALHO (2010)) bem como a sua dinâmica de funcionamento.

O artigo "As Dimensões de Papert e a Geometria Espacial: um estudo em laboratório de informática" descreve sobre a utilização da Tecnologia da informação nos processos de Ensino e de Aprendizagem na mudança de paradigma deste, baseado na teoria construcionista de Seymour Papert, segundo a qual o aluno deve ter uma postura ativa na busca pelo conhecimento.

Observa-se nos trabalhos mostrados acima, que a RA está sendo muito utilizada no ensino da Matemática, especialmente em tópicos da geometria onde há uma grande motivação no uso da visualização. Pensando nessa ideia que nasceu o *software* GeoTransform3D. O GeoTransform3D permite uma visualização de diversos sólidos e as suas respectivas planificações.

Para esse desenvolvimento, utilizaram-se como base os códigos fontes do *software* SISFRAC desenvolvido por Silva, Lemos e Carvalho (2012). Mesmo o *software* SISFRAC tendo sido desenvolvido para o ensino de frações, a parte do código gerado serviu de base para o desenvolvimento dos códigos do *software* GeoTransform3D.

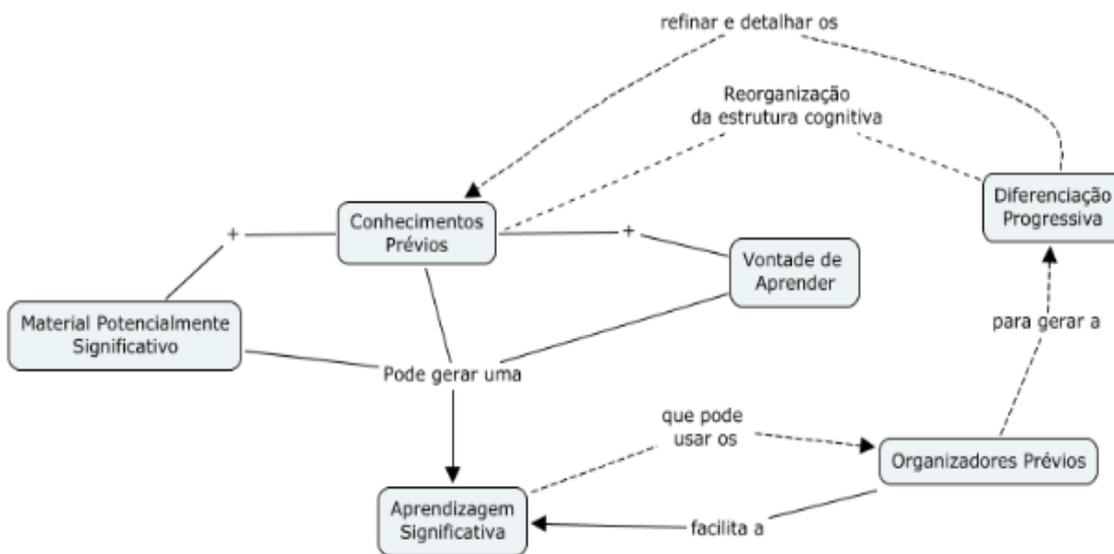
## Procedimentos Metodológicos

Quanto a metodologia utilizada foi escolhida como substrato teórico a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de David Ausubel. De acordo com Marco Antônio Moreira (MOREIRA, M. A, 2012, p. 13):

Aprendizagem significativa é aquela em que ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva e não-arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe. Substantiva quer dizer não-litera, não ao pé-da-letra, e não-arbitrária significa que a interação não é com qualquer ideia prévia, mas sim com algum conhecimento especificamente relevante já existente na estrutura cognitiva do sujeito que aprende. A este conhecimento, especificamente relevante à nova aprendizagem, o qual pode ser, por exemplo, um símbolo já significativo, um conceito, uma proposição, um modelo mental, uma imagem, David Ausubel (1918-2008) chamava de *subsunçor* ou *ideia-âncora*. Em termos simples, *subsunçor* é o nome que se dá a um conhecimento específico, existente na estrutura de conhecimentos do indivíduo, que permite dar significado a um novo conhecimento que lhe é apresentado ou por ele descoberto. Tanto por recepção como por descobrimento, a atribuição de significados a novos conhecimentos depende da existência de conhecimentos prévios especificamente relevantes e da interação com eles. (MOREIRA, M. A, 2012, p. 13)

A Figura 6, mostra de uma forma resumida os principais conceitos da TAS através de um mapa conceitual.

Figura 6 - Mapa conceitual da TAS



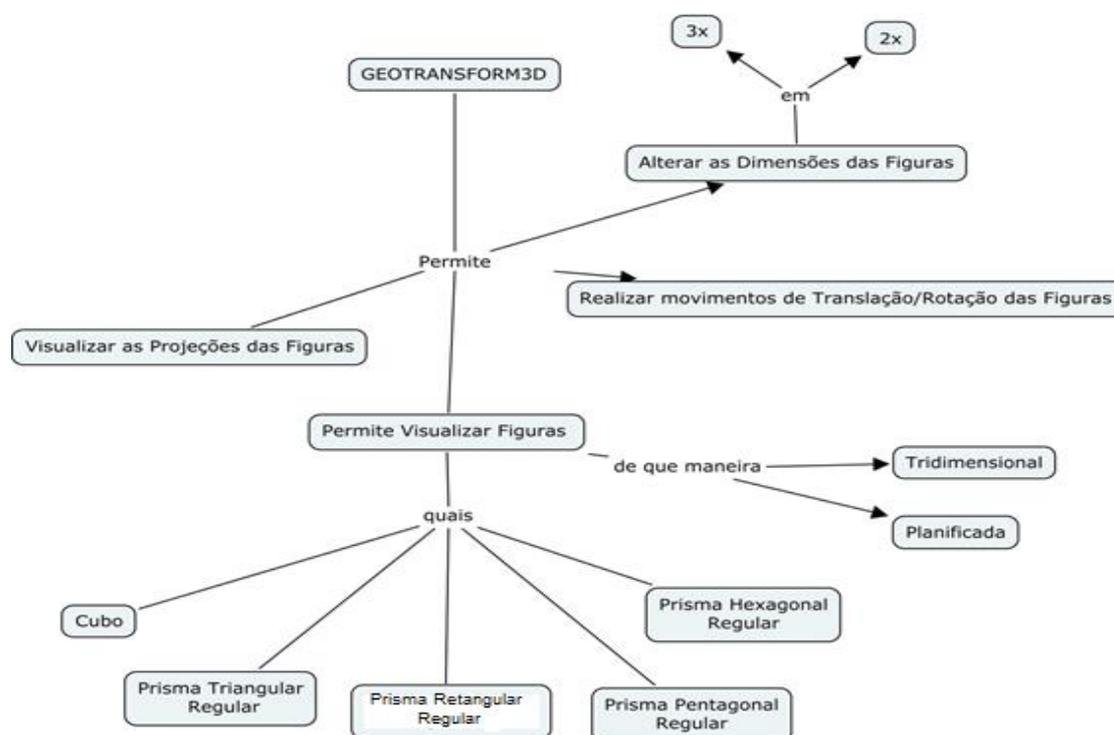
Fonte: Retirado de Guedes e Carvalho (2012)

Pode-se perceber que o GeoTransform3D atua como um material potencialmente significativo, que é um dos pilares da TAS, juntamente com o Conhecimento prévio e a vontade de aprender. Assim, O GeoTransform3D corrobora com os processos de ensino e de aprendizagem. Neste caso, é necessário que se saiba o que são prismas e o que são as transformações geométricas, para que depois com a experiência sensitiva este conhecimento possa ser consolidado na estrutura cognitiva do aluno. A inserção da RA beneficia de maneira significativa os processos de ensino e de aprendizagem, visto que o uso de computadores já faz parte da realidade da maioria das crianças e a ideia do lúdico torna este produto um atrativo a mais para elas.

### Como utilizar o *software*

A Figura 7 apresenta de uma forma sucinta, o mapa conceitual das principais funcionalidades e conceitos do *software* desenvolvido. O *software* trabalha com os conceitos de figuras geométricas tridimensionais e suas respectivas transformações geométricas e projeções. As figuras que podem ser visualizadas no programa são: prisma quadrangular, prisma triangular, prisma retangular, prisma pentagonal e prisma hexagonal. As transformações geométricas utilizadas para a movimentação dos objetos: rotação – movimento da figura em ao redor de um de seus eixos; translação - movimento da figura em relação a um objeto externo em relação a um de seus eixos; mudança de escala. Além disso, é possível projetar cada figura em duas dimensões.

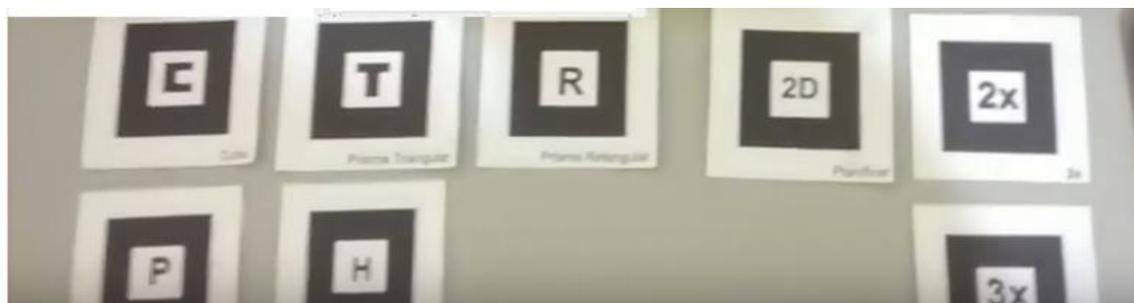
Figura 7 - Mapa conceitual do *software* GeoTransform3D



Fonte: dados da pesquisa.

Para desenvolvimento do produto foi escolhida a linguagem de programação C. Junto com as bibliotecas ARToolkit (ARTOOLKIT, 2015) e OpenGL (WOO et al, 2009), ambas em C. A biblioteca ARToolkit é responsável pela Realidade Aumentada, sendo função desta acionar a câmera e reconhecer os marcadores. Já a biblioteca OpenGL tem a função de criar os desenhos das figuras. Como ambiente de desenvolvimento integrado foi escolhido o Microsoft Visual C++ Express 2008.

Figura 8 - Exemplo de marcador utilizado no *software* GeoTransform3D



Fonte: dados da pesquisa.

A Figura 9 ilustra os marcadores utilizados no programa. No total serão utilizados nove marcadores, cada um com uma finalidade para a utilização no *software*. Há os marcadores para a visualização dos prismas (os cinco marcadores da esquerda na Figura 9) e um marcador para a

visualização do prisma planificado e dois marcadores para ampliação/redução das visualizações (os três marcadores da direita na Figura 9).

Após a inicialização do aplicativo, posicionando-se um dos marcadores para a visualização dos prismas na área captada para *webcam*, o objeto virtual poderá ser visualizado na tela do computador juntamente com todo o ambiente em tempo real. A Figura 10 mostra um exemplo sendo visualizado o cubo e outro sendo visualizado um prisma pentagonal. Tal situação pode ser reproduzida com os demais marcadores para visualização dos prismas restantes.

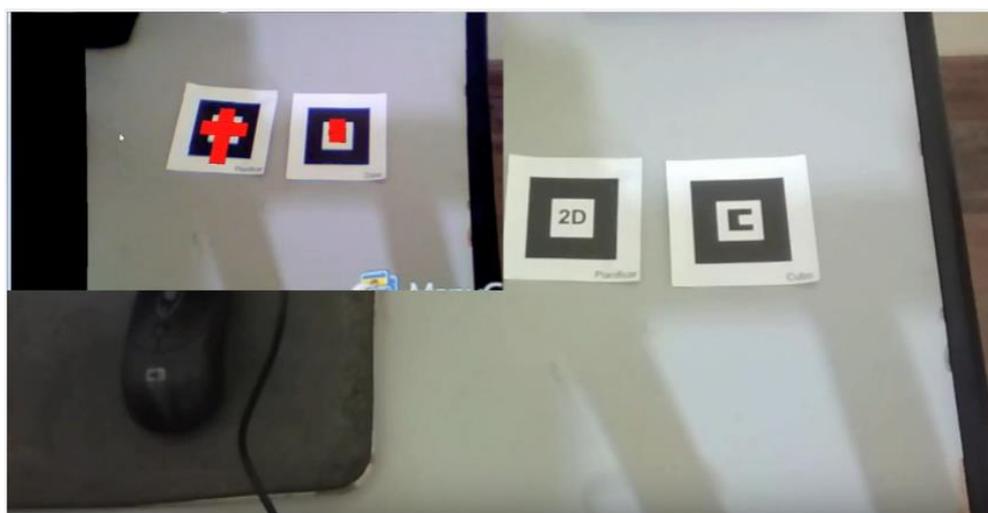
**Figura 10** - Visualizando os prismas no *software* GeoTransform3D



Fonte: dados da pesquisa.

Analisando apenas um dos prismas, pode-se verificar como utilizar o marcador de planificação e os marcadores para ampliação do prisma. Para isso acontecer, é necessário que os dois marcadores estejam dentro da área de captação da *webcam* (Figura 11).

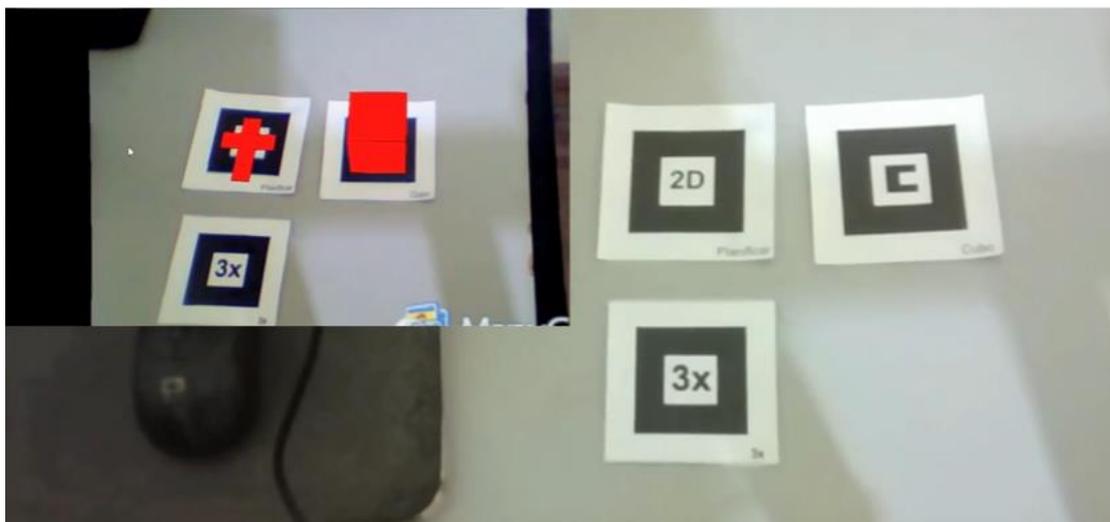
**Figura 11** - Visualizando um prisma e sua planificação no GeoTransform3D



Fonte: dados da pesquisa.

No caso da apresentação do prisma com uma ampliação de três unidades, basta incluir mais um marcador o de 3X (Figura 12). Observa-se que nesse momento o professor pode falar dos conceitos de planificação e de geometria espacial. A ampliação pode ser utilizada para explicar o fator de escala utilizada na visualização.

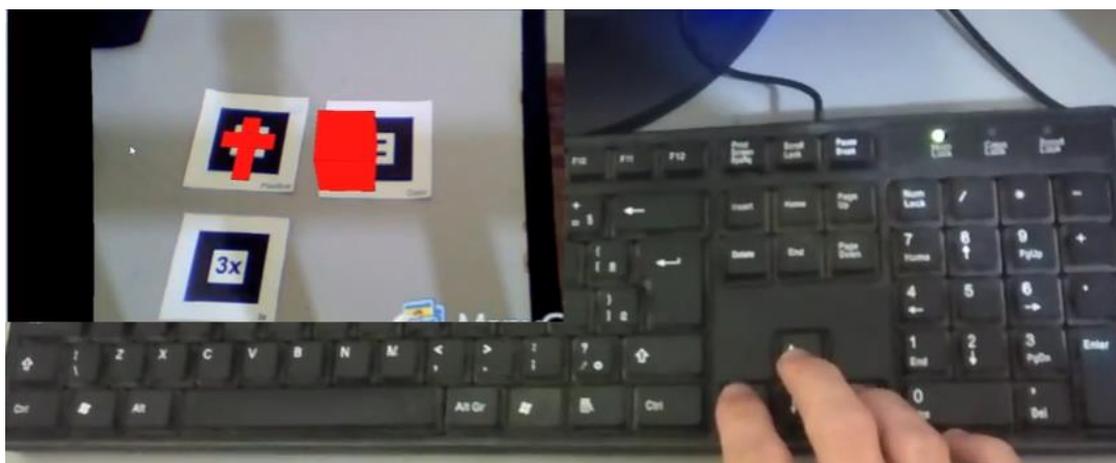
**Figura 12** - Visualizando um prisma ampliado e sua planificação no GeoTransform3D



Fonte: dados da pesquisa.

Utilizando as teclas direcionais do teclado, o estudante pode movimentar o prisma nas três direções e assim aplicar conceitos de deslocamento/translação (Figura 13).

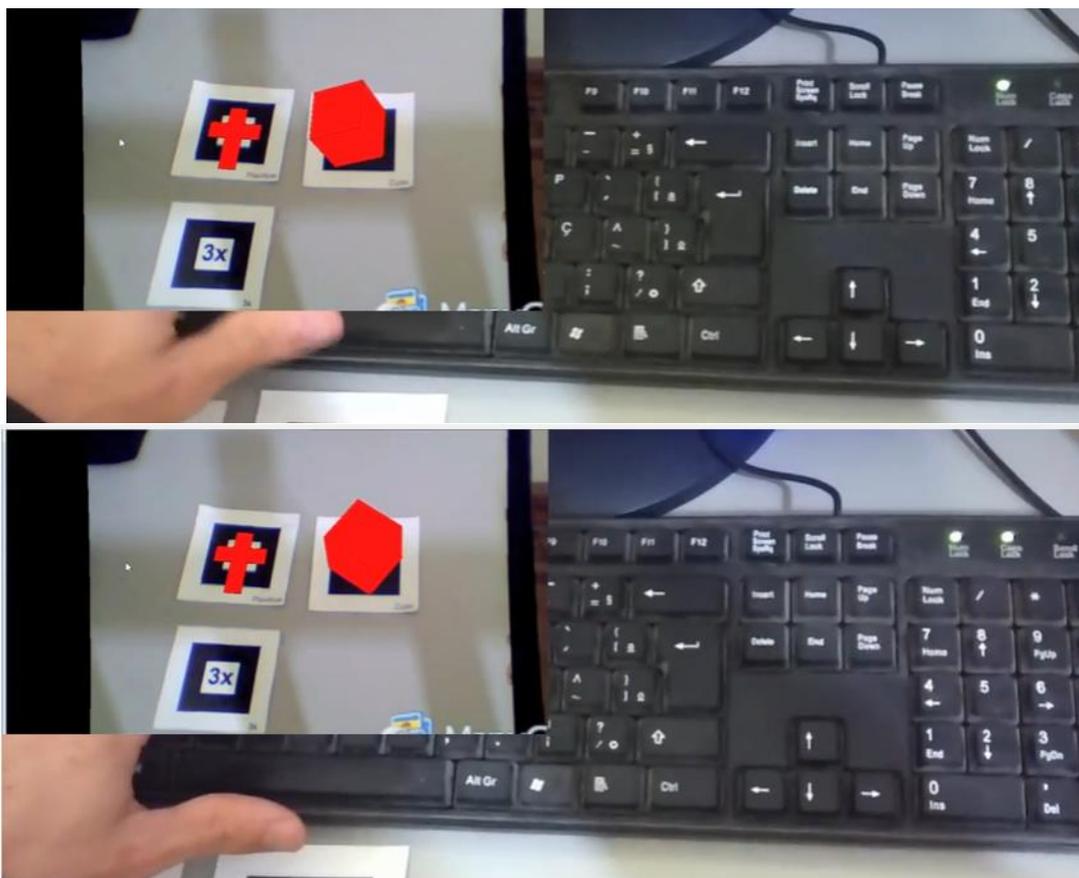
**Figura 13** - Visualizando um prisma ampliado e sua planificação no GeoTransform3D



Fonte: dados da pesquisa.

O mesmo pode ser feito com as outras teclas para efetuar a rotação do prisma em relação aos eixos principais (x, y, z). A Figura 14 mostra o resultado após a translação.

**Figura 14** - Visualizando um prisma ampliado e sua planificação no GeoTransform3D



Fonte: dados da pesquisa.

A Figura 15 mostra alguns resultados similares ao do cubo com o prisma pentagonal.

**Figura 15** - Prisma pentagonal sendo visualizado e estudado no *software* GeoTransform3D



Fonte: dados da pesquisa.

## Discussão

O *software* funciona em ambiente *Windows*, sendo, portanto incompatível com plataformas diversas em suas configurações atuais. Todavia, existe a possibilidade de desenvolver produto semelhante com compatibilidade para outras plataformas, visto que as bibliotecas e linguagem utilizadas possuem compatibilidades com estas.

A escolha pelo desenvolvimento para *Windows* se dá pelo fato de que esta plataforma detém sozinha a maior parte do mercado de sistemas operacionais no Brasil sendo assim, será possível atingir um maior número possível de usuários. A razão por não desenvolver uma versão para cada plataforma se dá pela limitação de tempo e recursos humanos empregados na pesquisa. Todo o tempo foi dedicado para desenvolver um produto que tenha maior poder de abrangência.

Para utilizar o GeoTransform3D é preciso que se tenha uma impressora para imprimir os marcadores, uma câmera instalada no computador e que este possua um sistema operacional da família do *Windows*, na versão *Windows* XP ou superior.

A tecnologia de Realidade Aumentada utilizada no *software* GeoTransform3D pode trazer muitos benefícios o estudo de geometria plana e espacial. A interação de ambientes virtuais no mundo real torna a percepção mais atraente, mais lúdica, estimulando o processo investigativo dos alunos o que torna os processos de ensino e de aprendizagem mais interessante.

## Considerações Finais

Atualmente, se vive rodeado por diversos avanços da tecnologia, dentre as áreas da tecnologia uma das que se destaca é a Tecnologia da Informação (TI). Computadores e *softwares* já fazem parte da vida de boa parcela da população mundial.

Em face disso, busca-se que este trabalho seja aplicado nas salas de aula e que as tornem mais atrativas para os alunos, facilitando assim os processos de ensino e de aprendizagem, tornando-o mais significativo e eficiente.

A Realidade Aumentada apresenta-se com um diferencial para o estudo e desenvolvimento de *softwares* para a área de ensino, principalmente em áreas onde a visualização é fundamental como a área de Matemática.

Futuramente, será necessário o desenvolvimento de uma versão deste *software* para sistemas *mobiles*, visto que está sendo as novas tendências do mercado. Para isso, deverá ser empenhada novos estudos em tecnologias futuras, pois as tecnologias aplicadas neste trabalho não possuem compatibilidade imediata com aplicativos de dispositivos móveis.

Um ponto importante a se descobrir seria uma maneira mais eficiente de se reconhecer os marcadores visto que por algumas vezes o ARToolKit possui algumas dificuldades nesse aspecto. Além disso, espera-se que este trabalho possa servir de inspiração e base para outros *softwares* futuros.

### Agradecimentos

O primeiro autor agradece a FUSVE/USS pelo apoio financeiro através da Bolsa de Iniciação Tecnológica e Inovação. O segundo autor agradece ao CNPq pelo apoio financeiro através de bolsa de pesquisa Produtividade Desen. Tec. e Extensão Inovadora processo: 306364/2015-8

### Referências

ARAÚJO, G. V. de. **A Utilização da Realidade Aumentada no Ensino dos Poliedros Convexos Regulares**. 2013. 35 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Dourados, 2013.

ARTOOLKIT versão 2.71. Disponível em: [http://www.hitl.washington.edu/research/shared\\_space/download](http://www.hitl.washington.edu/research/shared_space/download). Acessado em 15 de março de 2015.

CARVALHO, C. V. A.; LEMOS, B. M. MaterialDouradoRA - Um *software* para o ensino-aprendizagem do sistema de numeração decimal-posicional através da Realidade Aumentada. **Realidade Virtual**, v. 4, p. 57-70, 2011.

DELGADO, J. V.; EMERICK, K. P.; OLIVEIRA, J. S. de; CARVALHO, C. V. A. ; VIEIRA, C. E C. Um *Software* em Realidade Aumentada para Apoio ao Ensino-Aprendizagem da Geometria Espacial. **RevISTA - Publicação técnico-científico do Instituto Superior de Tecnologia em Ciências da Computação do Rio de Janeiro**, v. 3, p. 1-12, 2011.

GUEDES, M. de F. dos S.; CARVALHO, C. V. A.. CONSTRUFIG3D e VISUALFIG3D: *softwares* potencialmente significativos para o ensino da geometria espacial. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v. 2, p. 38-55, 2012.

LEITÃO, R.; BRITO, A.; RODRIGUES, J. M. F. **A aplicação da Realidade Aumentada no ensino de sólidos geométricos: um projecto em desenvolvimento**. 6th International Conference on Digital Arts – ARTECH 2012, Faro, 2012.

LEMOS, B. M. ; CARVALHO, C. V. A. . Uso da Realidade Aumentada para apoio ao entendimento da relação de Euler. **RENOTE. Revista Novas Tecnologias na Educação**, v. 8, p. 1-10, 2010.

MILGRAM, P.; KISHINO, E. A. Taxonomy of Mixed Reality Visual Displays. **IEICE Transactions on Information and Systems**. Dec/2001. Disponível em: <[http://web.cs.wpi.edu/~gogo/hive/papers/Milgram\\_IEICE\\_1994.pdf](http://web.cs.wpi.edu/~gogo/hive/papers/Milgram_IEICE_1994.pdf)>. Acesso em: 15 mai. 2012.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa – A Teoria e textos complementares**. Editora L. da Física, 2012.

NUNES, S. da C. **As Dimensões de Papert e a Geometria Espacial: um estudo em laboratório de informática**. Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Curitiba, 2016.

SILVA, T. R.; Lemos, B. M.; CARVALHO, C. V. A. Um *software* educacional para apoio ao ensino de frações utilizando Realidade Aumentada. **Acta Scientiae et Technicae**, v. 2, p. 1-11, 2014.

SOUZA, B. S.; Lemos, B. M.; CARVALHO, C. V. A. . Um *Software* em Realidade Aumentada para o ensino da tabuada. **Realidade Virtual**, v. 6, p. 34-48, 2013.

WOO, M.; NEIDER, J.; DAVIS, T. e SHREINER, D., **OpenGL Programming Guide**, Third Edition (OpenGL, Version 1.2), 800 p. Addison-Welley, 1999.