

## ESTUDO DE FUNÇÕES TRANSCENDENTES USANDO O *SOFTWARE GEOGEBRA*

### TRANSCENDENT FUNCTIONS STUDY USING THE SOFTWARE GEOGEBRA

Josué Antunes de Macêdo<sup>1</sup>  
Acárem Chrisler Ferreira dos Santos<sup>2</sup>

#### Resumo

Este trabalho aborda os resultados de uma pesquisa, cuja temática são tópicos de funções transcendentais, realizada com acadêmicos dos cursos de Licenciatura em Matemática e Física. A metodologia utilizada contempla os parâmetros da sequência didática. Para a realização da pesquisa, foi oferecido um curso em que se propôs sequências didáticas com ênfase no tratamento gráfico, com o uso das mídias lápis e papel e do *software* GeoGebra. Procurou-se investigar as contribuições do uso das tecnologias digitais, na construção da autonomia docente dos acadêmicos das Licenciaturas em Matemática e Física bem como identificar o modo como as tecnologias digitais podem contribuir para a melhoria da Educação Matemática. Realizou-se uma abordagem mista para o levantamento e análise de dados, através de questionários e observações realizadas no curso. Assim, verificou-se as reflexões, dúvidas e defasagens de aprendizagem apresentadas pelos acadêmicos, possibilitando observar a relevância da utilização das tecnologias digitais na formação de professores, e como a integração dessas ferramentas ao ensino e aprendizagem de Matemática, podem contribuir para melhorias educacionais significativas.

**Palavras-chave:** Funções Transcendentais. GeoGebra. Formação de Professores.

#### Abstract

This paper deals with the results of a research whose subjects are topics of transcendent functions, performed with undergraduate students in Mathematics and Physics. The methodology used contemplates the parameters of the didactic sequence. To carry out the research, a course was offered in which didactic sequences were proposed, with an emphasis on graphic treatment, using pencil and paper media and GeoGebra software. We sought to investigate the contributions of the use of digital technologies in the construction of the academic autonomy of undergraduate students in Mathematics and Physics as well as to identify how digital technologies can contribute to the improvement of Mathematics Education. A mixed approach was taken to collect and analyze data through questionnaires and observations made during the course. Thus, the reflections, doubts and lags of learning presented by the students were observed, making it possible to observe the relevance of the use of digital technologies in teacher training, and how the integration of these tools into the teaching and learning of mathematics, can contribute to educational improvements significant.

**Keywords:** Transcendent functions. GeoGebra. Teacher Education.

---

<sup>1</sup> Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Norte de Minas Gerais - IFNMG

<sup>2</sup> Secretaria Estadual de Educação de Minas Gerais

## Introdução

O presente trabalho expõe parte de uma pesquisa que aborda a integração entre a Educação Matemática e as tecnologias digitais. Nesse sentido, procura-se mostrar a importância do uso dessas tecnologias no Ensino de Matemática e suas contribuições na melhoria significativa no processo de ensino e aprendizagem. Além de demonstrar o quanto é relevante o seu uso durante a formação de professores.

Neste contexto, buscou-se através da utilização de um *software* matemático, proporcionar aos alunos dos cursos de Licenciaturas em Matemática e Física, a oportunidade de se fazer uma interligação entre os conhecimentos específicos da Matemática e as tecnologias. Para o direcionamento do presente trabalho, levantaram-se os seguintes questionamentos: De que forma as tecnologias digitais podem contribuir na formação inicial dos professores de Matemática e Física? Quais os limites e possibilidades da utilização do *software GeoGebra* no ensino e na aprendizagem de Matemática?

Assim, com base em alguns resultados apresentados, procurou-se analisar em que aspectos o *software GeoGebra* favoreceu o desenvolvimento da pesquisa, além de demonstrar que é possível através do uso das tecnologias digitais contribuir para a melhoria da aprendizagem da Matemática, e, dessa forma, propiciar um resultado relevante da pesquisa para a formação acadêmica.

Este trabalho é relevante, uma vez que várias pesquisas, como as desenvolvidas por Silva, Santos e Soares (2012); Macêdo, Nunes e Voelzke (2015); Santos e Macêdo (2015), Tenório, Souza e Tenório (2015), Macêdo, Almeida e Voelzke (2016) apontam a viabilidade da utilização de aplicativos computacionais, tais como o *GeoGebra* no processo de ensino e aprendizagem.

## A Pesquisa

Com o objetivo de investigar as contribuições do uso das tecnologias digitais, na construção da autonomia docente dos acadêmicos das Licenciaturas em Matemática e Física do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Norte de Minas Gerais (IFNMG), em relação ao ensino de temas de funções transcendentais, ofereceu-se um curso, em que foram desenvolvidas algumas sequências didáticas sobre tais funções, dando ênfase no tratamento gráfico.

Assim, um dos objetivos desta pesquisa foi contribuir com a formação inicial dos acadêmicos participantes do curso, na medida em que eles tiveram a oportunidade de manipular o *software GeoGebra* nas construções gráficas e através das mídias lápis e papel.

## A Influência das Tecnologias Digitais no Ensino e Aprendizagem de Matemática e na Formação de Professores

Ao se pensar em utilizar as tecnologias digitais no cotidiano das aulas, seja por meio de aplicativos computacionais ou calculadoras gráficas, entre outras ferramentas, torna-se evidente a necessidade da existência de novas propostas para o ensino e a aprendizagem de conteúdos matemáticos. É por isso que:

Tratando particularmente do uso do computador como uma nova ferramenta didática, como a maior parte das crianças e jovens se interessa por essa tecnologia, o ensino da Matemática pode ser beneficiado, no momento em que tiver seu uso otimizado para essa finalidade. (GUIMARAIS, 2010, p. 25)

Dessa forma, de acordo com Carneiro e Passos (2014), a utilização adequada das tecnologias digitais dentro do ambiente escolar, propicia formas diferenciadas de aprender Matemática, encorajam os alunos a propor soluções, explorar possibilidades, levantar hipóteses, justificar seu raciocínio e validar suas próprias conclusões, possibilitando, assim a ocorrência de consequências positivas.

Segundo Fontes, Fontes e Fontes (2009), através de pesquisas realizadas sobre a utilização de programas (ou *softwares*) matemáticos como ferramentas no Ensino de Matemática, observou-se que estes aplicativos podem favorecer os processos indutivos e a visualização de conceitos; permitem comparar, verificar, supor e contestar hipóteses; e além de individualizarem o processo de ensino e aprendizagem, servem como elemento de motivação e como instrumentos geradores de problemas matemáticos e facilitam a compreensão e aprendizagem dos conteúdos propostos.

No que diz respeito à Matemática, para Caetano e Marques (2002), o contato dos alunos com o computador em situações de ensino e aprendizagem, pode promover o desenvolvimento cognitivo e intelectual, principalmente o raciocínio lógico formal, a capacidade de pensar com rigor e sistematicidade, a criatividade e solução para problemas. Sendo assim, a utilização de *softwares* dinâmicos, sejam eles livres ou não com suas interfaces que se tornam cada vez mais bem elaboradas, proporcionam possibilidades diversificadas e interatividade entre o aluno, o computador e o conteúdo abordado.

Com a crescente disseminação das tecnologias digitais, ocorre também o crescente uso de *softwares*, e segundo Carvalho (2001, p. 19) “Sistemas de *softwares* tem desempenhado um papel cada vez mais preponderante no dia a dia das pessoas, e em muitas situações o funcionamento correto ou incorreto desses sistemas pode ser a diferença entre a vida e a morte.”. E, neste contexto, tem-se que os *softwares*, principalmente aqueles que são livres, apresentam um grande potencial para serem utilizados nas escolas, e principalmente nas aulas de Matemática. Essa realidade faz com que

alguns professores utilizem *softwares* livres em suas aulas, tendo em vista que os não livres possuem geralmente preços elevados.

Ao se abordar o uso das tecnologias digitais na educação, Lima (2006), afirma que na realidade, o que primeiro se pensa é no uso de computadores, enfatizando o tratamento dos *softwares* educacionais, que podem auxiliar o professor em sua prática docente e são potenciais auxiliares dos alunos na construção do conhecimento. A variedade e quantidade de *softwares* educacionais voltados para a área de Matemática permitem aos professores e aos alunos diversificarem a forma como trabalham e desenvolvem o conhecimento.

Sabe-se que a utilização das tecnologias digitais, seja por meio da inserção do computador ou qualquer outra ferramenta tecnológica no ambiente escolar, não é a solução única e definitiva para os problemas educacionais existentes. Mesmo assim, não se pode negar a relevância das tecnologias digitais no ambiente educacional, com ênfase na Educação Matemática, sem deixar é claro de destacar também a importância da presença do professor e sua disponibilidade e preparação para utilizar tais ferramentas, pois:

[...] esses ambientes computacionais são extremamente úteis e importantes para a exploração e construção de conceitos geométricos, porém ressalta-se que os resultados obtidos, dependem muito da intervenção do professor, de como este intervém no processo ensino/aprendizagem. (MISKULIN, 1999, p. 205)

Em se tratando da inserção das tecnologias digitais na educação, várias questões são levantadas, seja acerca das dificuldades encontradas pelas instituições para adequação ao uso dessas tecnologias, pela falta de ambientes adequados, falta de técnicos e recursos, ou ainda, a formação satisfatória de professores, para fazerem o uso das tecnologias digitais em suas aulas. O que se propõe na sequência é uma abordagem no que concerne à preparação dos professores de Matemática, pois:

É inegável o impacto que as Tecnologias da Informação e Comunicação provocam na sociedade atual. Essa tecnologia está presente no dia a dia da sociedade e não deve estar ausente do ambiente educacional, subsidiando o processo de aprendizagem da matemática. Contudo o professor deve estar capacitado para usar tal tecnologia como ferramenta para entender a matemática. (FONTES, FONTES, FONTES, 2009, p. 1022)

E, é notável o fato de que para trabalhar com as tecnologias digitais e seus recursos, de maneira consciente, o professor de Matemática que deseja ensinar utilizando esses recursos em suas aulas, precisa:

[...] conhecer os recursos disponíveis, explorar suas possibilidades e utilizá-las como estratégia de ensino da Matemática e deve ter em mente que a tecnologia pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por conteúdos matemáticos que ainda desconhece; ao mesmo tempo em que aprende a utilizar

os recursos tecnológicos passa a entender e pensar matematicamente. (LIMA, 2006, p. 33)

Essa realidade requer do professor um posicionamento diferenciado, uma reflexão e transformação de sua prática, além de constantes estudos para utilizar as tecnologias digitais a seu favor. Sendo assim, é preciso que:

A formação do professor para ser capaz de integrar a informática nas atividades que realiza em sala de aula deve prover condições para ele construir conhecimento sobre as técnicas computacionais, entender por que e como integrar o computador na sua prática pedagógica e ser capaz de superar barreiras de ordem administrativa e pedagógica. Essa prática possibilita a transição de um sistema fragmentado de ensino para uma abordagem integradora de conteúdo e voltada para a resolução de problemas específicos do interesse de cada aluno. Finalmente, devem-se criar condições para que o professor saiba recontextualizar o aprendizado e a experiência vivida durante a sua formação para a sua realidade de sala de aula, compatibilizando as necessidades de seus alunos e os objetivos pedagógicos que se dispõe a atingir. (VALENTE, 1999, p. 141)

O professor precisa atualizar seus conhecimentos, além de suas propostas e metodologias de ensino, do contrário, ficará estagnado numa prática docente sem avanços, na qual, na maioria das vezes há insatisfação e falta de motivação, não apenas por parte destes, mas também por parte dos alunos que anseiam por mudanças que culminem na melhoria das aulas.

A formação do profissional da educação, seja ela inicial ou continuada, para atuar na sociedade atual com ampla utilização das tecnologias digitais, necessita possibilitar aos professores o entendimento e a aprendizagem destas tecnologias, assim como novas maneiras de representar, analisar e disseminar o conhecimento.

### **Procedimentos Metodológicos**

Para a realização da presente pesquisa, foram analisados alguns dados sobre o uso do *software GeoGebra*. Estes dados foram obtidos através de um curso intitulado 'Funções transcendentais com o uso dos *softwares Winplot e GeoGebra*' para acadêmicos dos cursos de Licenciaturas em Matemática e Física do IFNMG, Campus Januária. A proposta metodológica utilizada foi o desenvolvimento dos tópicos das funções 'Transcendentais ou Transcendentais, que de acordo com Stewart (2010) "São as funções não algébricas. O conjunto das funções transcendentais inclui as funções trigonométricas, trigonométricas inversas, exponencial e logarítmica, mas também inclui um vasto número de outras funções que nunca tiveram nome." (STEWART, 2010, p. 35)

O conteúdo escolhido e abordado foi funções transcendentais ao enfatizar a parte gráfica. Isto se deu pelo fato de que, mesmo que este conteúdo possibilite que suas noções teóricas sejam assimiladas rapidamente por alguns alunos, nem sempre estes conceitos são bem compreendidos

por eles, pois na maioria das vezes, não é estudado no ensino médio, nem mesmo nos períodos iniciais da graduação.

As aulas do curso aconteceram no laboratório de informática, nos quais foram utilizados vários recursos, tais como computadores, *data show* e *slides*. O curso foi ministrado em dez semanas, com uma carga horária total de quarenta horas, na modalidade semipresencial, utilizando o Ambiente Virtual de Aprendizagem *Moodle*, como uma ferramenta de aprendizagem colaborativa. Nos encontros presenciais, num total de dez ao todo, com duas horas de duração cada, obteve-se a amostra de vinte alunos dos diversos períodos das Licenciaturas do IFNMG, sendo dezesseis de Matemática, e quatro de Física.

Aconteceu nas aulas o desenvolvimento de sequências didáticas, visando utilizar os seus elementos para manter unidade na prática educativa, com três fases de uma intervenção reflexiva: planejamento, aplicação e avaliação. As sequências didáticas são conjuntos de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que tem um princípio e um fim conhecidos, tanto pelos professores como pelos alunos. (ZABALA, 1998)

No curso foram realizadas atividades de apoio à aprendizagem das funções propostas, assim como a resoluções de atividades, para tornar os conteúdos mais atraentes e facilmente compreendidos para os acadêmicos. Neste contexto, foi utilizada uma série articulada e ordenada de atividades, no intuito de formar unidades didáticas (ZABALA, 1998). Ao analisar as unidades existentes, valorizando a aprendizagem significativa dos acadêmicos que participaram do projeto, e na sequência de conteúdo que propiciaria esta realidade, apresentaram-se as definições, principais conceitos, propriedades e atividades referentes às seguintes funções transcendentais: Exponenciais, Logarítmicas, Trigonométricas Diretas e Inversas.

O *software GeoGebra* foi escolhido por ser dinâmico e gratuito, e pelo fato de estar acessível àqueles que se interessar em aprender a manusear suas ferramentas. Além disso, apresentar o *software* aos acadêmicos foi uma grande oportunidade de contribuir para a sua formação acadêmica, haja vista que a maioria não o conhecia.

Para realizar o levantamento de dados necessários a este trabalho, realizou-se a análise de algumas questões dos dois questionários aplicados aos acadêmicos que participaram do curso, além da observação e análise das ações realizadas, suas dificuldades ou facilidades, seus questionamentos e dúvidas, entre outras situações, priorizando as situações referentes ao uso do *software GeoGebra*.

## As Sequências Didáticas

As sequências didáticas possibilitam ao estudante construir um conhecimento significativo, ao mesmo tempo em que desperta questionamentos, dúvidas e comparações, gerando assimilação de informações obtidas e descobertas significativas.

Foram elaboradas, nessa pesquisa, cinco sequências didáticas de atividades que articulam teoria e prática, através de atividades de exploração e visualização, com base na plotagem das funções propostas. As sequências foram organizadas da seguinte forma:

- (i) Apresentação de algumas ferramentas do *software GeoGebra*, principalmente aquelas mais utilizadas, de maneira que os acadêmicos participantes se familiarizassem com os recursos disponíveis, para que pudessem aproveitar o curso da melhor maneira possível;
- (ii) Funções Transcendentes - Módulo I: Função Exponencial e Logarítmica;
- (iii) Funções Transcendentes - Módulo II: Proposta de exercício sobre as Funções Exponencial e Logarítmica;
- (iv) Funções Transcendentes - Módulo III: Funções Trigonométricas Diretas;
- (v) Funções Transcendentes - Módulo IV: Funções Trigonométricas Inversas.

A seguir, destacam-se tópicos das atividades propostas aos acadêmicos e apresentam-se exemplos de esboços feitos por eles:

### Atividade 1: funções exponenciais

A Fig. 1 exemplifica uma atividade envolvendo funções exponenciais, explorando os recursos do *software GeoGebra*.

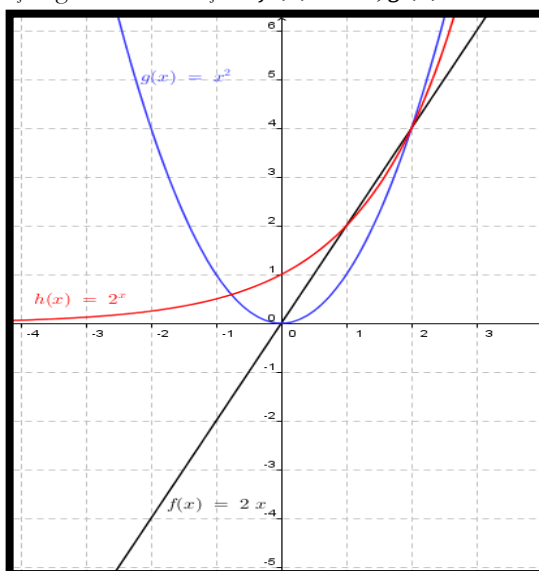
Figura 1 - Sequência de construção do gráfico de algumas funções

- |  |
|--|
| <p>a) Plotar num mesmo sistema cartesiano, os gráficos das funções <math>f(x) = 2x</math>, <math>g(x) = x^2</math> e <math>h(x) = 2^x</math>. Observe o gráfico e responda: Quais diferenças há entre eles? Registre. O que ocorre para <math>x = 2</math>? Por que isso ocorre?</p> <p>b) Plotar as funções <math>f(x) = 2x</math> e <math>g(x) = \frac{1}{2}x</math>. Construir a tabela de valores das funções anteriores com as mídias lápis e papel, em seguida, plotar essas funções no <i>software GeoGebra</i>. Comente e registre o que acontece com estes dois gráficos.</p> |
|--|

Fonte: Elaborado pelos autores.

Na Fig. 2 pode-se ver o resultado do comando executado na tela do *software GeoGebra*.

**Figura 2** – Representação gráfica das funções  $f(x) = 2x$ ,  $g(x) = x^2$  e  $h(x) = 2^x$  no GeoGebra



Fonte: Dados da pesquisa

Nas Fig. 3 e Fig. 4, pode se observar a mesma atividade realizada por um acadêmico com as mídias lápis e papel. Através desta atividade os alunos demonstraram mais interesse em estudar as funções exponenciais e compreender o seu gráfico, observando ainda que o *software* pode facilitar o estudo dessas funções.

**Figura 3** – Resolução de exercícios sobre função exponencial do aluno C com as mídias lápis e papel

1) o gráfico  $f(x)$  e  $g(x)$  passa pela origem.  $D = \mathbb{R}$   
 o gráfico  $h(x)$  corta o eixo  $y = 1$ .  $I = \mathbb{R}$

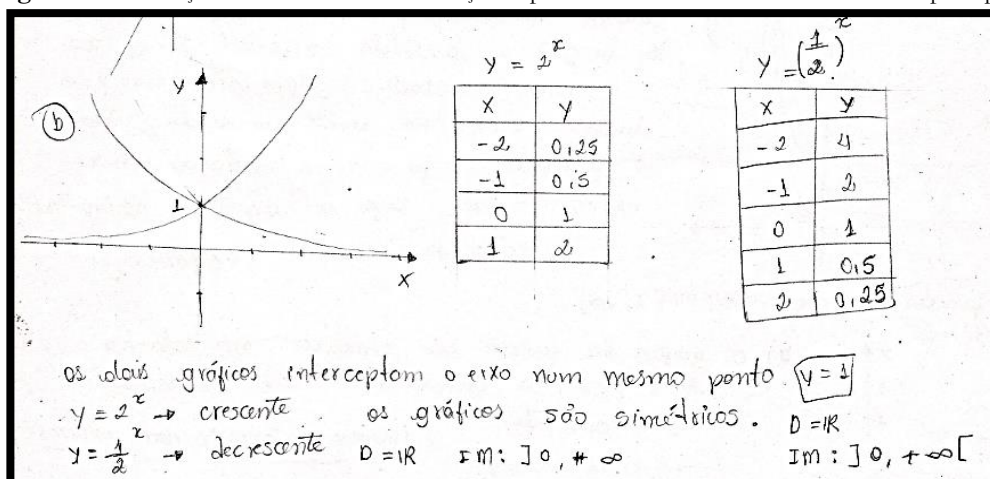
a)  $f(x) \rightarrow$  uma reta (função linear)  $\rightarrow D = \mathbb{R}; IM = \mathbb{R}$   
 $g(x) \rightarrow$  parábola com concavidade  $\uparrow$   $\rightarrow D = \mathbb{R} \rightarrow IM = \mathbb{R}^+$   
 $h(x) \rightarrow$  uma hiperbole  $y = 2^x \rightarrow D = \mathbb{R} \quad IM: ]0, +\infty[ \text{ ou } \mathbb{R}_+^*$

p/  $x = 2 \rightarrow$  ponto de interseção das funções  
 substituindo o valor de  $x = 2$  nas 3 funções  
 elas geram imagem = 4.  
 quando  $x > 1$

Fonte: Dados da pesquisa



Figura 4 – Resolução de exercícios sobre função exponencial do aluno D com as mídias lápis e papel



Fonte: Dados da pesquisa

### Atividade 2: funções logarítmicas

A Fig. 5 exemplifica o fragmento de uma sequência didática envolvendo funções logarítmicas.

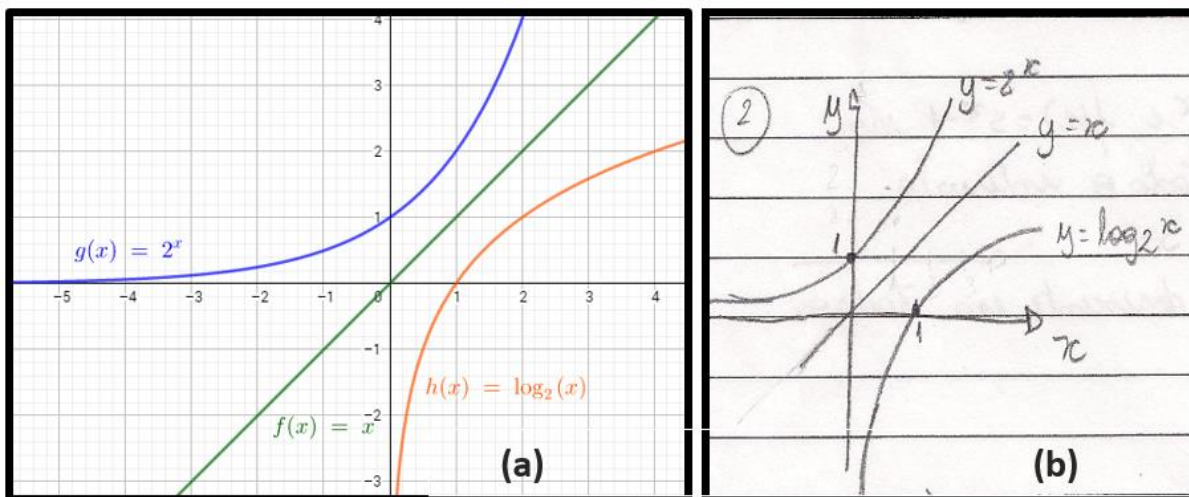
Figura 5 – Fragmento da atividade 1, sequência de construção do gráfico de algumas funções

Plotar em um mesmo sistema cartesiano as funções  $f(x) = x$ ,  $g(x) = 2^x$  e  $h(x) = \log_2 x$ . Comente e registre o que acontece com estes três gráficos.

Fonte: Dados da pesquisa

Na Fig. 6a pode se ver o resultado obtido no *software GeoGebra* e na Fig. 6b a mesma atividade obtida por meio das mídias lápis e papel.

Figura 6 – Atividade realizada no *GeoGebra* (a) pelo aluno G e realizada com as mídias lápis e papel (b), pelo aluno A



Fonte: Dados da pesquisa

### Atividade 3: funções trigonométricas

A Fig. 7 mostra uma sequência de construção da função seno, em que foi possível explorar os conceitos de domínio, imagem e período desta função.

Figura 7 – Sequência de construção do gráfico da função seno.

**Atividade Computacional III - Função Seno.**

Através do software *GeoGebra*, desenvolva as atividades computacionais a seguir e faça suas conclusões referentes a cada tipo de função envolvida em relação ao domínio, imagem e período, tendo sempre como pano de fundo o gráfico da função mãe e anote as conclusões.

1. Faça o gráfico da função  $y = \sin x$  (função mãe) e a partir deste, analise as situações a seguir, sendo  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  números reais.

a)  $y = a \sin x$ ;  
b)  $y = b + a \sin x$ , mantendo “ $a$ ” constante e variando “ $b$ ”;  
c)  $y = \sin(x + a)$ ;  
d)  $y = \sin(ax)$ ;  
e)  $y = c + d \sin(ax + b)$ .

Fonte: Dados da pesquisa

Através dessa atividade e das demais que eram semelhantes, os acadêmicos, ao utilizar o *software*, puderam observar o que acontece com o gráfico da função na medida em que se variam os valores dos coeficientes utilizados, sejam através de reflexões, translações, contrações ou expansões (verticais ou horizontais).

### Atividade 4: funções trigonométricas inversas

Na Fig. 8 pode se observar uma sequência de construção da função arco seno, sendo possível explorar os conceitos de domínio, imagem e período desta função

Figura 8 – Sequência de construção do gráfico da função arco-seno

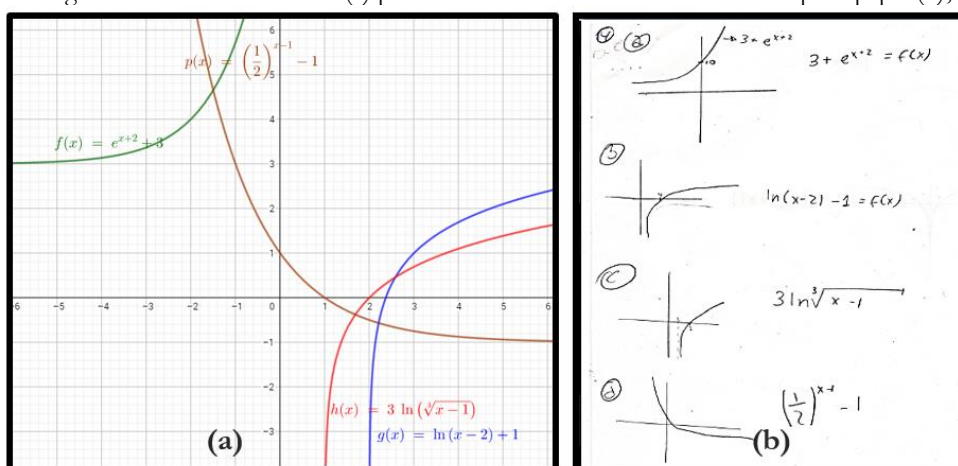
**Atividade IV.**

1. Tome a folha com o gráfico da função  $y = \sin x$  e vire-a, de forma a ficar com o verso do gráfico para você.
2. Fixe com a mão direita o lado direito da folha e faça com ela um giro de  $90^\circ$  para a direita.
3. No lado em que a folha está agora, trace novamente os eixos, indicando como eixo  $x$  o eixo horizontal e como eixo  $y$  o eixo vertical.
4. Na figura que você enxerga, defina e marque intervalos do gráfico que represente uma função.
5. Para padronizar o trabalho, se detenha ao intervalo  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  e contorne com o lápis o pedaço do gráfico que se encontra neste intervalo.
6. Vire novamente a folha, de modo a visualizar a função  $y = \sin x$  e faça o corte no intervalo que foi padronizado.
7. Determine o domínio e a imagem deste corte.
8. Volte à posição indicada em (5) e determine o domínio e a imagem do pedaço do gráfico que você contornou com o lápis.
9. Analise o domínio e a imagem encontrados em (7) e em (8).
10. Estas duas funções são inversas uma da outra, ou seja, restringindo o domínio da função  $y = \sin x$  ao intervalo  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  e o contradomínio (igual à imagem) de  $[-1, 1]$ , tem-se a sua inversa  $y = \arcsin x$ .
11. Utilizando a técnica de determinação da função inversa, determine a inversa da função  $y = \sin x$

Fonte: Dados da pesquisa

Ao aprender a manusear e lidar com as principais ferramentas de plotagem de gráficos no *GeoGebra*, ficou claro aos cursistas o fato de que é mais fácil e viável utilizar um *software* ao invés das mídias lápis e papel, em determinados momentos nas aulas de Matemática. Essa realidade pode ser analisada por meio da Fig. 9, na qual os acadêmicos encontraram dificuldades em resolvê-la apenas com as mídias lápis e papel, devido ao seu aparente grau elevado de dificuldade, já que as funções propostas para a plotagem foram:  $f(x) = e^{x+2} + 3$ ;  $g(x) = \ln(x - 2) + 1$ ;  $h(x) = 3 \ln^3 \sqrt{x - 1}$  e  $p(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} - 1$ .

**Figura 9** – Plotagem realizada no *GeoGebra* (a) pelo aluno A e realizada com as mídias lápis e papel (b), pelo aluno E



Fonte: Dados da pesquisa

Com a manipulação das ferramentas do *GeoGebra*, foi possível notar o quanto é pertinente utilizar um *software* no tratamento de funções, pois este tem a capacidade de facilitar uma assimilação maior de conhecimentos. Desse modo, ao analisar alguns relatos e comportamentos dos acadêmicos no decorrer do curso, notou-se que o uso das tecnologias no desenvolvimento de certos conteúdos de Matemática pode auxiliar os alunos e professores no desenvolvimento de algumas atividades propostas.

### **Análise dos Dados e Discussões**

Para a presente pesquisa, analisou-se o conhecimento prévio dos acadêmicos participantes no que se refere ao *GeoGebra* e no que diz respeito ao nível de conhecimento em informática. Notou-se que quatorze alunos possuem um nível básico de conhecimento nesta área, sabe utilizar alguns programas, acessar *internet*, manusear algumas ferramentas, enquanto seis alunos possuem conhecimento intermediário ou avançado em se tratando de informática.

Ao analisar o questionário inicial, foi possível notar que oito cursistas relataram ter feito curso básico de informática, os demais (doze) disseram que o conhecimento que possuem é baseado em experiências realizadas no cotidiano. Afirmaram que através da necessidade,

aprenderam a utilizar algumas ferramentas computacionais e, no entanto, sempre surgem dúvidas acerca de como utilizar tais ferramentas. Em geral os alunos reconhecem que a tecnologia se faz presente em todos os lugares, e requer das pessoas o conhecimento de sua utilização, por mais básica que seja, para, dessa forma acompanhar o desenvolvimento proveniente dessas tecnologias.

Em relação ao conhecimento prévio sobre o *software GeoGebra*, quinze alunos não sabiam de sua existência, enquanto apenas cinco alunos conheciam o *software* superficialmente, mas pretendiam ampliar seus conhecimentos em relação às suas funcionalidades.

Quando questionados sobre o que pensam em relação ao uso das tecnologias digitais no ensino da Matemática, foram unânimes em ressaltar sua relevância não apenas no Ensino da Matemática, mas em todas as demais áreas de ensino, como na Física, e relataram ainda o fato de que os profissionais da educação devem estar preparados para integrarem essas tecnologias em suas práticas docentes, no intuito de proporcionar aulas mais atrativas e dinâmicas, objetivando melhorias na relação professor/aluno, assim como mudanças positivas no processo de ensino e aprendizagem.

Assim, buscou-se valorizar os conhecimentos prévios dos cursistas em relação aos conteúdos propostos e demonstrar significados e relevância em estudá-los, com ênfase maior na apresentação das ferramentas do *software*, de modo que todos participassem e expressassem seu ponto de vista, e assim, muitos manifestaram sua perplexidade ao analisar o quanto a utilização de um *software* pode auxiliar no ensino e aprendizagem.

As resoluções das atividades referentes aos conteúdos propostos, realizadas em sala de aula ou em casa, foram postadas no *Moodle* para posterior análises. O *Moodle (Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment)* de acordo com Macêdo e Voelzke (2014), tem sido considerado um dos melhores ambientes virtuais de aprendizagem, por ser um programa computacional livre e proporcionar muitos recursos e atualizações constantes.

Em algumas atividades, os alunos realizaram a plotagem dos gráficos de algumas funções utilizando o *software GeoGebra* e as mídias lápis e papel. No momento da realização das atividades propostas, alguns acadêmicos apresentaram certa defasagem, principalmente no que diz respeito ao domínio e análise de alguns conceitos e notações matemáticas na representação gráfica dessas funções, e ao escreverem as linguagens matemáticas adequadas, bem como em relação à plotagem dos gráficos no papel.

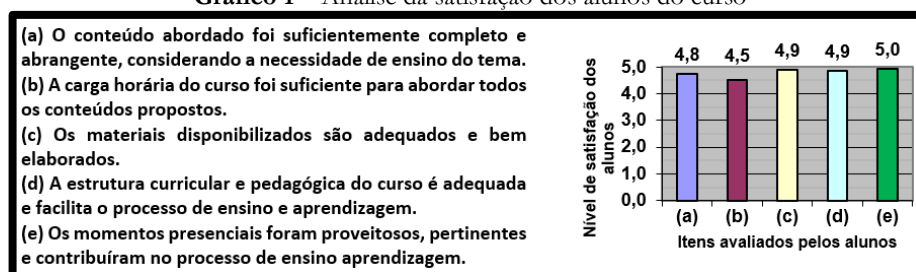
Através das respostas de uma das questões do questionário pós-curso, na qual havia cinco itens de (a) a (e), os acadêmicos atribuíram um valor de um a cinco aos itens com as escalas: (1) Discordo totalmente (se você discorda em 100,0% da afirmativa), (2) Discordo em parte (se você discorda da afirmativa, mas não em 100,0%), (3) Não concordo nem discordo (se você está indeciso

ou neutro em relação a afirmativa), (4) Concordo em parte (se você concorda com a afirmativa, mas não em 100,0%), (5) Concordo totalmente (se você concorda em 100,0% da afirmativa). Para cada item, calculou-se a média aritmética simples, baseando-se na frequência das respostas.

Desta forma foi obtido o *Ranking Médio* (RM) proposto por Oliveira (2005), que se refere ao fato de que quanto mais próximo de cinco o RM estiver, maior será o nível de satisfação dos acadêmicos e quanto mais próximo de um, menor será este nível. Neste contexto, o Gráfico 1 apresenta a média aritmética simples do nível de satisfação dos acadêmicos, baseando-se na frequência das respostas.

É possível perceber através do Gráfico 1 que a satisfação dos alunos em relação aos vários aspectos do curso possui média geral 4,8. Quando se considera cada item individualmente, percebe-se que a menor satisfação está relacionada à carga horária do curso (média 4,5). A maioria concorda que a carga horária do curso deveria ser maior. A maior satisfação, com média 5,0, se deu nas oficinas realizadas nos encontros presenciais, sendo que a grande maioria considerou que foram proveitosas pertinentes e contribuíram no processo de ensino aprendizagem.

Gráfico 1 – Análise da satisfação dos alunos do curso



Fonte: Dados da pesquisa

O que se segue é uma análise quantitativa dos dados obtidos através de uma das questões do questionário pós-curso, na qual havia os itens da Fig. 10, com afirmações sobre o software *GeoGebra*.

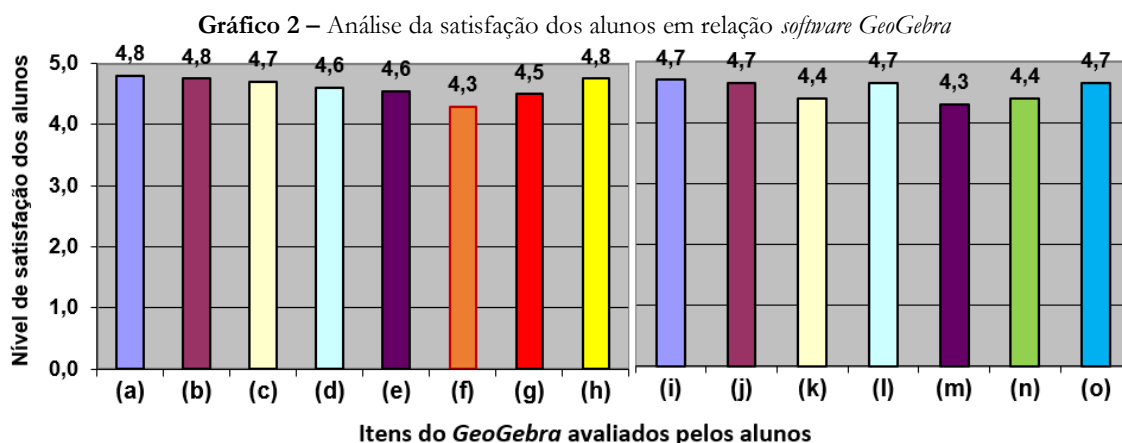
Figura 10 – Itens do GeoGebra avaliados pelos cursistas

- (a) As funções disponíveis são suficientes para realizar as tarefas para as quais o *software* se propõe?
- (b) O *software* oferece situações e recursos que justifiquem sua utilização?
- (c) O *software* pode ser utilizado como uma revisão e/ou reforço para um assunto já trabalhado?
- (d) O *software* permite o desenvolvimento de um conteúdo novo?
- (e) O tipo de interface utilizado pelo *software* é adequado ao público alvo a que se destina?
- (f) As representações das funções da interface (ícones, menus, entre outros) são fáceis de serem reconhecidas/entendidas?
- (g) As funções são fáceis de serem utilizadas?
- (h) O *software* utiliza as convenções e definições relacionadas à Matemática de maneira correta?
- (i) O *software* trabalha (ou permite trabalhar) os conteúdos de forma gradativa, ou seja, caminhando do básico ao profundo de forma suave?
- (j) Permite o desenvolvimento das capacidades de raciocínio e de resolução de problemas?
- (k) Contribui para a formação geral do aluno, desenvolvendo valores e atitudes necessários à vida em sociedade?
- (l) Permite desenvolver no aluno a capacidade de avaliar criticamente informações?
- (m) Contribui para a construção de abstrações matemáticas evitando a mera memorização de algoritmos?
- (n) Facilita o entendimento da Matemática como uma linguagem de comunicação, através da qual é possível modelar e interpretar a realidade?
- (o) Oferece grandes possibilidades de interação com o usuário?

Fonte: Dados da pesquisa

Os acadêmicos atribuíram um valor de um a cinco para cada item, marcando uma das opções: (1) Discordo totalmente (se você discorda em 100,0% da afirmativa), (2) Discordo em parte (se você discorda da afirmativa, mas não em 100,0%), (3) Não concordo nem discordo (se você está indeciso ou neutro em relação a afirmativa), (4) Concordo em parte (se você concorda com a afirmativa, mas não em 100,0%), (5) Concordo totalmente (se você concorda em 100,0% da afirmativa).

Desta forma os dados foram tabulados e, novamente utilizou-se o método do Ranking Médio (RM), que se refere ao fato de que quanto mais próximo de cinco o RM estiver, maior será o nível de satisfação dos acadêmicos em relação ao *GeoGebra* e quanto mais próximo de um, menor será este nível. Para cada item, calculou-se a média aritmética simples, baseando-se na frequência das respostas, o que possibilitou a construção do Gráfico 2.



Fonte: Dados da pesquisa

A análise do Gráficos 2 mostra que a satisfação dos alunos em relação aos vários aspectos do *software GeoGebra* possui média geral 4,6. Quando se considera cada item individualmente, percebe-se que a menor satisfação está relacionada aos itens (f) e (m), realidade que mostra a dificuldade encontrada por alguns dos cursistas ao lidarem com o conteúdo de funções ao utilizar as ferramentas do aplicativo computacional; além da descrença de outros na possibilidade de o uso do aplicativo possibilitar melhorias na formação dos alunos.

A maior satisfação, com média 4,8, se deu nos itens (a), (b) e (h), mostrando que para os acadêmicos, as funções disponíveis são suficientes para realizar as tarefas para as quais o *software* se propõe. O *GeoGebra* oferece situações e recursos que justifiquem sua aplicação e utiliza as convenções e definições relacionadas à Matemática de maneira correta.

## Considerações Finais

No decorrer desse trabalho delineou-se resultados de um estudo envolvendo o uso das tecnologias digitais na formação de professores de Matemática e Física. Procurou-se resposta às seguintes questões de pesquisa:

De que forma as tecnologias digitais podem contribuir na formação inicial dos professores de Matemática e Física? Quais os limites e possibilidades da utilização do *software GeoGebra* no ensino e na aprendizagem de Matemática?

Para responder a estas questões, ofereceu-se um curso na modalidade semipresencial para vinte acadêmicos das licenciaturas em Matemática e Física do IFNMG. Foram utilizadas sequências didáticas (ZABALA, 1998), o *software GeoGebra*, o AVA *Moodle* e as mídias lápis e papel.

Essa estratégia didática pareceu ser bastante adequada, pois os cursistas sentiram-se à vontade ao lidar com as ferramentas do *software GeoGebra*, e desenvolveram-se consideravelmente bem, pois demonstraram certa familiaridade com o aplicativo. Houve participação e empenho dos acadêmicos que consideraram o curso importante para sua formação, e para estes a carga horária do curso poderia ter sido maior, principalmente para uma abordagem mais ampla das ferramentas do aplicativo computacional.

O uso das tecnologias digitais possibilita uma maior interação entre o conhecimento, e o aluno, por meio da mediação do professor, pois a maioria dos alunos manuseiam com certa facilidade os recursos tecnológicos. Em contrapartida, a maioria dos professores que estão em atuação, possuem dificuldades na utilização desses recursos, daí a importância de sua aplicação durante a formação inicial dos professores.

Ainda assim, é inegável a existência da defasagem de aprendizagem de alguns cursistas em relação aos tipos de funções apresentadas, no entanto, a maioria se esforçou para agregar novos conhecimentos. Nesse sentido, considera-se que as questões de pesquisa foram satisfatoriamente respondidas.

A pesquisa teve o intuito de investigar as contribuições do uso das tecnologias digitais, na construção da autonomia docente dos acadêmicos das Licenciaturas em Matemática e Física do IFNMG. O objetivo foi cumprido, uma vez que a utilização do *software* possibilitou uma melhor visualização aos acadêmicos, de como se comportam as funções vistas, apesar das dificuldades apresentadas em determinados momentos.

Dessa forma, a visualização foi bastante explorada nas atividades propostas. Constatou-se que após plotar os gráficos com a utilização do *GeoGebra*, os acadêmicos assimilaram os conhecimentos propostos, desenvolvendo noções que foram utilizadas para realizar as plotagens sugeridas e resolverem as atividades propostas.

Também foram estabelecidas algumas relações entre os conceitos prévios relacionados com as atividades, representações dos gráficos em termos visuais e manuais, articulação entre estas representações e as notações e as dificuldades demonstradas pelos acadêmicos.

É inegável a realidade acerca das condições na qual se encontra a educação básica atualmente, principalmente a pública, que na maioria das vezes não disponibiliza de subsídios necessários ou recursos tecnológicos adequados e suficientes, para que os professores utilizem qualquer ferramenta tecnológica, seja *softwares* ou até mesmo *internet* em suas aulas, tendo estes que utilizar dos meios tradicionais para ensinar os conteúdos previstos, e os alunos, por sua vez continuam a fazer uso das mídias lápis e papel, para aprendê-los.

Apesar dessa realidade, ficou a expectativa de que os cursistas utilizem os conhecimentos e experiências obtidos, não apenas na graduação, mas também em suas práticas docentes, pois não basta que o professor queira utilizar as tecnologias digitais no ensino, é necessário que ele as utilize como parte do planejamento do seu pensar e fazer pedagógico.

Os resultados obtidos, com o uso do *GeoGebra*, proporcionaram elementos que torna possível se considerar a potencialidade na integração das tecnologias digitais ao ensino e a aprendizagem, não apenas com a Matemática e Física, mas com todas as demais áreas de conhecimento, pois estas têm a possibilidade de contribuir para melhorias consideráveis à educação.

## Referências

CAETANO, J. S.; MARQUES, A. C. Utilização da informática na sala de aula. In: MERCADO, L. P. L. (org.). **Novas tecnologias na educação: reflexões sobre a prática**. Maceió: EDUFAL, 2002, p. 131-168.

CARNEIRO, R. F.; PASSOS, C. L. B. A utilização das tecnologias da informação e comunicação nas aulas de matemática: limites e possibilidades. **Revista Eletrônica de Educação**, Campinas, v. 8, n. 2, p. 101-119, 2014.

CARVALHO, A. M. B. R.; CHIOSSI, T. C. S. **Introdução à engenharia de *software***. 2. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2001.

FONTES, D. J. S.; FONTES, M. M.; FONTES, M. M. O computador como recurso facilitador da aprendizagem matemática. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, 1, 2009, Ponta Grossa (PR). **Anais...** Curitiba: Editora da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2009, p. 1013-1026.

GUIMARAIS, Y. P. B. Q. **Exploração de convergência em tópicos de cálculo diferencial, integral e numérico, usando os *softwares* VCN e *Geogebra***. 2010. 192 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.



LIMA, J. O. **Diretrizes para a construção de softwares educacionais de apoio ao ensino de matemática**. 2006. 140 f. Dissertação (Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática) - Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

MACÊDO, J. A.; VOELZKE, M. R. As concepções prévias, os recursos tradicionais e as tecnologias digitais no ensino de astronomia. **Revista Imagens da Educação**, v. 4, n. 3, 2014, p. 27-38.

MACÊDO, J. A.; NUNES, T. C. S.; VOELZKE, M. R. Objetos de aprendizagem no estudo de tópicos de matemática. **Revista Tecnologias na Educação**, Belo Horizonte (MG), ano 7, n. 13, p. 1-10, dez. 2015.

MACÊDO, J. A.; ALMEIDA, S. N.; VOELZKE, M. R. Descrições de programas livres e gratuitos para o ensino da matemática. **Revista Abakós**, Belo Horizonte (MG), v. 4, n. 2, p. 3-19, mai. 2016.

MISKULIN, R. G. S. **Concepções teórico-metodológicas sobre a introdução e a utilização de computadores no processo ensino/aprendizagem da geometria**. 1999. 577 f. Tese (Doutorado em Educação) -. Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.

OLIVEIRA, L. H. **Exemplo de cálculo de ranking médio para likert**. Notas de Aula. Metodologia Científica e Técnicas de Pesquisa em Administração. Mestrado em Adm. e Desenvolvimento Organizacional. Varginha: PPGA CNEC/FACECA, 2005.

SANTOS, A. C. F.; MACÊDO, J. A. Uso dos softwares GeoGebra e winplot no estudo de funções transcendentais. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis (SC), v. 10, n. 2, p. 155-166, dez. 2015.

SILVA, A. C.; SANTOS, L. V.; SOARES, W. A. Utilização do *winplot* como *software* educativo para o ensino de matemática. **Revista Diálogos**, Garanhuns (PE), n. 6, p. 187-206, 2012.

STEWART, J. **Cálculo**. 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

TENÓRIO, A.; SOUZA, S. M. R.; TENÓRIO, T. O uso do *software* educativo *geogebra* no estudo de geometria analítica. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, São Paulo, v. 4, n. 2, p.103-121, 2015.

VALENTE, J. A. Formação de professores: diferentes abordagens pedagógicas. In: VALENTE, J. A. (org). **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas (SP): UNICAMP/NIED, 1999. p. 131-142.

ZABALA, A. **A prática educativa: Como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998