

A ARTE CONTRIBUINDO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA NO SEXTO ANO

THE ART CONTRIBUTING TO THE TEACHING OF GEOMETRY IN THE SIXTH YEAR

Viviane de Oliveira Santos¹
Erenilda Severina da Conceição Albuquerque²

Resumo

O objetivo deste artigo é descrever a aplicação de uma sequência didática numa escola da rede municipal de Maceió, estado de Alagoas, com alunos de duas turmas de 6º ano. Trabalhamos a geometria plana e espacial mesclando metodologias, tendo como foco principal a arte plástica. Iniciamos com o uso do livro texto e sequenciamos apresentando os trabalhos dos artistas plásticos que trabalham a geometria em suas obras: Beatriz Milhazes, Geraldo de Barros, Rubens Barsotti, Tarsila do Amaral e Dietmar Voorwold, buscando mostrar a íntima relação da arte plástica com a matemática. Utilizamos também oficinas de origami, técnica de raspagem e construção de sólidos geométricos. Para esta pesquisa, trabalhamos com um grupo de 60 alunos, com faixa etária entre 10 a 12 anos. Em todas as etapas, os estudantes eram convidados à reflexão e à discussão por meio de perguntas dirigidas aos grupos. Buscávamos em todo momento discutir e entender os conceitos matemáticos ali presentes. Além de mostrar a relação da matemática com a arte, buscamos incentivar o aluno a ter um comportamento reflexivo e questionador. Tal aplicação resultou em uma dissertação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat), da Universidade Federal de Alagoas (Ufal).

Palavras-chave: Matemática. Arte. Geometria. Ensino. Aprendizagem.

Abstract

The purpose of this article is to describe the application of a didactic sequence in a school of the municipal network of Maceió, state of Alagoas, with students from two classes of 6th grade. We work with flat and spatial geometry, mixing methodologies, by having as the main focus plastic art. We began with the use of the textbook and sequenced presenting the works of the plastic artists who work the geometry in their works: Beatriz Milhazes, Geraldo de Barros, Rubens Barsotti, Tarsila do Amaral and Dietmar Voorwold, seeking out to show the intimate relationship between plastic art and mathematics. We also used origami workshops, scraping technique and construction of geometric solids. For this research, we worked with a group of 60 students, with ages ranging from 10 to 12 years. At all stages, students were invited to reflect and discuss by means of questions addressed to groups. We sought at all times to discuss and understand the mathematical concepts present. Besides to show the relation of mathematics to art, we look for to encourage the student to have a reflexive and questioning behavior. This application resulted in a dissertation of the Professional Master in Mathematics in National Network (Profmat), of the Federal University of Alagoas (Ufal).

Keywords: Mathematics. Art. Geometry. Teaching. Learning.

¹ Universidade Federal de Alagoas

² Rede Pública do Município de Maceió e do Estado de Alagoas

Introdução

Este artigo relata a aplicação de uma estratégia didática, direcionada ao ensino de geometria nos 6º anos do Ensino Fundamental II, na qual usamos a arte como principal meio para se trabalhar a geometria neste segmento e, dessa forma, diminuir a lacuna de aprendizagem deste conteúdo. Esta atividade resultou numa dissertação de mestrado (ALBUQUERQUE, 2017). O que nos motivou à esta aplicação foi termos observado que muitos dos nossos alunos chegavam desconhecendo, total ou parcialmente, figuras tais como: círculo, circunferência, trapézio, bloco retangular, pirâmide, dentre outros.

Decidimos então desenvolver um trabalho interdisciplinar em parceria com a professora de arte e a escolha dos artistas foi uma decisão conjunta. A metodologia utilizada foi a proposta triangular, a qual foi desenvolvida pela educadora brasileira Ana Maria Barbosa e que consiste em três abordagens para se construir conhecimento em arte: contextualização histórica, apreciação artística e o fazer artístico (BARBOSA, 1998 *apud* CARVALHO, 2007).

Durante a realização das atividades, estudamos a geometria presente nas artes plásticas e na arte da dobradura de papéis através de oficinas e reflexões-ações. Vale ressaltar que consideramos oficinas todas as atividades nas quais os alunos são levados à aprendizagem pela construção, enquanto as reflexões-ações foram os momentos nos quais paramos para pensar sobre o que estávamos construindo e fazíamos a ponte com o conhecimento formal. Esses momentos de reflexões aconteceram durante a própria construção e ao término de forma sistematizada, ou seja, seguindo roteiros de questões.

A ideia historicamente construída de que a matemática é uma disciplina difícil é quase um consenso entre os alunos. Em seu artigo, Silva (2005) chama-nos a refletirmos alguns aspectos que colaboram para que a matemática seja vista dessa forma até os dias de hoje. Dentre os quais estão a existência desse conceito pré-formado de que a “matemática é difícil”, a capacitação inadequada de alguns professores, o uso da metodologia tradicional com ênfase excessiva ao cálculo, a busca inadequada a novos recursos pedagógicos, a falta de contextualização, a linguagem matemática carregada de simbologias e nomenclaturas diferentes que prejudicam a aprendizagem em matemática.

Lorenzato (1995) também aponta outros fatores responsáveis por esse quadro como a exagerada importância dada ao livro didático, já que alguns professores, ou por despreparo ou por falta de tempo em buscar outras fontes, limitam-se a esses livros que às vezes trazem a geometria como um conjunto de definições e fórmulas desconectadas da realidade. O currículo dos cursos de licenciatura é outro ponto interveniente, bem como os programas e guias curriculares que

apresentam a geometria de forma dissociada da álgebra e da aritmética, concorrendo também para o abandono do ensino da geometria.

Reflexões sobre práticas metodológicas devem ser constantes em nossa vida profissional. Acreditamos que a formação continuada para os professores pode colaborar para evitar a defasagem na aprendizagem dos alunos que chegam ao 6º ano, defasagem essa que será diminuída ou ampliada dependendo da abordagem metodológica do professor, da dinâmica de acompanhamento familiar e do projeto político pedagógico da escola, documento que deve explicitar as intenções daquela unidade em relação ao processo de ensino e de aprendizagem dos seus alunos, bem como as ações que devem ser implementadas para a consecução dessas intenções/objetivos.

A geometria é uma área muito importante da matemática, não apenas por estar presente no cotidiano das pessoas, mas porque segundo alguns estudiosos, de Platão a Lorenzato, ela ajuda a desenvolver o pensamento lógico dedutivo e, portanto, precisa ser melhor trabalhada na sala de aula. Lorenzato (1995) diz que sem a geometria o pensamento geométrico e o raciocínio visual não serão desenvolvidos e que isto dificultará a resolução das situações de vida que forem geometrizadas, bem como questões de outras áreas do conhecimento. Além disso, a “Geometria desempenha um papel integrador entre as diversas partes da matemática, além de ser um campo fértil para o exercício de aprender a fazer e aprender a pensar” (FAINGUELERNT, 1999 *apud* PROENÇA; PIROLA, 2009, p. 128).

As atividades foram realizadas em etapas e totalizaram um total de 45 aulas, sendo descritas no tópico “Explorando os conteúdos de geometria plana e geometria espacial”. Iniciamos com a apresentação do conteúdo sobre geometria plana e espacial seguindo o livro didático. Exploramos o assunto, aplicamos um teste de sondagem e retomamos o conteúdo com outra abordagem. Primeiro, expondo e explorando algumas telas de artistas plásticos, a saber, Beatriz Milhazes, Geraldo de Barros, Hércules Rubens Barsotti, Dietmar Voorwold e Tarsila do Amaral. Na sequência, pedimos que fizessem um desenho com base nas obras de Beatriz Milhazes e Dietmar Voorwold, usando a técnica da raspagem. Construímos mosaicos, exploramos o tangram discutindo conceitos geométricos ali existentes, aplicamos as oficinas de origami, construímos os esqueletos de poliedros com palitos e jujubas, os sólidos de Platão com papel paraná e concluímos a sequência com as pinturas em tela.

Este trabalho teve um caráter interdisciplinar e entendemos que “a interdisciplinaridade, equivale à necessidade de superar a visão fragmentada da produção de conhecimento e de articular as inúmeras partes que compõem os conhecimentos da humanidade” (GARRUTTI; SANTOS,

2004, p. 188). Nesta perspectiva, fizemos um trabalho partilhando e articulando as disciplinas matemática e arte com um único fim, o de gerar aprendizagem.

Geometria plana e espacial: um pouco da história

Ao longo da história, o ensino da matemática no Brasil passou por diversas discussões que geraram mudanças. A educação no Brasil foi iniciada pelos jesuítas em 1549, com a liderança do padre Manoel da Nóbrega. De acordo com Gomes (2012), nos colégios, as humanidades clássicas tinham privilégio na formação e havia pouco espaço para os conhecimentos matemáticos. Já nas escolas elementares, “[...] contemplava-se o ensino da escrita dos números no sistema de numeração decimal e os estudos das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais” (GOMES, 2012, p. 14).

Podemos citar como mudanças mais marcantes para a educação no Brasil e, como consequência, para o ensino da matemática a reforma de Benjamin Constant que “[...] promoveu uma reforma do ensino, seguindo a doutrina positivista, da qual era fervoroso adepto” (MARTINS; SANTOS, 2016, p. 88). Essa reforma privilegiava as ciências e então a matemática ganhou lugar de destaque.

A década de 1920 é marcada pela influência das ideias do movimento da Escola Nova em nosso país. As discussões sobre as mudanças na educação e, em particular, no ensino da matemática, aconteciam sobretudo na Europa. É nesse cenário de intensas discussões sobre a educação, que o professor do Colégio Pedro II, Euclides Roxo, liderou a proposta de uma mudança radical nos programas de ensino da instituição, a qual foi aprovada em 1928. Nesta proposta, a característica mais evidente “era a unificação das antigas disciplinas de Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria, que eram ensinadas por docentes distintos e faziam uso de livros diferentes, em uma nova disciplina chamada Matemática” (GOMES, 2012, p. 19).

A outra reforma que marcou o cenário da educação no Brasil, na década de 30, foi a proposta intitulada Reforma Francisco Campos, “primeira lei nacional de ensino com um currículo para todo o Brasil, caracterizando pela primeira vez no país, a disciplina única denominada Matemática, resultado da fusão dos ramos independentes aritmética, álgebra e geometria que constituíam, até então, disciplinas independentes” (VALENTE, 2003, p. 153).

Já na década de 60, num contexto social, econômico e político bastante fervoroso nacionalmente, se fortalecem as manifestações a favor do Movimento da Matemática Moderna (MMM) em nosso país (MARTINS; SANTOS, 2016, pp. 111-112). Esse Movimento “trouxe ‘o princípio da atividade’ e o ‘princípio de introduzir na escola situações da vida real’, provocando mudanças significativas no ensino da Matemática” (MIORIM, 1998 *apud* FERREIRA, 2012, p. 96).

A Lei 5692/71 que cria a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) veio com novas alterações na estrutura da educação. “A liberdade que essa lei concedia às escolas quanto à decisão sobre os programas das diferentes disciplinas possibilitou que muitos professores de matemática, sentindo-se inseguros para trabalhar a geometria, deixassem de incluí-la em sua programação” (PAVANELLO, 1993, p. 7).

As mudanças na educação continuam acontecendo. A criação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é o último movimento neste sentido. No que tange ao estudo da Geometria para o Ensino Fundamental, a BNCC (BRASIL, 2018) relata a necessidade deste estudo que envolve um amplo conjunto de conceitos e procedimentos capazes de resolver problemas do mundo físico e de diversas áreas do conhecimento. Além disso, ressalta que

[...] estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência. (BRASIL, 2018, p. 271).

Em resumo, questões políticas, sociais e econômicas ditam os rumos da educação. A matemática, por sua vez, sofreu diversas transformações intrínsecas a ela e no seu modo de ser ensinada. Além disso, “A vitalidade e o interesse pela matemática, que se intensifica na segunda metade do século XX, estimulada pelas circunstâncias internacionais, abriram espaço para a emergência, no Brasil, de outras áreas de pesquisa matemática, muitas de natureza interdisciplinar” (D’AMBROSIO, 2008, p. 95).

Geometria em toda parte

Sabemos que o mundo é permeado de formas geométricas.

“A Geometria está por toda parte”, desde antes de Cristo, mas é preciso conseguir enxergá-la [...] mesmo não querendo, lidamos em nosso cotidiano com as ideias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente estamos envolvidos com a Geometria. (LORENZATO, 1995, p. 5).

A Geometria cria a possibilidade de estimular a participação do aluno. Os processos de ensino e de aprendizagem não são dicotômicos e sim complementares, não no sentido de que um começa onde o outro termina, eles se entrelaçam. Em outras palavras, é necessária a interação dos dois atores, professor e aluno, para que essa ação seja exitosa. Também cabe ressaltar, dentre

outros, a responsabilidade da família como coadjuvante nesses processos, vez que o aluno precisa ser assistido pelos pais. Em suas casas, esse esforço na direção da construção do conhecimento deve ter continuidade.

Para motivarmos os alunos quanto à presença da matemática em toda parte, devemos significar os conteúdos, pois “o significado da atividade matemática para o aluno também resulta das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos e também entre estes e as demais áreas do conhecimento e as situações do cotidiano” (BRASIL, 1998, p. 37).

A contextualização dos conteúdos é uma boa ferramenta para dar significado. A geometria plana e espacial tem essa faceta utilitária, logo a contextualização neste caso parece ser mais “fácil”, desde que seja bem formulada. Buscamos então “a aprendizagem significativa que é progressiva, o aluno constrói o conhecimento a partir do que ele já conhece e a aprendizagem se dá progressivamente na medida que o aprendiz interage esses conhecimentos, ele é um receptor ativo” (KAKIZAKI, 2000, pp. 9-10).

Devemos estabelecer a interação da matemática com as outras áreas de conhecimento, bem como trabalhar os ramos da matemática interligados entre si. Dessa maneira, a geometria não deve ser ensinada separada da álgebra e da aritmética, nem tão pouco limitar-se às resoluções de problemas que não façam sentido para os nossos alunos. Por outro lado, devemos ter a clareza de que a matemática não goza puramente de um caráter utilitário. Ela guarda abstrações e trata de temas que nem sempre poderão ser empregados em aplicação alguma.

Matemática e arte

Em certo momento da história da educação, a disciplina de arte foi incumbida de ensinar uma parte da geometria, o desenho geométrico. Isso aconteceu num período em que Pavanello (1993) chama a atenção para o tratamento de abandono que a geometria vinha passando.

Aqui não estamos tratando da disciplina de arte especificamente, mas das possibilidades que uma obra de arte nos propicia para o estudo dos conceitos matemáticos. Zago e Flores (2010), veem na arte a possibilidade de um ensino significativo da matemática e que, ao fazer ou apreciar uma obra de arte no ambiente escolar, os alunos podem perceber os conceitos matemáticos ali existentes, bem como ligá-la ao tempo e cultura a que a obra pertence. Também estamos nos referindo a presença da matemática em outras expressões artísticas, como a relação existente entre matemática e arquitetura, a arte das dobraduras de papel e nas tramas dos filés.

De acordo com Zago e Flores (2010, p. 342),

[...] a educação matemática e a arte se constituem num campo de pesquisa, bem como, de possibilidades de ensino de matemática e geometria a partir do momento em que passamos a olhar tanto os saberes matemáticos construídos

historicamente, quanto às obras artísticas como produções humanas, culturais e históricas.

Assim, a matemática e a arte, em suas diversas expressões, guardam uma relação muito próxima quer seja na arquitetura de Oscar Niemeyer, quer seja nas telas de Tarsila do Amaral, nas construções de Leonardo Da Vinci, nas simetrias de Maurits Cornelis Escher, no artesanato dos filés alagoanos, nos desenhos estampados nas cerâmicas indígenas, para onde olhamos vemos essa proximidade. A beleza com a qual as duas dialogam é enorme. Acreditamos que seja uma forma de aproximar os nossos alunos da cultura, incentivar o gosto por ela, até porque não se gosta daquilo que não se conhece, além disso, os professores têm a oportunidade de aprender mais sobre a arte à medida que relacionam essas áreas.

Chaves (2008, p. 9) diz sobre as artes plásticas: “o que diriam as pessoas ao saber que na verdade, na arte podem ser visualizados muitos conceitos de matemática e até mesmo pode-se criar arte através do uso da matemática”.

Vale ressaltar que “[...] é fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento” (BRASIL, 1998, p. 51).

Nesta perspectiva, a finalidade deste estudo foi a de investigar a geometria presente nas obras de alguns artistas plásticos e na arte do origami. Desta forma, visando compreender melhor a relação entre matemática e arte, vamos explorar os conteúdos de geometria envolvendo a arte.

Explorando os conteúdos de geometria plana e geometria espacial

Iremos descrever a aplicação de uma sequência didática, desenvolvida numa escola do município de Maceió, estado de Alagoas. O mesmo foi desenvolvido de agosto de 2016 a janeiro de 2017, sendo trabalhado a geometria plana e espacial mesclando metodologias e tendo como foco principal a arte plástica.

Inicialmente, exploramos os conteúdos geometria plana e espacial pelo livro didático, seguindo a sequência e atividades nele dispostas. Ao término de toda seção, aplicamos um teste de sondagem para sabermos a aprendizagem gerada nos estudantes. O teste teve 09 questões subjetivas e nossa amostra foi de 60 alunos na faixa etária dos 10 anos aos 12 anos.

Os resultados não foram animadores e nos levou a refletir sobre a prática pedagógica adotada. Percebeu-se que, ou os alunos não estavam motivados e não se empenharam o suficiente, ou não conseguiram mesmo assimilar o conteúdo. Outro aspecto que nos chamou atenção foi a dificuldade que os alunos tiveram em escrever, dissertar sobre questões que tratavam de definições ou conceituação com base no que ele aprendeu. Desta forma, acreditamos que poderíamos

trabalhar mais detalhadamente os conteúdos utilizando oficinas, nas quais os alunos poderiam interagir com os conceitos geométricos estudados manipulando, construindo e refletindo individual e em grupo. As questões e a análise das respostas desse teste podem ser encontradas em Albuquerque (2017)

Sequenciamos nossa exploração com as oficinas, nas quais os alunos puderam estudar os conceitos geométricos, manipulando, construindo e refletindo individual e em grupo. Sendo este trabalho interdisciplinar, a professora de arte foi a facilitadora nas oficinas de mosaicos e pintura em telas. Nessas oficinas a professora de matemática entrou num segundo momento para explorar com os alunos os conceitos matemáticos presentes nas obras.

São muitos os educadores pesquisadores que se debruçam sobre esse tema, por reconhecerem a sua importância como recurso didático para o ensino da matemática. Vale destacar que “convém termos sempre em mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária a atividade mental, por parte do aluno” (LORENZATO, 2010, p. 21).

A seguir mostraremos oficinas que desenvolvemos com o objetivo de melhorar o entendimento dos conceitos geométricos estudados.

Oficina 1: Tangram

Objetivo da atividade: Explorar conceitos de semelhança, ângulos, perímetro e área.

Tempo estimado: 2 aulas

Materiais utilizados: jogos de tangram em madeira do acervo da escola, régua e transferidor.

O tangram é um jogo constituído por sete peças dentre as quais cinco triângulos, sendo dois grandes, um médio e dois pequenos; um quadrado e um paralelogramo. Com essas sete peças, é possível montarmos diversas figuras de animais e objetos. Com ele podemos explorar conceitos como semelhança, ângulos, diagonais, simetria, área e perímetro. A manipulação desse jogo também desenvolve o raciocínio lógico do aluno.

Para esta atividade, os alunos fizeram anotações sobre a análise das peças, observando nome e propriedades. Por exemplo, para o triângulo, eles deveriam classificar quanto aos ângulos e aos lados, e ao montar a figura, observar se a área se mantinha.

A turma foi inicialmente dividida em grupos com 3 ou 4 alunos. Distribuímos um kit do tangram em madeira para cada equipe. Então, contamos para eles uma das lendas do tangram. Na sequência, pedimos que os alunos em seus grupos, analisassem as peças. Posteriormente, iniciamos uma conversa na qual cada grupo era convidado a falar o que sabiam sobre as mesmas. Completando a exploração, passávamos em cada equipe mostrando conceitos não mencionados por eles. Em seguida, foi requerido dos alunos que montassem um objeto ou animal com as sete

peças, Figura 1. Nesse momento, pedimos que eles desprezassem a espessura das peças de madeira para analisarmos ali apenas o polígono.

Figura 1 - Figuras montadas com peças do tangram (pato e gato)



Fonte: Albuquerque, 2017, p. 82-83

Para finalizar essa etapa, eles deveriam construir uma ficha técnica sobre duas das sete peças, anteriormente escolhidas. Nosso propósito era verificar se eles haviam entendido algumas propriedades das formas geométricas que compõem o tangram. Na ficha eles deveriam descrever as formas escolhidas e indicar suas propriedades.

Os textos no Quadro 1 foram transcritos literalmente das fichas técnicas dos alunos.

Quadro 1 - Ficha técnica de algumas peças do tangram

Com relação ao quadrado	“Quadrilátero quadrado. Quadrados são quadriláteros de Ângulos e lados iguais. Ademais suas diagonais são também iguais e perpendiculares, se intersectam ao meio e formam ângulos de 45°”.
Com relação ao triângulo	“Esse é um triângulo isósceles tem ao menos dois lados de mesmo comprimento, e o outro de medida diferente”.
Com relação ao paralelogramo	“Um paralelogramo é uma figura plana, que tem lados opostos paralelos, que possui diagonais semi retas”.

Fonte: Albuquerque, 2017, p. 81-82

Oficina 2: Apresentação das obras dos artistas

Objetivo da atividade: Aproximar os alunos da cultura, em especial, dos artistas plásticos brasileiros e do artista alemão.

Tempo estimado: 4 aulas

Materiais utilizados: Slides com as obras dos artistas em estudo, notebook e retroprojeter.

Exibimos alguns slides com obras dos artistas brasileiros selecionados Tarsila do Amaral, Beatriz Milhazes, Geraldo de Barros, Hércules Rubens Barsotti e um artista alemão Dietmar Voorwold que trabalham arte com geometria, Figura 2. Foi um momento de muito envolvimento. A cada artista e a cada tela, os alunos eram solicitados a olhar e ressaltar elementos geométricos vistos por eles naquela tela. Pedíamos inclusive que fossem até à tela e nos apontasse o que a obra nos apresentava (diagonais, triângulos, circunferência).

Figura 2 – Obras de Dietmar Voorwold



Fonte: Página hypeness

A escolha dos artistas para esse estudo foi um trabalho em conjunto com a professora de arte. As discussões sobre os conceitos matemáticos presentes nas obras apresentadas aconteceram durante a exibição e foram retomadas em aulas subsequentes com perguntas que direcionavam as discussões. Seguem as perguntas e algumas respostas (ALBUQUERQUE, 2017, p. 84).

- (a) O que determina o comprimento de uma circunferência? – “O raio”.
- (b) Vocês conseguem ver nessa obra alguma figura geométrica conhecida? Quais? - “Sim. Trapézio, quadrado, triângulo”.
- (c) Posso afirmar que aquele triângulo é isóscele? Por quê? - “Sim. Tem dois lados iguais”; “Não tenho certeza”.
- (d) O que são diagonais? – “Uma linha que passa no meio do retângulo”.

Foram deixados para casa outros questionamentos que trabalhamos, em grupo, na aula seguinte. Vejamos no Quadro 2 as respostas transcritas literalmente dos alunos.

Quadro 2 - Questionamentos

Pergunta	Resposta considerada correta	Resposta considerada incorreta
Se aumentarmos as medidas dos lados de um quadrilátero, o que será afetado nos demais elementos?	“As diagonais ficarão grandes e a altura também”.	“As diagonais ficarão maiores e a altura não se altera”.
	“Suas diagonais ficarão maiores”.	“Ficará um retângulo só que mais grosso”.
	“Ficará mais comprida”.	
Se aumentarmos a diagonal de um quadrilátero o que acontecerá com os lados?	“Ficarão grandes os lados e a altura”.	
	“Os lados continuarão paralelos, mas aumentarão de tamanho”.	“Ficará muito grande e não vamos entender a forma”.
	“Eles ficarão maiores”.	
O que, na sua opinião, define o comprimento de uma circunferência?	“Os lados também aumentarão”.	
	“Ficarão grandes os lados e a altura”.	
O que, na sua opinião, define o comprimento de uma circunferência?	“O que faz a circunferência ficar maior ou menor é o raio”.	
O que são círculos concêntricos?	“São aqueles que dividem o mesmo centro”.	“Círculos ligados uns aos outros que se concentra em cada circunferência”.
	“Dividem o mesmo centro”.	
	“Círculo é o conjunto dos pontos do plano e a circunferência é vazia como um anel, o círculo é a circunferência reunida	

Qual é a diferença entre círculos e circunferências?	com a região interna. Ela é cheia como uma moeda”.	
	“O círculo é cheio igual a uma moeda e a circunferência é vazia igual ao aro da cesta de basquete”.	

Fonte: Albuquerque, 2017, pp. 85-87

Oficina 3: Raspagem

Objetivo da atividade: Trabalhar os conceitos matemáticos círculo, circunferência, raio, círculos concêntricos e círculos tangentes.

Tempo estimado: 3 aulas

Materiais utilizados: folhas de papel A4, caixas lápis de cor, giz cera e tampas com diâmetros diferentes.

Os alunos usaram a técnica de raspagem para fazer um trabalho inspirados em Beatriz Milhazes e Dietmar Voorwold, Figura 3. Essa técnica consiste em colorir com giz cera o papel A4 com diversos tons na forma que desejar. Sugerimos que fizessem retângulos, cada um de um tom. Em seguida deve-se cobrir todo o papel com giz cera preto, por fim raspa-se a superfície pintada com a tampa da caneta formando a arte desejada.

Figura 3 - Raspagem construídos pelos alunos



Fonte: Albuquerque, 2017, p. 89

Essa atividade foi desenvolvida em grupo e eles deviam escolher para desenhar, posições relativas entre duas ou mais circunferências. Para finalizar a atividade, cada grupo era convidado a expor seu trabalho, pontuando o que continha naquela arte que já havíamos estudado. Nosso intuito era também desenvolver a oralidade. Como alguns grupos apresentavam certa dificuldade nessa fase, nós completávamos os trabalhos, explorando os conceitos como, simetria, círculos concêntricos, círculos tangentes e circunferência.

Com relação aos artistas acima, esta nossa escolha foi em função do resultado do teste de sondagem, no qual observamos que muitos alunos se equivocaram quanto à identificação do que era círculo e circunferência. Ao término desta atividade, o que observamos é que os equívocos já não aconteciam.

Oficina 4: Construção do mosaico

Objetivo da atividade: Explorar as figuras geométricas planas e o conceito de simetria utilizando-se da arte.

Tempo estimado: 2 aulas.

Materiais utilizados: papel A4, lápis de cor e régua.

Na aula da disciplina de arte os alunos foram convidados a construir, em grupo, um mosaico, Figura 4. Antes, porém, explicamos para eles que mosaicos são composições feitas com figuras geométricas e mostramos o exemplo do livro didático.

Figura 4 - Mosaicos construídos pelos alunos



Fonte: Albuquerque, 2017, pp. 90-91

Ao término da atividade os alunos eram solicitados a se expressarem verbalmente sobre os polígonos, se as construções eram simétricas ou quaisquer outros elementos geométricos que utilizaram na confecção daquela arte. Por fim, o professor concluía enfatizando conceitos ali presentes, que eles tinham deixado de mencionar. Os ângulos eram quase não mencionados.

Como já havíamos trabalhado as figuras planas nas atividades anteriores, a identificação dos polígonos usados, bem como as simetrias presentes nos trabalhos deles já aconteceu com mais facilidade.

Oficina 5: Pintura em tela

Objetivo da atividade: Explorar elementos geométricos como simetria e polígonos. Construir uma tela tendo como inspiração as obras de um dos cinco artistas plásticos estudados e aproximar os alunos da cultura.

Tempo estimado: 5 aulas.

Materiais utilizados: Slides sobre as obras dos artistas em estudo, retroprojetor e notebook, telas 20 cm x 20 cm, tinta para tecido de cores diversas.

Esta oficina foi mediada pela professora de arte e a análise dos elementos matemáticos foi trabalhada pela professora de matemática. A metodologia utilizada pela professora de arte foi a proposta triangular, que consiste em três abordagens para se construir conhecimento em arte: contextualização histórica, apreciação artística e o fazer artístico.

A professora de arte apresentou novamente os slides com as obras de Tarsila do Amaral, Rubens Barsotti, Geraldo de Barros, Beatriz Milhazes e Dietmar Voorwold. Eles apreciaram

novamente os trabalhos daqueles artistas só que dessa vez sob um outro olhar, do estético, do temporal e histórico. Foi solicitado que, em dupla, fizessem uma releitura do que viram. Antes foi trabalhada com os alunos a biografia de cada artista envolvido nessa atividade.

As telas foram pintadas na aula de arte, Figura 5. Depois, na aula de matemática, pedimos aos alunos que identificassem os elementos geométricos usados na confecção das mesmas e observamos que a identificação dos nomes dos polígonos, círculos, circunferências foram bem assimilados. Nós professoras avaliamos dois aspectos: se a obra estava dentro do tema e sua beleza. Junto com a apresentação formamos uma nota para cada dupla.

Figura 5 - Telas produzidas pelos alunos



Fonte: Albuquerque, 2017, pp. 92-93

Oficina 6: Origami

Objetivo da atividade: Explorar e retomar os conceitos matemáticos referentes a figuras geométricas planas e espaciais (diagonais, faces, vértices, arestas, triângulos, quadrados, trapézio, paralelogramo e simetria).

Tempo estimado: 5 aulas

Materiais utilizados: papel A4 de cores branca, rosa, azul e amarela.

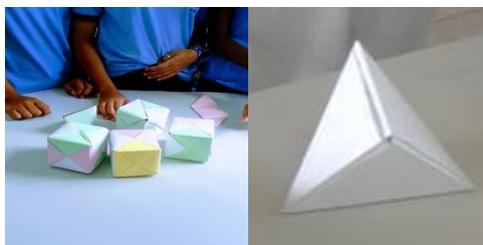
Origami é a arte de construir objetos com dobraduras de papel. Alguns origamis são confeccionados em módulos para depois montar, outros são construídos com uma única folha quadrada. As possibilidades de utilização desse material na exploração dos conteúdos de geometria são grandes. A cada dobra, determinadas figuras planas vão se configurando: quadrados, triângulos, pentágonos, dentre outros. É possível explorar conceitos como diagonais, ângulos, arestas, faces, vértices, semelhança e simetria. O trabalho com origami também proporciona uma visão tridimensional dos sólidos em estudo, ao mesmo tempo, desenvolvem habilidades motoras, concentração e trabalho em equipe.

Como enfatiza Rego, Rego e Gaudêncio Junior (2003, *apud* NASCIMENTO; MATUMOTO, 2012, p. 8), o uso do origami permite, além do desenvolvimento da criatividade,

[...] o trabalho de experimentação com textura e cores, a bidimensionalidade, a tridimensionalidade, a exploração dos diversos usos do origami, do controle motor, do estudo das artes no Oriente e sua influência nas brincadeiras populares de todo o mundo e no refinamento estético, através das noções de proporção e harmonia.

Nesta oficina ensinamos os alunos a construírem o cubo, a estrela de cinco pontas, o beija-flor e o triângulo em 3D, Figura 6.

Figura 6 - Origamis construídos pelos alunos, cubos e o triângulo em 3D



Fonte: Albuquerque, 2017, p. 95, p. 100

Oficina 7: Planificação

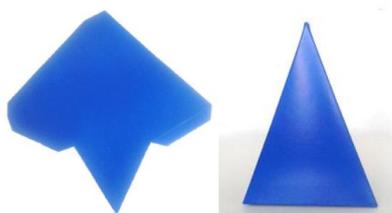
Objetivo da atividade: Entender que os sólidos geométricos são construídos a partir da junção de várias figuras planas.

Tempo estimado: 2 aulas.

Materiais utilizados: 1 kit com 20 poliedros planificados (prismas, pirâmides, corpos redondos, tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro).

A turma foi dividida em grupos de 3 a 4 alunos, distribuímos alguns sólidos planificados e pedimos que cada grupo identificasse os polígonos que compunham aquela planificação para, em seguida, dizer a qual sólido geométrico ela se referia. Depois, pedimos que dobrassem nas marcas e montassem o poliedro, verificando se coincidia com o poliedro dito pelo grupo. Podemos ver um exemplo na Figura 7.

Figura 7 - Planificação de uma pirâmide de base triangular e sua forma espacial



Fonte: Albuquerque, 2017, p. 102

Relacionar a figura planificada à sua forma tridimensional não foi uma tarefa simples para alguns. Percebemos que há a necessidade de fazermos mais essa transição do plano para o espacial, como também do espacial para o plano. Estas duas ações serão mais bem exploradas na oficina seguinte.

Oficina 8: Construção dos sólidos geométricos

Objetivo da atividade: Explorar melhor os conceitos sobre figuras planas, ângulos, faces, vértices e arestas, tipos de sólidos.

Tempo estimado: 2 aulas para confeccionar os esqueletos de poliedros e 2 aulas para os sólidos de Platão.

Materiais utilizados: 1,5kg de jujubas, 3 caixas de palitos de dentes, 15 copos plásticos, guardanapos, 2 folhas de papel paraná, 1 saquinho de ligas de borracha colorida, grampeador, tesouras, régua.

Nesta atividade, bolsistas de extensão da Ufal participaram orientando os alunos nas dúvidas que surgiam durante a confecção, embora tenha sido a primeira vez deles neste tipo de construção.

Segundo Dolce e Pompeo (1985, p. 126),

Um poliedro é chamado de Platão, se e somente se, satisfaz as três seguintes condições: (a) todas as faces têm o mesmo número (n) de arestas, (b) todos os ângulos poliédricos têm o mesmo número (m) de arestas, (c) vale a relação de Euler ($V - A + F = 2$). [...] Existem cinco, e somente cinco, classes de poliedro de Platão.

Essa construção se deu em dois momentos distintos. Primeiro construímos os esqueletos de pirâmides, cubos, prismas com palito de dente e jujubas. A turma foi dividida em grupos com três ou quatro alunos e foi explicado como seria a atividade. Cada equipe tinha que ir à frente apresentar suas duas construções destacando nome, número de arestas, de vértices e de faces. Finalizamos essa atividade explorando um pouco mais duas das construções deles e solicitamos uma redação na qual deveriam responder à pergunta: o que você aprendeu sobre geometria plana e espacial? A pergunta se referia à atividade daquele dia, dessa forma poderíamos avaliar melhor sobre o que haviam aprendido com aquela atividade, porém alguns se referiram também as outras oficinas.

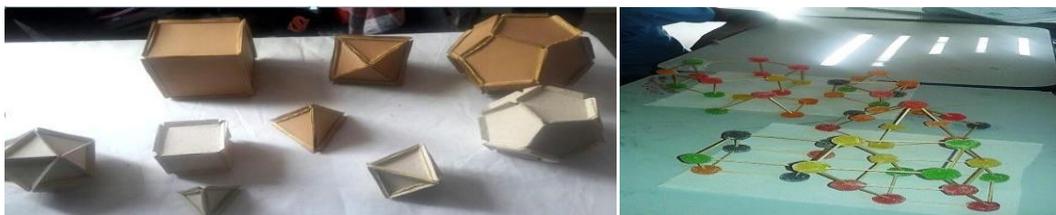
Seguem algumas redações após a confecção dos esqueletos de poliedros, transcritas literalmente do material coletado dos alunos.

Sobre o assunto de Geometria Plana e Espacial, eu aprendi tudo sobre o que é quadrilátero, o que era paralelogramo (Qual é sua definição e sua proposição), o que era um trapézio, o que era triângulo e o que era círculo e circunferência. Na Geometria Espacial eu aprendi o que era paralelepípedo retangular, o que é um cubo, pirâmide e prismas (Quantas faces, arestas e vértices tem e também aprendi o que é sólidos geométricos e etc...)

Eu aprendi o que são faces, vértices arestas o que são diagonais faces são os lados da figura geométrica arestas são as linhas de uma figura geométrica, vértices são os pontos que ligam as linhas da figura diagonais são as linhas do meio de uma figura geométrica a parte de dentro da figura.

Num segundo momento, construímos os cinco sólidos de Platão com papel paraná, Figura 8. Nessa oficina, percebemos que o envolvimento da turma foi bem acentuado. Desta vez foi possível trabalharmos os conceitos pretendidos com mais clareza.

Figura 8 - Sólidos de Platão com papel paraná e esqueletos de poliedros



Fonte: Albuquerque, 2017, p. 110, p. 120

A avaliação nesta oficina foi realizada a partir das observações durante o processo de construção além da apresentação sobre os conceitos acima observados, levando em consideração a interação na equipe e entre equipes, conhecimento compartilhado e realização da atividade.

Após passar as instruções nas oficinas, ficávamos observando como as equipes estavam desenvolvendo as tarefas. Os pontos observados foram liderança, cooperação, compreensão do que precisava fazer, conhecimentos compartilhados e só intervínhamos quando percebíamos o repasse de alguma informação incompleta ou quando nos solicitavam.

Ficamos felizes em ver o entrosamento entre os membros das equipes. A disponibilidade daquele que sabia mais em dividir o conhecimento adquirido com os outros, causou-nos satisfação em presenciar a desenvoltura dos nossos alunos naquela construção, desenvoltura essa que por vezes não é mostrada nas aulas habituais.

Durante as realizações das oficinas tivemos o cuidado de explorar um ponto que acreditamos crucial para aprendizagem em matemática: a exposição do pensamento por meio da escrita e a oralidade. Escrever ajuda a organizar o pensamento, faz refletir sobre o objeto em estudo, desenvolve a argumentação, sugere a necessidade de leitura e pesquisa, melhora a aprendizagem não só matemática.

Exposição do material produzido

Uma exposição dos trabalhos foi realizada na própria escola e aberta à comunidade escolar por sugestão de alguns professores e da coordenação da escola. A exposição ficou dividida em: um *stand* com os sólidos de Platão, onde ficaram os poliedros confeccionados com papel paraná; um *stand* com as telas produzidas pelos alunos, onde expusemos informações sobre Tarsila do Amaral, Beatriz Milhazes, Geraldo de Barros, Dietmar Voorwold e Hércules Rubens Barsotti e as telas produzidas pelos alunos; um *stand* com as obras resultantes das oficinas raspagem e mosaicos e um *stand* para os origamis, neste os visitantes tiveram a oportunidade de interagir confeccionando o sapinho ou shuriken em origami.

Tínhamos alunos ensinando como produzir uma arte usando a técnica da raspagem e contamos com as visitas das outras turmas dos sextos anos, sétimos, oitavos e nonos anos. Segue na Figura 9 uma imagem do que foi exposto.

Figura 9 - Exposição dos trabalhos



Fonte: Albuquerque, 2017, p. 118, p. 120

Depoimentos

Os depoimentos são bons *feedbacks*/termômetros para avaliarmos se nosso trabalho alcançou os resultados almejados para podermos traçar novas metas. No Quadro 3, seguem algumas respostas (transcritas literalmente) de perguntas norteadoras destes depoimentos.

Quadro 3 - Perguntas e respostas (alunos dos sextos anos)

Perguntas	Respostas
Você acredita que aprendeu mais geometria com as aulas expositivas ou com o desenvolvimento do projeto, ou seja, desenvolvendo àquelas atividades?	“Sim porque a gente aprende muito e se desenvolve mais pra falar e conhecer mais Geometria plana e se desenvolve mais pra falar e conhecer as pinturas e o que eles fizeram a gente aprende como desenhar no chão com pedras fazer criatividade e conhecer, criar, pensar, fazer, e querer fazer as coisas”.
	“Eu aprendi desenvolvendo atividades para o projeto”.
	“Sim com o desenvolvimento do projeto. Porque tinha coisas que eu não consegui aprender na sala de aula e eu aprendi com o projeto com a ajuda dos meus amigos e professores”.
O que mais lhe chamou a atenção durante a exposição de ontem?	“O que mais me chamou a atenção na exposição de ontem foi os sólidos de Platão, porque chama muita atenção com suas formas e também porque nós desenvolvemos nossas criatividade montando os sólidos de Platão”.
	“A raspagem e as pinturas. Eu prefiro a Beatriz Milhazes do que Tarsila do Amaral. As obras são todas tão bonitas que fica difícil escolher”.
Como você avalia a aula de ontem?	“Eu avalio como um novo aprendizado para nós alunos, nós aprendemos sobre os Sólidos de Platão e a Geometria, e isso é muito bom, porque nós estamos aprendendo um novo assunto sobre a Matemática que é a Geometria”.
	“Praticando na sala de aula mas aprendi melhor na exposição”.
	“Foi bom demais, porque aprendi mais sobre os artistas”.
Você conseguiu aprender algo?	“Sim. Eu consegui aprender sobre os origâmes, sobre as telas e também sobre os sólidos de Platão”.
	“Sim, eu aprendi o que é esqueleto de poliedros, o que é raspagem e arte”.

Fonte: Albuquerque, 2017, pp. 114-115

Um dos bolsistas de extensão da Ufal que acompanhou as atividades relatou que:

A proposta feita pela professora baseava-se numa concepção de oficina descrita como um ‘agente de formação’, de modo que se possa contribuir de forma mais significativa para a formação do aluno, mostrando que a teoria e reflexão coexistem. Colocando à prova a teoria posta em sala de aula, esclarecendo e dando mais sentido a determinado conteúdo, difundindo uma concepção de matemática como instrumento de inserção social e integração com outras disciplinas.

Outros professores visitaram a exposição acompanhando alunos e relataram o que acharam daquele momento de aprendizagem. Uma professora disse:

O projeto de matemática envolveu outras ciências. Estimulou e despertou a percepção dos alunos a conjugar na prática os verbos: montar, criar, dobrar, executar. E, ainda, permitiu aos alunos, professores e visitantes a imaginar, a dar vida, através das cores, formas e movimento, tanto aos seres vivos, como os inanimados, também. Parabéns a todos pela iniciativa, dedicação e compromisso com a educação dos nossos pequenos.

Considerações finais

A interdisciplinaridade com a disciplina de arte foi a metodologia que escolhemos para desenvolver este trabalho e optamos em propiciar não apenas o estudo da geometria, mas o estudo da geometria por meio da arte. Usamos a arte milenar dos origamis e oficinas, trouxemos artistas brasileiros e um alemão cujos trabalhos refletem a interação da arte com geometria. Buscamos mostrar que a presença da geometria vai além das construções arquitetônicas, bem como criar ou suscitar essa aproximação com a cultura.

Percebemos com satisfação o engajamento, a participação e a evolução de alunos que eram introvertidos até a aplicação desta sequência didática. Uns se envolveram mais nas oficinas de origamis, outros se deliciaram pintando as telas, outros com a oficina de raspagem e outros com a oficina de sólidos de Platão. Houve também aqueles que se identificaram com alguns dos artistas em foco. Vimos com isso que o uso de várias estratégias didáticas abordando o mesmo conteúdo, favorecem o atendimento às necessidades de um grupo maior de alunos.

Registramos a participação nas oficinas dos alunos que pouco participavam das aulas quando trabalhamos só com o livro didático, alguns quase nem falavam. Era necessário incentivá-los muito para ouvir a voz destes, no entanto, durante as oficinas foram esses alunos que mais se envolveram, tomaram a liderança nas equipes por si só, como mediadores apenas reforçamos essa postura tomada por eles. Ainda como ponto positivo, citamos alguns alunos que se destacaram nos grupos, por discutir o conteúdo que seria exposto partilhando conhecimento com os outros sobre os objetos por eles produzidos. Percebemos ali grande interação dada antes e durante as apresentações.

No que se refere aos conceitos geométricos explorados, podemos afirmar com segurança, baseando-nos nas respostas aos questionamentos durante as oficinas ou nas reflexões posteriores e nos trabalhos resultantes, que os processos de ensino e de aprendizagem aconteceram efetivamente com eles e entre eles. Optamos por fazer a avaliação da aprendizagem por meio das observações, acompanhando os alunos em cada oficina. Observando o engajamento, a interação entre os membros dos grupos e entre os grupos, a partilha de saberes, os materiais gerados e a desenvoltura dos alunos durante a exposição dos materiais. Foi nessa perspectiva de entrelaçar os processos de ensino, aprendizagem e avaliação que desenvolvemos esse trabalho.

Não existe uma receita para ensinarmos, como também não há garantias de que uma determinada estratégia didática vá sempre funcionar. O que existe de fato é uma busca incessante, por parte de muitos professores, em buscar melhores caminhos para chegar ao objetivo almejado: a aprendizagem. Por isso, pesquisamos, aplicamos, refletimos, alteramos percursos, buscamos exemplos, adaptamos e voltamos a aplicar. Esperamos que este trabalho sirva de inspiração para outros professores.

Referências

ALBUQUERQUE, Erenilda Severina da Conceição. Geometria e arte: uma proposta metodológica para o ensino de geometria no sexto ano, **Dissertação de Mestrado**, Universidade Federal de Alagoas, Instituto de Matemática, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. PROFMAT- UFAL. 2017.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino fundamental**. Brasília, 1998. Disponível em: <<http://www.portaleducacaopi.com.br/educacao-basica/ensino-fundamental-ii/pcnparametros-curriculares-nacionais-do-6o-ao-9o-ano>>. Acesso em: 16 jan. 2017.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 07 jul. 2019.

CARVALHO, E. M. B. de. **A proposta triangular para o ensino de arte: concepções e práticas de estudantes-professores**. Dissertação de mestrado. Universidade de Uberava-MG, 2007. Disponível em: <www.uniube.br/biblioteca/novo/base/teses/BU000103753.pdf>. Acesso em: 16 jan. 2019.

CHAVES, Diego Romeira Cigaran. **A Matemática é uma arte**. Uma proposta de ensino explorando ligações entre Arte e Matemática. Porto Alegre, 2008. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Dissertação de mestrado. <<http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/23721/000743298.pdf>>. Acesso: 03 dez. 2016.

D'AMBROSIO, U. **Uma história concisa da matemática no Brasil**. Petrópolis: Vozes, 2008.

DOCE, O.; POMPEU, J. N. **Fundamentos de matemática elementar geometria espacial – posição e métrica**. 4ª ed. São Paulo: Atual, 1985.

FERREIRA, A. C. da C. **Ensino da geometria no Brasil: enfatizando o período do movimento da matemática moderna**. PUC/PR, 2012. Disponível em: <<https://docplayer.com.br/13243290-Ensino-da-geometria-no-brasil-enfatizando-o-periodo-do-movimento-da-matematica-moderna.html>>. Acesso em: 17 jan. 2019.

GARRUTTI, E. A.; SANTOS, S. R. A interdisciplinaridade como forma de superar a fragmentação do conhecimento. **Revista de Iniciação Científica da FFC**, v. 4, n.2, 2004. Disponível em: <www2.marilia.unesp.br/revistas/index.php/ric/article/download/92/93>. Acesso em: 30 nov. 2016.

GOMES, M. L. M. **História do ensino da matemática no Brasil: uma introdução**. Universidade Federal de Minas Gerais-CAED-UFMG. Belo Horizonte, 2012. Disponível em: <http://www.mat.ufmg.br/ead/wp-content/uploads/2016/08/historia_do_ensino_da_matematica_CORRIGIDO_13MAR2013.pdf>. Acesso em: 16 jan. 2019.

HYPENESS. Disponível em: <<http://www.hypeness.com.br/2014/06/elementos-da-natureza-se-tornam-impressionantes-artes-geometricas/>>. Acesso em: 05 dez. 2016.

KAKIZAKI, E. Y. **Análise e reflexão para uma aprendizagem significativa no estudo da geometria**. Paraná, 2000. Disponível em: <www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/703-4.pdf>. Acesso em: 17 jan. 2019.

LORENZATO, S. A. Por que não ensinar matemática. **A educação matemática em revista**. Blumenau SBEM. Ano III, n. 4, p. 3-13, 1995. Disponível em: <http://professoresdematematica.com.br/wa_files/0_20POR_20QUE_20NAO_20ENSINAR_20GEOMETRIA.pdf>. Acesso em: 24 dez. 2016.

LORENZATO, S. A. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. **Coleção de professores: O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 3ª edição. São Paulo: Autores Associados, 2010.

MARTINS, J.; SANTOS, V. de O. Educação Matemática no Brasil: perspectiva de sua constituição e periodização. In: D'AMBROSIO, B. S.; MIARKA, R. (ORG.) **Clássicos na educação matemática brasileira: múltiplos olhares**. Campinas: Mercado de Letras, p. 71-126, 2016.

NASCIMENTO, A. V. do; MATUMOTO, L. T. Trabalhando a geometria por meio do origami. **O professor e os desafios da escola pública paranaense**, v. 2, 2012. Disponível em: <www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernos/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_ue_pg_mat_artigo_adriana_vieira_do_nascimento.pdf>. Acesso em: 17 jan. 2019.

PAVANELLO, M. R. O abandono do Ensino de Geometria: Causas e Consequências. **Revista Zetetiké**, 7. Ano I, nº 1, 1993. Disponível em:

<<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646822/13724>>.
Acesso em: 17 jan. 2019.

PROENÇA, M. C. de.; PIROLA, N. A. A formação de conceitos no ensino de matemática e física. Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio. In: Caldeira, Ama. (org.) **Ensino de ciências e matemática, II: temas sobre a formação de conceitos** [online]. São Paulo: Editora UNESP: São Paulo, 287 p., 2009. Disponível em: <books.scielo.org/id/htnbt/pdf/caldeira-9788579830419-08.pdf>. Acesso em: 16 jan. 2019.

REGO, R. G. do; REGO, R. M. do; GAUDÊNCIO JÚNIOR, S. **A Geometria do Origami: atividades de ensino através de dobraduras**. João Pessoa: Editora Universitária, UFPB, 2003.

SILVA, J. A. F. da. **Refletindo sobre as dificuldades de aprendizagem na matemática: algumas considerações**. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Católica de Brasília–UCB, 2005. Disponível em: <<http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22005/JoseAugustoFlorentinodaSilva.pdf>>. Acesso em: 26 jan. 2017.

ZAGO, H. da S.; FLORES, C. R. Uma proposta para relacionar arte e educação matemática. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**. 13 (3): 337-354, 2010. Disponível em: <<http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v13n3/v13n3a5.pdf>>. Acesso em: 10 jan. 2017.

VALENTE, W. R. Controvérsias sobre educação matemática no Brasil: Malba Tahan versus Jacomo Stávale. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. **Cadernos de Pesquisa**, n. 120, pp. 151-167, 2003. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/cp/n120/a09n120.pdf>>. Acesso em: 21 fev. 2017.