

REFLETINDO SOBRE ANÁLISE REAL COM PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA EM UM CURSO A DISTÂNCIA

REFLECTING ABOUT REAL ANALYSIS WITH BASIC EDUCATION TEACHERS IN A DISTANCE COURSE

Agnaldo da Conceição Esquincalha¹
Marcelo Almeida Bairral²

Resumo

Este trabalho apresenta algumas reflexões a partir das discussões estabelecidas em um curso de extensão a distância sobre conceitos usualmente explorados em disciplinas de Análise Real nas Licenciaturas em Matemática. O curso foi realizado com professores de Matemática atuantes na Educação Básica, e seu objetivo foi o de fomentar nos participantes a percepção de relações mais diretas entre o que é explorado em Análise Real e os conceitos relacionados a números e funções reais ensinados na Educação Básica. Diversos fóruns de discussão e atividades online foram propostos para esse fim, algumas delas explorando o uso de tecnologias digitais para a construção e apropriação das ideias por trás dos conceitos, de modo que sua apresentação em nível escolar fosse possível independente do rigor e da abstração da “Matemática Avançada”. Esses fóruns e tarefas do curso, caracterizado aqui como um produto educacional, são apresentados ao longo do texto, que traz também justificativas para a sua estruturação, a partir da literatura de pesquisa sobre Análise Real no campo da Educação Matemática, além de algumas reações dos participantes frente ao que lhes foi proposto no curso.

Palavras-chave: Formação de Professores de Matemática. Análise Real. Relações entre Saber Universitário e Saber Escolar.

Abstract

This paper presents some reflections from the discussions realized in a distance course on concepts usually explored in Real Analysis disciplines in the Mathematics Pre-Service Teacher Education Degrees. The course was carried out with Mathematics teachers acting in Basic Education. Its objective was to foster in the participants the perception of more direct relations between what is taught on Real Analysis and the concepts related to real numbers and functions, taught at the school level. Several discussion forums and online activities were proposed for this purpose, some of them exploring the use of digital technologies for the construction and appropriation of the ideas behind the concepts, so that their presentation at school level was possible regardless of rigor and abstraction “Advanced Mathematics”. These forums and tasks of the course, characterized here as an educational product, are presented throughout the text, which also provides justifications for its structuring, from the research literature on Real Analysis in the field of Mathematics Education, and some reactions of participants compared to what was proposed to them in the course.

Keywords: Teacher Training in Mathematics. Real Analysis. Relationship between University Knowledge and School Knowledge.

¹ Doutor em Educação Matemática pela PUC-SP.

² UFRRJ.

Introdução

Os documentos oficiais brasileiros recentes que tratam da formação de professores têm proposto modificações nas diretrizes curriculares dos cursos de formação inicial e continuada para o magistério na Educação Básica. Merece destaque a proposta de aproximação da formação inicial com a prática da sala de aula, estimulando profunda articulação entre as disciplinas do eixo científico com a prática pedagógica. Com isso, as disciplinas desse eixo, que objetivam explorar o conhecimento matemático de maneira aprofundada, também passam a ter, oficialmente, o compromisso de buscar interlocuções com conteúdos e práticas da Educação Básica, o que entendemos que já deveria acontecer ao longo de todo o curso de Licenciatura em Matemática.

Há mais de cem anos o matemático Felix Klein já denunciava essa desconexão entre a matemática que se faz na escola e a que se faz na universidade, chamando o seguinte processo de dupla descontinuidade: a primeira descontinuidade acontece quando se chega à universidade, e os Licenciandos em Matemática passam a ter contato com uma matemática que pouco conversa com a estudada na escola, afastando-se dela cada vez mais ao longo do curso; a segunda descontinuidade se dá quando estes mesmos licenciandos se formam e começam a lecionar na Educação Básica, e a matemática que ensinam parece ter raras articulações com a que estudaram na universidade (KLEIN, 2009). Nos dias atuais, pesquisas no campo da formação de professores de Matemática continuam apontando essa dupla descontinuidade, de modo que todo esforço deve ser feito no sentido de repensar a abordagem das disciplinas matemáticas na formação do licenciando.

Em particular, alguns pesquisadores têm se debruçado sobre a questão do ensino e da aprendizagem de Análise Real nos cursos de Licenciatura em Matemática. Destacamos aqui os trabalhos de Moreira e Vianna (2016), Baroni (2015), Moreira e Muniz (2014), Moreira, Cury e Vianna (2005), em que a Análise Real é apontada como uma das disciplinas de maior abstração do curso e, conseqüentemente, apresenta altos índices de evasão e retenção. Cabe ainda comentar sobre a recorrente despreocupação dos responsáveis por essa disciplina em promover a articulação com a futura prática dos licenciandos.

Sobre a forma como a Análise é ensinada atualmente nas universidades brasileiras, Mazzi (2014) destaca que é resultado da chamada “era do rigor”. Corroborando, Baroni e Otero-Garcia (2013) traçam uma linha do tempo sobre o ensino dessa disciplina ao longo do Séc. XIX, retratando esta era e discutindo seu impacto na aprendizagem dos alunos, frequentemente negativo, até os tempos atuais. Ainda sob a ótica da história do ensino da Análise, Ávila (2002) traz uma discussão sobre o ensino de Cálculo e Análise no Brasil no Séc. XX, antes e a partir dos anos 1960, destacando mudanças de abordagens em livros e fazendo pontuações a respeito da necessidade de tamanho rigor matemático nessa disciplina para licenciandos.

Em linhas gerais, a disciplina Análise Real promove um estudo axiomático sobre o conjunto dos números reais e o comportamento de funções reais de uma variável real. As ideias por trás desses conceitos são, em nível elementar, exploradas ao longo Ensino Médio e, de forma um pouco mais sistematizada, ainda que com pouco rigor matemático, em cursos de Cálculo. No entanto, mesmo com algumas dessas ideias já tendo tangenciado a formação de quem foi aprovado em Cálculo, a maneira como esses processos infinitos são explorados em Análise usualmente não fomenta qualquer articulação com cursos anteriores, propiciando nos alunos um sentimento de angústia e de desconhecimento de cursos em que já foram aprovados (MAZZI, 2014).

A partir dessas questões, fica clara a necessidade de se avançar na pesquisa sobre os processos de ensino e aprendizagem de Análise, assim como por possíveis caminhos que propiciem a interlocução entre os conceitos explorados nessa disciplina com os que permeiam a prática do professor de Matemática, em particular, nos últimos anos da Educação Básica.

Dessa forma, ao longo do segundo semestre de 2016 foi realizado um curso piloto, na modalidade a distância, para professores de Matemática atuantes na Educação Básica, com o objetivo de buscar, juntos, a construção ou percepção dessas interlocuções, em particular, com recurso ao uso de tecnologias. Esse curso, caracterizado como um produto educacional, foi desenvolvido e implementado ao longo do Estágio Pós-Doutoral do primeiro autor, sobre supervisão do segundo. O curso, chamado “Análise Matemática: ensaios em sala de aula” é apresentado a seguir, com algumas pontuações sobre o seu desenvolvimento, justificadas na literatura de pesquisa da área, e com algumas reações dos participantes.

Análise Matemática: ensaios em sala de aula – um Curso de Extensão

Para a realização do curso, foi aberto um edital público que atraiu 321 interessados. Esse é um fato curioso, dada a aversão de boa parte dos professores de Matemática por Análise. Ao longo do curso, os participantes, doravante chamados cursistas, apontaram que mesmo diante de experiências não tão agradáveis durante a graduação, entendem a importância da Análise e se interessaram pelos tais “ensaios em sala de aula”.

Por uma questão de qualidade no acompanhamento, foram aceitas 142 inscrições, com base no critério “ser professor de escola pública”. Dos 142 candidatos, apenas 102 iniciaram o curso. Ao fim de cada etapa, em média 10 cursistas não prosseguiram. A instituição pública estadual que permitiu o uso de seu ambiente virtual tem dados estatísticos não publicados com as taxas de evasão dos últimos dez anos em seus cursos na área de Matemática, que revelam que a cada 150 ingressantes, apenas 10 os concluem com aproveitamento. Por conta destes números é que aceitamos 142 candidatos, ainda que saibamos, por experiência com pesquisa e atuação em cursos

a distância, que um número ideal para acompanhamento por parte do mediador esteja entre 25 e 50 alunos, dependendo do modelo de curso a distância utilizado.

No nosso caso, dos 102 ingressantes, 22 o concluíram com aprovação, e outros 8 foram até o fim, mas foram reprovados por não entregarem a maior parte das tarefas, apenas participando de alguns fóruns de discussão. Apesar de o estudo da evasão não ser um objetivo dessa pesquisa, foi enviada por e-mail uma enquete aos desistentes e a resposta mais frequente foi o abandono pelo acúmulo de atividades outras, seguida da dificuldade em perceber articulações entre as ideias que fundamentam a Análise com os conceitos trabalhados na escola. Essa segunda justificativa reforça a importância de cursos como esse, pois é fundamental que professores da Educação Básica identifiquem articulações, diretas ou não, entre as disciplinas cursadas durante a Licenciatura e sua prática ensinando Matemática na escola.

O curso, com 60 horas de duração estimada, foi desenhado a partir de uma revisão de literatura realizada sobre o assunto. Seu objetivo principal era abordar algumas das ideias fundamentais da Análise, que pudessem ser explorados de forma integrada conhecimentos matemáticos, pedagógicos e tecnológicos.

O Quadro 1 apresenta as oito etapas do curso: duas delas dedicadas a reflexões sobre os porquês de se estudar Análise na Licenciatura, três delas sobre números reais e outras três sobre limites, continuidade, derivadas e integrais de funções reais a uma variável real. Cada etapa percorreu cerca de 15 dias e foi permeada por fóruns de discussão e envio de tarefas. Em todas as etapas os cursistas foram estimulados a realizar leituras para embasar as discussões e a realização das tarefas: de artigos científicos, livros didáticos e textos produzidos pelos autores para fomentar reflexões sobre possíveis articulações entre os conceitos da Análise Real com a abordagem de números e funções reais na Educação Básica. Após o Quadro 1, são realizadas algumas pontuações sobre as discussões e tarefas propostas em cada etapa do curso.

Quadro 1: Etapas do Curso de Extensão “Análise Matemática: ensaios em sala de aula”.

Nº.	Título da Etapa	Texto de apresentação das etapas
1	Por que Análise Matemática na Licenciatura?	Nessa etapa discutiremos sobre os possíveis porquês de se estudar Análise na Licenciatura em Matemática.
2	O problema da comensurabilidade e a expansão decimal dos reais	Algumas inquietações para nortearem as leituras... tente respondê-las mentalmente, organize as ideias e as esboce em um arquivo de texto. 1) Dados dois segmentos de reta, sempre existirá uma unidade, expressa por um número racional, que possibilite escrever um como múltiplo do outro? Como você entende isso? Como explicaria para um aluno? 2) Como é feita a expansão decimal de um número real? A expansão é sempre possível? Se dá da mesma forma para os

		<p>racionais e os irracionais, ou muda algo? Se muda, o quê? Como você entende isso? Como explicaria para um aluno?</p> <p>Agora, leia os artigos disponibilizados e tente respondê-las novamente. Suas respostas mudaram? Se sim, por quê?</p>
3	A densidade dos racionais sobre os reais	<p>Continuaremos explorando o conjunto dos números reais, sua construção e algumas de suas propriedades. Não se espantem se retomarmos algumas questões, o objetivo é refinar nosso entendimento e buscar articulações mais profundas entre o que se estuda em Análise e o que se estuda na escola, além, claro, de nos provocar do ponto de vista didático-pedagógico.</p>
4	Números Reais, Sequências e Séries Numéricas	<p>Aqui encerraremos as discussões sobre os números reais com dois fóruns simultâneos: no primeiro, analisaremos as respostas de alunos dos Ensinos Fundamental e Médio e da Licenciatura em Matemática, a um questionário sobre números reais, preparado originalmente para ser respondido por alunos do último ano do Ensino Fundamental. Já no segundo fórum, trataremos sobre os conceitos de sequências e séries numéricas e como se pode explorá-las por meio de atividades dinâmicas desenvolvidas com o <i>software</i> GeoGebra.</p>
5	Os conceitos de limite e continuidade	<p>Aqui pensaremos um pouco sobre as ideias associadas aos conceitos de limite e continuidade, fazendo uso de algumas atividades desenvolvidas com o GeoGebra.</p>
6	O problema das retas tangentes a uma curva, taxas de variação e o conceito de derivada.	<p>As ideias associadas ao conceito de derivada, exploradas por meio de diferentes tipos de atividades, são o mote dessa etapa. O que é, de fato, a derivada? Cabe explorar seu conceito, na gênese, na Educação Básica? Repare que não estamos tratando de regras de derivação e nem de sua definição utilizando limite...</p>
7	A área de uma região plana e o conceito de integral.	<p>Aqui trataremos de alguns problemas que talvez permitam explorar a ideia de integral no Ensino Médio. Será que devemos ter esse objetivo no Ensino Médio?</p>
8	Mais uma vez: por que Análise Matemática na Licenciatura?	<p>Ao longo dessas semanas tivemos a oportunidade de discutir sobre diferentes conceitos envolvendo números reais e limite, derivada e integral de funções reais a uma variável real. Utilizamos diferentes abordagens, como a de tentar conceituar a partir de ideias mais elementares, muitas vezes intuitivas, fizemos uso de calculadora e de <i>Mathlets</i> desenvolvidos com o GeoGebra, elaboramos problemas, sequências didáticas e tentamos revisitar alguns conceitos importantes da Análise e que podem se articular com ideias sobre números e funções reais como usualmente estudados na escola. Nosso objetivo não foi o de oferecer um curso de Análise, mas, como propõe o título, realizar alguns ensaios possíveis para sala de aula. No fórum desta última etapa, convidamos vocês a responderem novamente: por que Análise na Licenciatura? Fiquem à vontade para usar exemplos do curso que justifiquem ou não suas respostas, de forma positiva ou negativa, inclusive.</p>

Fonte: os autores.

Na Etapa 1 foi solicitado que, a partir das experiências individuais e da leitura de Moreira, Cury e Vianna (2005), os cursistas discutissem em pequenos grupos e apresentassem uma razão

para a obrigatoriedade da disciplina Análise Real (ou equivalente) nos cursos de Licenciatura em Matemática ou, então, que apresentassem uma razão para que seja extinta dos cursos de formação de professores de Matemática. De forma geral, apontaram a necessidade de manutenção da disciplina, pontuando a importância do estudo rigoroso da Matemática, parecendo entender que isto se dá apenas nesta disciplina. Apenas dois propuseram sua extinção, defendendo que apenas sejam ensinados na Licenciatura aqueles conteúdos que serão trabalhados na escola, de alguma forma, tornando a Licenciatura uma espécie de local exclusivo para revisar ou aprofundar “conteúdos matemáticos escolares”.

As Etapas 2, 3 e 4 foram dedicadas ao estudo dos números reais. Os temas foram o problema da comensurabilidade, a expansão decimal dos reais, a densidade dos racionais sobre os reais, seqüências e séries de números reais. Ao longo dessas etapas foram discutidos textos e apresentadas atividades resolvidas por alunos dos Ensinos Fundamental, Médio e Superior sobre os conceitos de comensurabilidade e densidade, para que fossem analisadas pelos cursistas à luz dos textos discutidos nos fóruns e de suas experiências. A ideia era realizar uma análise dos textos produzidos pelos estudantes, tentando identificar como compreendiam ou não os conceitos envolvidos e fazer inferências a respeito. Muitos cursistas ficaram tímidos para discutir as produções dos estudantes e só se manifestaram após muita insistência do mediador, o que já era esperado, pois, mesmo estando em um ambiente de formação, é compreensível que um professor não queira expor suas eventuais fragilidades diante de seus pares. Em conversas por mensagens privadas, vários cursistas relevaram não ter domínio sobre os conceitos de comensurabilidade, por exemplo.

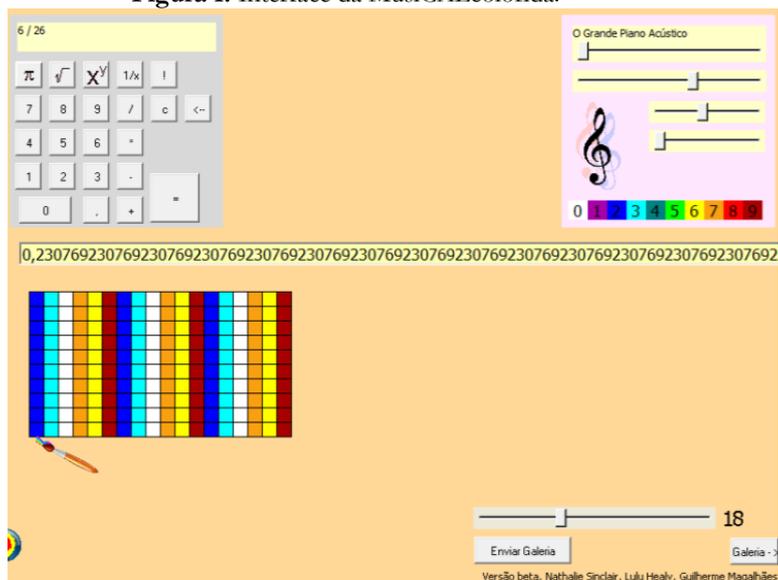
De fato, vários cursistas apontaram passagens das soluções dos estudantes que estavam certas como erradas, assim como usaram argumentos equivocados para justificar erros conceituais dos estudantes. Isso fez com que mais tempo fosse dedicado ao estudo aprofundado desses conceitos e, apenas depois de muita discussão a respeito, foram retomadas as análises das soluções dos estudantes. Isso fez com o que desenho original do curso fosse modificado, pois pretendíamos focar mais nas ideias por trás dos conceitos de limite, continuidade e derivada do que no estudo dos números reais. De todo modo, julgamos, a partir das reações dos cursistas, que o mais apropriado seria mesmo alterar o desenho do curso, dando mais ênfase aos números reais, deixando-o como apresentado no Quadro 1.

Para discutir a expansão decimal dos números reais e seqüências, e séries de números reais, foram utilizados alguns recursos digitais. A MusiCALColorida, um “ambiente computacional semelhante a uma calculadora, que possibilita, dentre outras coisas, representar os algarismos da parte decimal de um número por meio de uma pintura ou música” (SOUZA, 2010, p. 18), foi

utilizada para trabalhar a expansão decimal dos reais, por meio da discussão sobre dízimas, períodos e se um número é racional ou irracional, explorando cores e sons, como na Figura 1.

Da mesma forma, utilizamos *Mathlets*³ desenvolvidos com o GeoGebra⁴ para estudar o comportamento de seqüências e séries de números reais, com o objetivo de fazer uso de recursos tecnológicos digitais para (re)construir conceitos matemáticos de forma dinâmica e investigativa.

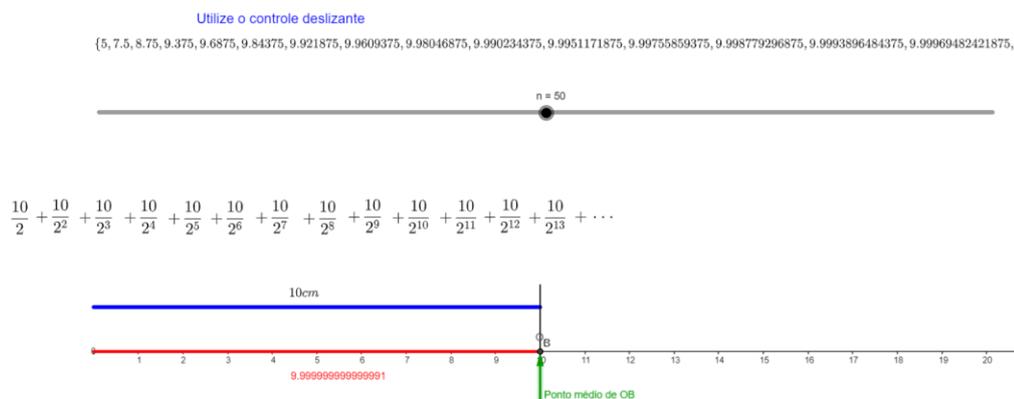
Figura 1: Interface da MusiCALcolorida.



Fonte: impressão de tela.

A Figura 2 traz o estudo de convergência de uma série, que pode facilmente ser associado ao que é explorado em progressões geométricas, no Ensino Médio.

Figura 2: Estudo de convergência de uma série de números reais feito com o GeoGebra.



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/q3fgYSn9>. Acesso em 20/08/2016.

³ Mathlets são pequenos aplicativos matemáticos executáveis em navegadores da Internet.

⁴ Software gratuito multiplataforma de Matemática Dinâmica em que é possível explorar muitos conceitos matemáticos utilizando diferentes formas de representação em uma mesma tela.

As etapas seguintes, 5, 6 e 7, abordaram o estudo de limites, continuidade, derivadas e integrais de funções reais de uma variável real. Até então, por mais que os conceitos discutidos não fossem explicitamente abordados no Ensino Médio, havia uma relação mais direta, pois se tratavam de números reais, e os cursistas se colocavam de forma aparentemente mais segura e confortável, mesmo revelando lacunas da formação inicial. Já nesse momento do curso, o número de postagens caiu drasticamente, sendo necessário um aumento significativo de intervenções e postagens de estímulo por parte do mediador do curso.

Nessas três etapas, o que merece maior destaque é a dificuldade com conceito de limite. Esquincalha (2017) apresenta uma pesquisa realizada com 80 professores do Ensino Superior, questionados a respeito do que seria essencial em um curso de Análise Real para licenciandos em Matemática. Vários desses professores apontaram a compreensão do conceito de limite e dos processos infinitos como primordiais. Abaixo, a fala de um desses professores universitários, que aqui não será identificado.

Ao meu ver, o grande problema é o conceito de limite, que está intimamente associado à estrutura da reta real, com os números irracionais. Os números irracionais são uma boa introdução ao conceito de limite. Sem uma compreensão plena do conceito de limite, aplicado a sucessões e a funções, fica impossível trabalhar significativamente com os conceitos de derivada e de integral. As ideias sobre irracionais e limites dos alunos que chegam à universidade são lamentáveis. Eles são excelentes alunos: repetem exatamente as barbaridades dos livros didáticos.

Essa fala aponta dificuldades que, de certa forma, precedem a ideia de limite, destacando uma grande lacuna na formação do estudante na escola e nas Licenciaturas em Matemática, os números irracionais. Por meio das discussões estabelecidas ao longo dessas etapas, foi perceptível que os cursistas, em sua maior parte, precisam desconstruir conceitos equivocados sobre limites e continuidade, essencialmente. O que o professor universitário comenta no excerto acima acontece não apenas com os estudantes que chegam à universidade, que muitas vezes replicam o que ouviram de seus professores na escola, que por sua vez, replicam livros didáticos, que perpetuam equívocos. Por exemplo, uma tarefa recorrente ao longo dessas etapas foi buscar em livros didáticos escolares, atividades que permitissem explorar ideias associadas a processos infinitos, taxas de variação e áreas de regiões planas, e caberia aos cursistas adaptar essas atividades para propiciar interlocuções com os conceitos de limite, derivada e integral, respectivamente. Alguns cursistas foram felizes em suas escolhas, mas, aparentemente, poucos conseguiram compreender ou justificar as escolhas de seus colegas – uma das atividades propostas no curso.

Da mesma forma, muitos cursistas repetiam conceitos equivocados, como o de continuidade em um ponto da reta, associado com a ideia de não tirar o lápis do papel. Foi

necessário um exaustivo processo de intervenção nos fóruns de discussão para desconstruir essas ideias por meio do estudo das definições, propriedades, exemplos e contraexemplos para que os cursistas dessem, em suas postagens, indícios de aprendizado, o que felizmente aconteceu com uma parte significativa deles, e será apresentado e discutido em um próximo trabalho.

Por fim, a última etapa retomou à pergunta inicial “Por que Análise Real na Licenciatura?” e, de forma geral, as respostas podem ser condensadas da seguinte forma: “porque números e funções reais são dos temas mais importantes do Ensino Médio, e é fundamental conhecer as teorias que os regem do ponto de vista matemático e pedagógico, de forma integrada”. Essa resposta, por nós generalizada, vai ao encontro do principal objetivo do curso, que era o de propiciar a busca de interlocuções possíveis entre o elementar e o avançado em Matemática. Cabe ressaltar que, no início do curso, as respostas poderiam ser lidas apenas como “porque é importante conhecer o rigor matemático”, como se o rigor matemático existisse apenas em Análise e não permeasse outros campos da Matemática estudados ao longo da Licenciatura.

Considerações finais

Esse trabalho buscou tratar brevemente da necessidade de mais pesquisas sobre o cuidado com o ensino de disciplinas do eixo científico dos cursos de Licenciatura em Matemática, em particular, da Análise Real. Para isso, apresentamos um curso de extensão intitulado “Análise Matemática: ensaios em sala de aula”, como um produto educacional desenvolvido ao longo da pesquisa realizada no Estágio de Pós-Doutoramento do primeiro autor sob supervisão do segundo.

Como reforçam documentos oficiais brasileiros sobre a formação docente, é importante e urgente que as disciplinas matemáticas também chamem para si o papel de articular os assuntos que são usualmente explorados apenas no Ensino Superior com a prática do futuro professor de Matemática na Educação Básica. Nesse intuito, o presente texto objetivou compartilhar um caminho possível para a formação continuada de professores de Matemática da Educação Básica e, também, da Educação Superior, fomentando discussões e atividades que possibilitem a percepção dessas conexões tão necessárias.

Em particular, compartilhamos o percurso desenvolvido ao longo de oito etapas de um curso de extensão, oferecido a distância, que buscou ensaios possíveis em sala de aula escolar, com as ideias por trás dos principais conceitos trabalhados em Análise Real. Os elementos disparadores das discussões realizadas em fóruns, em que os cursistas estavam separados por grupos, foram sinteticamente apresentados, assim como tecidos alguns comentários. Nosso objetivo foi o de relatar uma experiência desafiadora, mas possível e com indícios de sucesso e que, como qualquer outra, pode e deve ser aprimorada.

Sobre o processo formativo, cabe ainda destacar a necessidade de rever a abordagem dos conceitos de Análise Real nos cursos de Licenciatura. É premente que o rigor continue sendo trabalhado, mas que também haja espaço para que os licenciandos entendam os porquês matemáticos de estarem estudando aqueles conteúdos e como isso pode se articular com sua futura prática. Por fim, um ponto que não foi destacado ao longo do texto é a possibilidade de formação que extrapole os conceitos de espaço e tempo, permitindo um visitar e um revisitar permanente das falas dos outros cursistas, possibilitando tempo para reflexão e amadurecimento, o que pode ser particularmente bem promovido em cursos na modalidade a distância, desde que realizados com compromisso e direcionamento adequados por parte dos responsáveis pelo curso e pelos cursistas.

Referências

ÁVILA, G. O ensino do Cálculo e da Análise. **Revista Matemática Universitária**, São Paulo, n. 33, p. 83-95, 2012.

BARONI, R. L. S. Algumas questões sobre o ensino de Análise em cursos de formação de professores de Matemática. In: Fórum de Discussão Parâmetros Balizadores da Pesquisa em Educação Matemática, 3., 2015, São Paulo. **Anais...** São Paulo: PUC-SP, 2015.

_____, OTERO-GARCIA, S. C. **Análise Matemática no Século XIX**. Campinas: SBHMat, 2013.

ESQUINCALHA, A. C. Buscando interlocuções entre Análise Real e a Matemática Escolar em um curso a distância com professores da Educação Básica. **Relatório de Pesquisa de Pós-Doutoramento**. Cidade: Universidade/Programa, 2017.

KLEIN, F. **Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior**. Volume I, Parte I: Aritmética. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Matemática, 2009.

MAZZI, L. C. Experimentação-com-GeoGebra: revisitando alguns conceitos da Análise Real. **Dissertação** (Mestrado em Educação Matemática). Rio Claro, SP: UNESP, 2014.

MOREIRA, P. C., CURY, H, N., VIANNA, C. R. Por que Análise Real na Licenciatura? **Zetetiké**, Campinas, v. 13, n. 23, p.11-42, 2005.

_____, VIANNA, C. R. Por Que Análise Real na Licenciatura? Um Paralelo entre as Visões de Educadores Matemáticos e de Matemáticos. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 55, p. 515-534, 2016.

MOREIRA, S. F., MUNIZ, T. O. M. (2014). O ensino de Análise: contribuições e perspectivas na formação do professor de Matemática. In: Anais do I Simpósio Educação Matemática em Debate, 1., 2014, Joinville. **Anais...** Joinville: UDESC, 2014.

SOUZA, F. R. (2010). Explorações de frações equivalentes por alunos surdos: uma investigação das contribuições da MusiCALColorida. **Dissertação** (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: UNIBAN, 2010.