RECM
REVISTA DE EDUCAÇÃO,
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ANÁLISE DIDÁTICA DE PRÁTICAS DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

DIDACTICAL ANALYSIS OF PRACTICES BY FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

Marcos Pavani Carvalho[1]
Ruy Cesar Pietropaolo[2]
José Fernandes Silva[3]
Liliane Martinez Antonow[4]

Resumo

Esse artigo apresenta resultados de uma pesquisa que teve como objetivo analisar práticas, em sala de aula, de futuros professores de Matemática participantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – Pibid. Trata-se de uma pesquisa qualitativa da qual participaram cinco licenciandos A, B, C, D e E. Para a análise dos dados foram utilizados os critérios de idoneidade didática, com foco especial nas idoneidades epistêmica e interacional, as quais foram mais evidentes nas aulas observadas. Os resultados mostram que os futuros professores carecem de um planejamento sólido das aulas, bem como uma reflexão após lecioná-las. O uso constante de listas de exercícios e o pouco espaço de discussões sobre as atividades propostas em classe, mostra uma valorização excessiva da aula expositiva. A ausência de recursos materiais e pedagógicos para subsidiar a aprendizagem foi perceptível, fato que é consideração preocupante, pois o futuro professor necessita experienciar a escolha dos instrumentos de suas aulas. Todavia, ficou evidente que os futuros professores demonstraram atenção e respeito aos alunos, procurando estimulá-los a participar das aulas.

Palavras-chave: Idoneidade Didática. Análise Didática. Formação de professores de Matemática.

Abstract

This article presents results of a research that aimed at analyzing practices, at the classroom, by future Mathematics teachers participating in the Institutional Program of Scholarships for Initiation to Lecturing. It is a qualitative research, in which five candidates to teaching took part: A, B, C, D and E. For the analysis of data, we used the criteria of didactical suitability, especially focusing on epistemic and interactional suitability, which were the most evident in the observed classes. Results show that the future teachers lack a solid planning of their classes, as well as a reflection upon lecturing them. The continuous use of exercise lists and little space for debate on the activities proposed into the classroom shows an excessive valuing of the explanatory class. The absence of material and pedagogical resources to foster learning was noticeable, which is cause for concern, as the future teacher still need to experience the choice of instruments for the classes. However, it was evident also that the future teachers have dedicated attention and respect towards the students, seeking to stimulate them to be active in the classes.

Keywords: Didactical Suitability, Didactical Analysis, Training of Mathematics Teachers

[1] IF Sudeste MG
[2] Universidade Anhanguera de São Paulo
[3] IF de Minas Gerais
[4] IF Sudeste MG

Introdução

O artigo apresenta resultados de uma pesquisa que teve como objetivo, analisar aulas de futuros professores de Matemática participantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – Pibid e propomo-nos realizar um estudo motivado em compreender como estes licenciandos colocam em jogo seus conhecimentos em sala de aula, levando em consideração a qualidade da Matemática abordada e as relações (professor-aluno, aluno-aluno, professor-aluno-Matemática, professor-aluno-Matemática-recurso didáticos).

O programa, no qual os licenciandos estavam vinculados, busca fomentar a valorização do magistério e de aprimoramento do processo de formação de docentes para a educação básica (atividades em escolas de educação básica, tais como: monitoria, aulas supervisionadas, projetos, intervenção pedagógica, preparação para olimpíadas, avaliações externas e outros). Foi instituído pela Portaria Normativa nº. 38 de 12 de dezembro de 2007, ação conjunta do Ministério da Educação, da Capes e do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação - FNDE.

> Ao ser lançado, em 2007, a prioridade de atendimento do Pibid eram as áreas de Física, Química, Biologia e Matemática para o ensino médio – dada a carência de professores nessas disciplinas. No entanto, com os primeiros resultados positivos, as políticas de valorização do magistério e o crescimento da demanda, a partir de 2009, o programa passou atender a toda a Educação Básica, incluindo educação de jovens e adultos, indígenas, campo e quilombolas (Relatório Gestão DEB 2012 – 2014, p. 63).

Com relação ao Pibid Gatti; Barretto e André (2011) afirmam que a crescente participação das instituições formadoras de professores, nesta política pública, revela um cenário propício às investigações sobre suas repercussões na inserção profissional dos futuros mestres.

A complexidade da formação de professores exige um esforço do poder público na criação de cenários que possibilitem a atratividade de jovens para os cursos de licenciaturas, bem como, sua permanência e inserção na vida profissional. Neste contexto, as políticas públicas são imprescindíveis para que as licenciaturas se inovem e dialoguem com a realidade da escola. Em especial, a Licenciatura em Matemática, a qual apresenta fragilidades latentes (evasão, reprovação, baixa atratividade, currículos fragmentados, ruptura com o mundo e prática profissional, entre outros) que podem ser amenizadas com programas como o Pibid (ALMEIDA, 2015).

Tais políticas públicas podem corroborar para que o ambiente da formação de professores rompa com o modelo tradicional de universidade, no qual, a escola básica não faz parte do processo de formação dos futuros mestres (SACRISTÁN, 2002).

Nesse sentido, Moreira e David (2007) ressaltam a importância de conexões entre a prática docente.

> A nosso ver, uma questão fundamental no contexto da análise das conexões entre prática docente, a formação na licenciatura e a Matemática Escolar é a seguinte: a prática produz saberes; ela produz, além disso, uma referência com base na qual se processa uma seleção, uma filtragem ou uma adaptação dos saberes adquiridos fora dela, de modo a torná-los úteis ou utilizáveis (MOREIRA E DAVID, 2007, p. 42).

Portanto, acreditamos na relevância deste estudo, e consideramos que a interação dos futuros professores de Matemática, por meio do Pibid, com os alunos da educação básica, pode apresentar importantes repercussões, especialmente nos momentos em que desempenham o papel de protagonismo no processo de ensino e aprendizagem. É necessário que os futuros professores de Matemática tenham espaço para refletir sobre o que consiste em "dar uma aula".

Estudos prévios têm destacado a necessidade dos professores analisarem e avaliarem a qualidade da aula de Matemática (GODINO, BATANERO, FONT, 2008; RAMOS, FONT 2008; FONT, FERRERES, VANEGAS, RUBIO, ADÁN, CARVAJAL, 2012; PINO-FAN, LGODINO, FONT, 2011).

As seções que seguem estão estruturadas da seguinte forma: a abordagem teórica adotada, a metodologia utilizada, as análises e discussões e, por fim, as reflexões finais.

Sobre o cenário da pesquisa

A escola estadual em que os futuros professores do curso de Licenciatura em Matemática foram inseridos por meio do Pibid, atende alunos do ensino médio regular no período diurno e educação de jovens e adultos no turno noturno, possui três turmas de primeiros anos, duas de segundos anos, três de terceiros anos e duas de educação de jovens e adultos.

No primeiro semestre de 2014 a média de alunos nos primeiros e segundos anos era de 40 alunos por sala; nos terceiros anos, essa média era bem menor, 25 alunos por sala; na educação de jovens e adultos, 39 na turma do primeiro semestre e 36 na turma do terceiro semestre.

A escola funciona em um espaço físico muito simples, possui um prédio de dois andares, que não possui elevador e nem rampa de acesso ao segundo andar; possui ainda duas salas anexas a este prédio. De modo geral, a escola possui poucos recursos tecnológicos e pedagógicos; entretanto, percebemos em nossas visitas entusiasmo e seriedade por parte da direção e professores que trabalham nessa escola.

A respeito da professora supervisora responsável em acompanhar os futuros professores na escola parceira, identificamos por meio de documentos cedidos pela coordenação institucional do Pibid do IF Sudeste de Minas Gerais, que a mesma no momento de ingresso ao programa possuía idade de 58 anos e 30 anos de magistério. Com relação à formação dessa professora, constatamos que a professora apresenta formação na área de matemática, com cursos de formação complementares, no entanto, o último curso de formação que essa professora participou fora realizado a 13 anos do ingresso ao Pibid. Assim, temos indícios da necessidade de capacitação dessa professora.

Pudemos constatar que as reuniões de orientação aconteceram na escola parceira em um ambiente agradável e que todos os participantes tiveram oportunidade para apresentar suas ideias.

As orientações foram direcionadas à definição dos conteúdos que seriam desenvolvidos, dos objetivos gerais das aulas, por exemplo: retomar conteúdos já desenvolvidos nas aulas anteriores por meio de minicursos, de discussão de situações-problema relacionadas a exames de seleção de IES da região e questões da OBMEP.

Houve também discussões acerca das faltas dos alunos nas aulas do Pibid e problemas de indisciplina dos alunos da escola.

Sobre os fundamentos teóricos

O desenvolvimento de uma aula de Matemática envolve diferentes aspectos (o conteúdo a ser ensinado, os participantes, o contexto, os recursos materiais, entre outros) que necessitam passar por um processo de reflexão (GODINO, 2009). Contudo, carecemos de abordagens que impulsionem investigações sobre as diversas faces de uma aula. O processo de ensino e aprendizagem não possui receitas prontas e acabadas, porém, Godino, Batanero, Rivas e Arteaga (2013) destacam que é importante para o professor ter acesso a pautas e critérios que facilitem o planejamento do processo de abordagem dos conteúdos matemáticos.

Encontramos em Godino, et al. (2006) um conjunto de descritores que possibilitam parâmetros para a análise da idoneidade didática do processo de ensino e aprendizagem de Matemática. A noção de idoneidade didática nasceu nas discussões do Enfoque Ontossemiótico que se trata de um marco teórico surgido dentro da Didática da Matemática com o objetivo de articular diferentes pontos de vista e noções teóricas sobre o conhecimento matemático e seu processo de ensino e aprendizagem (GODINO, CONTRERAS Y FONT, 2006; GODINO, BENCOMO, FONT E WILHELMI,2006; GODINO, 2011). Por idoneidade didática entende-se como ferramenta que permite a passagem de uma didática descritivo - explicativo para uma didática normativa, ou seja, uma didática orientada para Intervenção eficaz na sala de aula. Acreditamos que essa noção possa servir como um ponto de partida de uma teoria do planejamento do processo de ensino e aprendizagem que leve em consideração, de maneira sistêmica, as dimensões epistêmica, ecológica, cognitiva, afetiva, interacional e mediacional, envolvidas nas aulas de Matemática Godino, Batanero y Font (2007).

Diante do exposto, Godino (2011) sintetiza o conceito de idoneidade didática da seguinte forma:

> A noção de idoneidade didática pode ser aplicada à análise de um processo de estudo pontual implementado em uma aula, ou ao planejamento ou desenvolvimento de uma unidade didática, ou mais globalmente, ao desenvolvimento de um curso ou proposta de currículo. Também pode ser útil para analisar aspectos parciais de um processo de estudo, como um material didático, livro didático, respostas dos alunos a tarefas específicas ou "Incidentes didáticos" pontuais. (GODINO, 2011, p.8).

Font, Planas e Godino (2010) e Font (2015) propõem critérios de idoneidades que se configuram em parâmetros para avaliar o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Tais critérios, segundo os citados autores, são:

- Idoneidade epistémica, para avaliar se a Matemática ensinada é uma "boa Matemática":

Quadro 1: Componentes e descritores da Idoneidade epistêmica

Componentes	Descritores
Erros	Tem o objetivo de verificar se o futuro professor comete erros em suas aulas.
Ambiguidades	Tem o objetivo de verificar se são observadas ambiguidades no discurso do futuro professor que possam levar a confusão aos alunos. Definições e procedimentos claros e enunciados de forma correta, adaptados ao nível educativo dos alunos.
Riqueza de processos	A sequência de tarefas contempla a realização de processos relevantes na atividade matemática (modelagem, argumentação, resolução de problemas, conexões, etc.)
Representação e Conectividade com o conteúdo	Os significados parciais (definições, propriedades, procedimentos, etc.) são uma amostra representativa da noção matemática que desejam ensinar de acordo com o currículo.
	Os significados parciais (definições, propriedades, procedimentos, etc.) são amostra representativa da complexidade do conceito matemático a ser ensinado.
	Para um ou mais significados parciais, mostra problemas representativamente.
	Para um ou mais significados parciais, usa diferentes modos de expressão (verbal, gráficos, simbólicos, etc.) tratamentos e conversões entre os mesmos.

Fonte: Font (2015), não publicado

- Idoneidade cognitiva, avaliar, antes de iniciar o ensino, se o que se quer ensinar está em consonância com o que os alunos sabem, além disso, avaliar o processo:

Quadro 2: Componentes e descritores da idoneidade cognitiva

Componentes	Descritores
Conhecimentos prévios (componente semelhante à dimensão epistêmica)	Os alunos têm os conhecimentos prévios necessários para o estudo do tema (os alunos têm estudado anteriormente ou o professor planeja seu estudo)
Adaptações curriculares as diferenças individuais	Incluem atividades de ampliação e de reforço.
Aprendizagem	Os diferentes modos de evolução mostram a apropriação dos conhecimentos e competências pretendidas ou implementadas.

Fonte: Font (2015), não publicado

- Idoneidade interacional, para avaliar as interações necessárias ao longo da aula:

Quadro 3: Componentes e descritores da idoneidade interacional

Componentes	Descritores
Interação docente e discente	O professor faz uma apresentação adequada do tema (apresentação clara e bem organizada, não fala muito rápido, enfatiza os conceitos chaves do tema, etc.).
	Reconhece e resolvem os conflitos de significados dos alunos (interpretam corretamente o silêncio dos alunos, suas expressões faciais, se faz um jogo de perguntas e respostas adequadas, etc.)
	Busca chegar ao consenso com base no melhor argumento
	Comunica de forma clara e usa argumentos para envolver e captar a atenção dos alunos.
	Se facilita a inclusão dos alunos na dinâmica da classe e não a exclusão.
Interação entre discentes	Se favorece o diálogo e comunicação entre os estudantes.
	Se favorece a inclusão no grupo e evita a exclusão
Evolução formativa	Observação sistemática do progresso cognitivo dos alunos

Fonte: Font (2015), não publicado

- Idoneidade mediacional, para avaliar a adequação de recursos materiais e temporais necessários ao processo de ensino e aprendizagem;

Quadro 4: Componentes e descritores da idoneidade mediacional

Componentes	Descritores
Recursos materiais	Uso de materiais manipulativos e informativos que permitem introduzir boa situações, linguagens, procedimentos, argumentação adaptadas ao significado pretendido.
	As definições e propriedades são contextualizadas e motivadas sendo situações e modelos concretos e visualizações
Número de alunos e condições da aula	O número e a distribuição dos alunos permitem executar o ensino pretendido
	O horário do curso é apropriado (por exemplo, não ensina as lições de última hora)
Tempo (ensino coletivo/ tutorização; tempo de aprendizagem)	Adequação dos significados pretendidos/ implementados ao tempo disponível (presencial e não presencial).
	Uso do tempo nos conteúdos mais importantes ou nucleares do tema.
	Uso do tempo nos conteúdos que apresentam mais dificuldades.

Fonte: Font (2015), não publicado

- Idoneidade emocional para avaliar a implicação (interesses, motivações) dos alunos no contexto da aula:

Quadro 5: Componentes e descritores da idoneidade emocional

Componentes	Descritores
Interesse e necessidade	Seleção de tarefa de interesse para os alunos.
	Proposição de situações que permitam valorizar a utilidade da matemática na vida cotidiana e profissional.
Atitude	Promove a participação em atividades como a perseverança, responsabilidade, etc.
	Favorece a argumentação em situações de igualdade; o argumento é valorizado em si mesmo e não por quem disse.
Emoções	Promoção da autoestima, evitando a rejeição, fobia ou medo da matemática.
	Destaca as qualidades da estética e precisão da matemática.

Fonte: Font (2015), não publicado

- Idoneidade ecológica para avaliar a adequação da abordagem dos conteúdos ao contexto social, econômico, cultural e profissional.

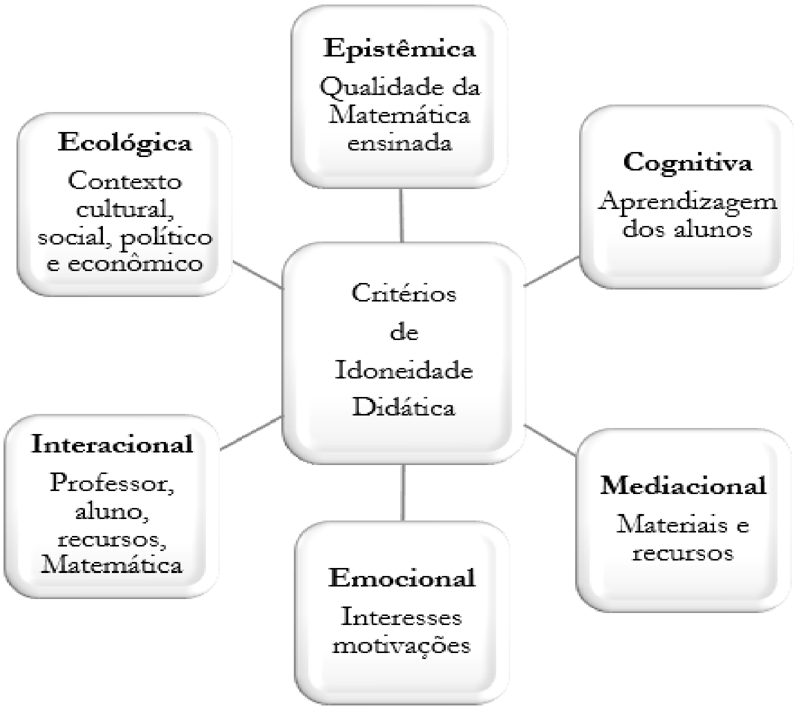
Quadro 6: Componentes e descritores da idoneidade ecológica

Componentes	Descritores
Adaptação ao currículo	Os conteúdos, sua implementação se correspondem com as diretrizes curriculares.
Conexão intra e interdisciplinar	Os conteúdos se relacionam com outros conteúdos intra e interdisciplinar.
Utilidade sócio laboral	Os conteúdos são úteis para a inserção sócio laboral

Fonte: Font (2015), não publicado

Em síntese:

Figura 1: Síntese dos critérios de idoneidade



Fonte: Font, Planas e Godino (2010) e Font (2015) – adaptado

Godino (2013), destaca que a noção de idoneidade didática tem como objetivo trazer subsídios para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Tal noção nos leva a refletir sobre o lugar dos conteúdos matemáticos, das relações, dos recursos, dos contextos, das aprendizagens, dos interesses e espaços.

Sobre o percurso da pesquisa e os procedimentos metodológicos

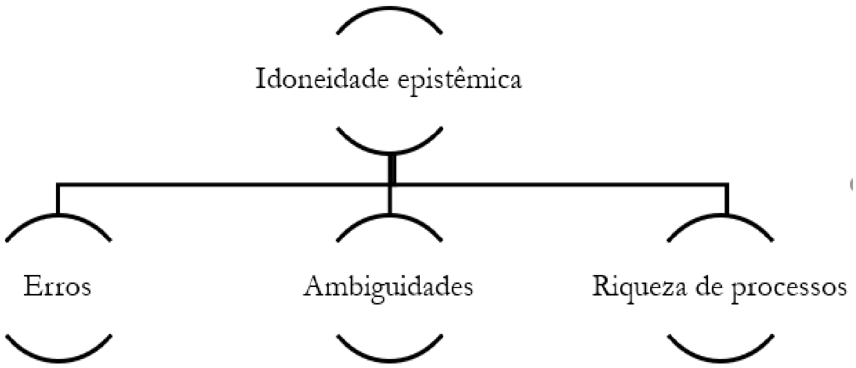
Essa pesquisa se insere metodologicamente em uma abordagem qualitativa (FIORENTINI, LORENZATO, 2007; GARNICA, 2004; MACDONALD, TIPTON, 1993; MOREIRA CALLEFE, 2008). Nesse estudo acompanhamos o início das atividades do Pibid em uma escola de educação básica, tendo como foco as aulas ministradas pelos futuros professores A, B, C, D e E. Observamos[5] duas aulas dos futuros professores, tendo o diário de campo como recurso para registros (MINAYO, 2001). Os professores B e D ministraram aulas de forma compartilhada, enquanto A e C atuaram de forma individualizada.

Para organizar e analisar as evidências das aulas dos futuros professores, utilizamos os critérios de idoneidade didática de acordo com o trabalho de Font, Planas e Godino (2010).

Restringimo-nos, para as análises, às idoneidades epistêmica e interacional. Nossa opção por essas duas idoneidades decorre do fato de suas componentes terem estado muito presentes nas aulas que observamos, enquanto os dados relativos às outras idoneidades não nos deram elementos para uma análise mais aprofundada.

Nas figuras 2 e 3 apresentamos os componentes e descritores das idoneidades epistêmica e interacional, respectivamente:

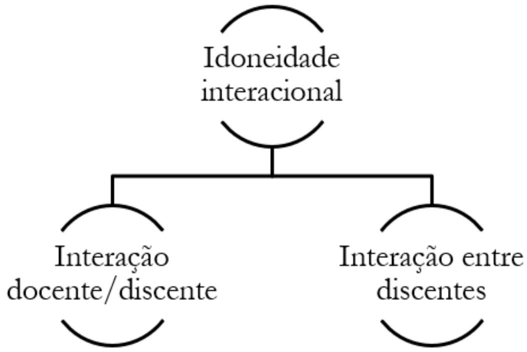
Figura 2: Componentes da idoneidade epistêmica considerados para análise dos dados



Fonte: Carvalho (2016)

5 Os procedimentos adotados nessa pesquisa obedecem ao Critério da Ética em Pesquisa com Seres Humanos conforme Resolução Nº. 196/96 do Conselho Nacional de Saúde. Parecer consubstanciado Nº 531.905 de 10/02/2014.

Figura 3: Componentes da idoneidade interacional considerados para análise dos dados



Fonte: Carvalho (2016)

Análise didática das práticas dos futuros professores de Matemática

Erros

Consideramos essa categoria como fundamental, pois compartilhamos com Godino (2009) a ideia de que o professor de Matemática deve ter domínio acerca do conhecimento do conteúdo o qual ele vai ensinar, pois sem esse conhecimento ele não terá condições mínimas de exercer sua atribuição como docente.

A análise didática das aulas observadas apontou aspectos importantes quanto à atuação em sala de aula. Constatamos que de forma geral os futuros professores não cometeram *erros* conceituais, procedimentais e operacionais, segundo Font, Planas e Godino, (2010).

No entanto, convém destacar que constatamos uma situação das aulas ministradas pelos futuros professores B e D que merece uma discussão. Nesse sentido, apresentamos a análise acerca de uma atividade que envolveu as raízes de uma equação do segundo grau, conforme podemos constatar no quadro 7.

Quadro 7: Atividade envolvendo raízes de uma equação do 2º grau

Na equação de segundo grau $2x^2 - 5x - 1 = 0$ *de raízes* x_1 *e* x_2*, calcular:* $ax_1 + x_2$; *b)* $x_1 \cdot x_2$; *c)* $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; *d)* $(x_1)^2 + (x_2)^2$; *e)* $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

Fonte: Elaborado pelos autores com base no planejamento dos futuros professores B e D, 2014

Antes de os futuros professores iniciarem a resolução do problema, tínhamos a expectativa de que apresentassem uma resolução envolvendo a soma e o produto das raízes da equação e que utilizassem a álgebra como ferramenta auxiliar nos cálculos.

Nesse sentido, esperávamos que os futuros professores discutissem com os alunos que poderiam determinar a soma e o produto das raízes por meio das relações $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} e x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \cdot$ Dessa forma, teriam no item (a) $x_1 + x_2 = \frac{5}{2}$epara o item (b) $x_1 \cdot x_2 =$

$\frac{-1}{2}$. Já para o cálculo do item (c), esperávamos que os futuros professores destacassem aos alunos que poderiam proceder da seguinte forma: $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_2+x_1}{x_1.x_2}=\frac{\frac{5}{2}}{\frac{-1}{2}}=-5.$

No item (d), os licenciados poderiam discutir com os alunos a relação do quadrado da soma de dois números com a soma do quadrado desses números e assim indicar aos alunos que um caminho de resolução possível seria por meio dessa relação, conforme segue, $(x_1+x_2)^2=(x_1)^2+2x_1x_2+(x_2)^2$, assim, $(x_1)^2+(x_2)^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=\left(\frac{5}{2}\right)^2-2\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{29}{4}$.

Por fim, o item (e) $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}$, esperávamos que fosse resolvido efetuando a soma algébrica e em seguida utilizassem o produto do item b) e a soma dos quadrados das raízes do item d), da forma que segue, $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=\frac{(x_1)^2+(x_2)^2}{x_1.x_2}=\frac{\frac{29}{4}}{\frac{-1}{2}}=\frac{29}{4}\cdot(-2)=\frac{-29}{2}$.

No entanto, no processo de resolução aos alunos, os futuros professores determinaram as raízes da equação pelo método de *Bhaskara*, e em seguida calcularam cada um dos itens do problema, substituindo os valores numéricos das raízes, conforme podemos constatar no quadro 8.

Quadro 8: Resolução proposta pelos licenciandos

$2x^2-5x-1=0$	$\Delta= b^2-4ac=(-5)^2-4\cdot 2\cdot(-1)=33. Logo, x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{5\pm\sqrt{33}}{4}$.Assim, $x_1=\frac{5+\sqrt{33}}{4}$ e $x_2=\frac{5-\sqrt{33}}{4}$
(a) x_2+x_1	$\frac{5-\sqrt{33}}{4}+\frac{5+\sqrt{33}}{4}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$
(b) $x_1.x_2$	$\left(\frac{5-\sqrt{33}}{4}\right)\cdot\left(\frac{5+\sqrt{33}}{4}\right)=\frac{25-33}{16}=\frac{-8}{16}=\frac{-1}{2}$
(c) $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$	$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{\frac{5-\sqrt{33}}{4}}+\frac{1}{\frac{5+\sqrt{33}}{4}}=\frac{\frac{5+\sqrt{33}}{4}+\frac{5-\sqrt{33}}{4}}{\frac{5-\sqrt{33}}{4}\cdot\frac{5+\sqrt{33}}{4}}$ $=\frac{\frac{5-\sqrt{33}+5+\sqrt{33}}{4}}{\frac{-8}{16}}=\frac{\frac{10}{4}}{\frac{-1}{2}}=-5$
(d) $(x_1)^2+(x_2)^2$	$\left(\frac{5+\sqrt{33}}{4}\right)^2+\left(\frac{5-\sqrt{33}}{4}\right)^2=\frac{25+10\sqrt{33}+33}{16}+\frac{25-10\sqrt{33}+33}{16}$ $=\frac{116}{16}=\frac{29}{4}$

(e) $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}$	$\frac{\frac{5+\sqrt{33}}{4}}{\frac{5-\sqrt{33}}{4}}+\frac{\frac{5-\sqrt{33}}{4}}{\frac{5+\sqrt{33}}{4}}=\frac{5+\sqrt{33}}{4}\cdot\frac{4}{5-\sqrt{33}}+\frac{5-\sqrt{33}}{4}\cdot\frac{4}{5+\sqrt{33}}$ $=\frac{5+\sqrt{33}}{5-\sqrt{33}}+\frac{5-\sqrt{33}}{5+\sqrt{33}}=\frac{(5+\sqrt{33})^2+(5-\sqrt{33})^2}{(5-\sqrt{33})\cdot(5+\sqrt{33})}$ $=\frac{25+10\sqrt{33}+33+25-10\sqrt{33}+33}{25-33}=\frac{-116}{8}=\frac{-29}{2}$

Fonte: Elaborado pelos autores com base em aula ministrada pelos futuros professores B e D

Convém destacar que ao término da aula questionamos os futuros professores B e D quanto ao modo que resolveram a atividade e estes responderam que não conheciam outra forma de resolver. Demonstraram assim não terem uma base sólida do conteúdo a ser ensinado, sendo que as relações entre coeficientes e as raízes de uma equação do 2º grau fazem parte do programa curricular da Educação Básica.

Além disso, constatamos que esses licenciandos não observaram o objetivo do problema no livro didático: ainda que não estivesse claro o objetivo dessa atividade, os futuros professores deveriam aplicar essas relações. Constatamos assim, que não planejaram a aula ministrada.

Se esses futuros professores tivessem discutido essa atividade anteriormente com o grupo do Pibid – licenciandos, supervisor e coordenador de área – é possível que houvesse uma ampliação da base de conhecimentos desses futuros professores.

Ambiguidade

Com relação à ambiguidade, houve situações nas aulas ministradas pelos futuros professores que podem ter levado os alunos a terem uma ideia diferente da pretendida. Esse fato pode ser justificado pela pouca prática docente desses futuros professores e pela observada carência de uma base de conhecimentos matemáticos.

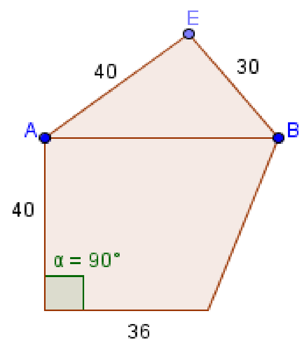
Em uma das aulas ministradas pelo licenciando A, este teve o objetivo de discutir os problemas propostos sobre geometria plana e espacial. Nesta aula, o futuro professor, durante o processo de discussão e resolução desses problemas, explicou corretamente sem cometer *erros*. No entanto, não fez uma boa organização dos esquemas explicativos no quadro negro, estando os desenhos em desacordo com o enunciado: ao desenhar, por exemplo, um quadrado, o licenciando não indicou os ângulos retos sendo que os lados do quadrado, aparentemente, não apresentavam ser paralelos. Essa situação pode ter causado dificuldades de compreensão dos alunos, causando *ambiguidades*.

O professor C, por sua vez, explicou corretamente com linguagem apropriada e ressaltou os significados dos símbolos matemáticos, por exemplo, $r//s$ e $m\perp s$, não cometendo *erros conceituais*. No entanto, da mesma forma que o aluno A, o desenho que representava a situação do problema proposto não foi bem feito e poderia gerar incompreensões, levando os alunos a terem uma ideia diferente da pretendida ou, até mesmo, induzir os alunos a terem uma ideia conceitual errada de retas paralelas e perpendiculares.

Observamos também, em uma das aulas ministradas pelos futuros professores B e D, outra situação de ambiguidade relacionada ao tema de geometria plana. Essa situação foi observada em uma aula que teve como objetivo revisar o que foi realizado pela professora da turma em suas aulas bimestrais. Os futuros professores propuseram a atividade indicada no quadro 9:

Quadro 9: Atividade envolvendo cálculo de área de terreno

Calcule a área desse terreno.



Fonte: Elaborado pelos autores com base em aula ministrada pelos futuros professores B e D

O futuro professor B iniciou a explicação aos alunos tentando fazer com que os mesmos entendessem o problema e relatassem o modo de resolver. Logo os alunos perceberam que seria necessário calcular as áreas do triângulo e do trapézio. Para isso, seria necessário calcular a medida do terceiro lado do triângulo. Constatamos uma boa *interação docente e discente* nesse processo. Assim, o licenciando B calculou a medida do segmento AB, aplicando o teorema de Pitágoras, no entanto não indicou que o ângulo $\hat{E}$ tinha medida de $90°$.

Dando continuidade, o licenciando B levantou juntos aos alunos a fórmula da área do trapézio, aplicou-a e concluiu a solução da atividade. O futuro professor D estava próximo dos alunos auxiliando-os e não fez nenhuma intervenção com relação ao cálculo do segmento AB. Convém destacar que ao final da aula questionamos os futuros professores quanto à medida do ângulo $\hat{E}$. Estes, verificaram no livro didático e constataram que o ângulo era reto e o licenciando B havia esquecido de colocá-lo na figura. Esse fato é preocupante, pois os alunos podem entender que a relação de Pitágoras é válida para qualquer triângulo.

Em outra aula, o futuro professor E tentou promover uma discussão em torno da atividade proposta, conforme quadro 10:

Quadro 10: Atividade envolvendo gráfico de função do 1º grau

Faça o esboço do gráfico das funções reais. $af(x) = 2x - 1; bf(x) = -3x - 1; cf(x) = 4x - 1; df(x) = -2x + 3; ef(x) = 2x$

Fonte: Elaborado pelos autores com base em aula ministrada pelo futuro professor E

Explicou corretamente, com linguagem apropriada, sem cometer *erros*, no entanto na construção do gráfico optou por atribuir somente números positivos ao domínio da função para determinar as imagens correspondentes. Seria interessante ter optado também por números negativos e o zero, e esclarecer aos alunos que esse tipo de função tem domínio real. Esse tipo de atitude pode causar *ambiguidade* aos alunos e levá-los a terem uma ideia restrita do domínio dessa função. O professor deve avaliar as vantagens e desvantagens nas representações usadas para ensinar uma ideia específica e identificar quais métodos e procedimentos contribuem para a aprendizagem dos alunos.

Riqueza de processos

Nas aulas observadas, não identificamos situações que pudessem ser classificadas como riqueza de processo segundo Font, Planas e Godino, (2010). Esse fato pode ser motivado pelo fato de os futuros professores apontarem poucas vivências de reflexões grupais no âmbito do Pibid. Além disso, há que se considerar que os futuros professores estavam cursando o quarto período do curso de licenciatura quando que as aulas foram observadas.

Assim, destacamos nesta seção, situações das aulas observadas nas quais, os futuros professores, poderiam ter explorado a riqueza de processos.

O futuro professor A trabalhou em uma de suas aulas atividades relacionadas aos temas fatorial, arranjo e combinação. Observamos que o foco das atividades propostas foi a utilização das fórmulas de arranjo e combinação.

Quadro 11: Atividade envolvendo princípios de contagem

Calcule   *(a)* $6!$ *(b)* $\frac{n!}{(n-2)!}$ *(c)* *Quantos anagramas possui a palavra perdão?*   *(d)* *Quantos anagramas possui a palavra perdão que inicia com "p" e termina com "o"?*   *(e)* $A_{4,2}$ *(f)* $A_{7,0}$ *(g)* $A_{n,0}$ *(h)* $C_{6,3}$ *(i)* $C_{5,3}$

Fonte: Elaborado pelos autores com base em aula ministrada pelo futuro professor A

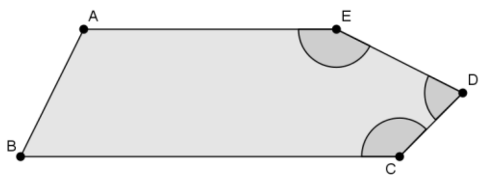
Na discussão das atividades, o futuro professor não cometeu *erros* e nem *ambiguidades*. No entanto, ele poderia ter explorado a *riqueza de processos* esclarecendo ou reiterando aos alunos a diferença entre arranjo e combinação por meio de situações que pudessem dar significado às fórmulas. Poderia, também, ter esclarecido aos alunos que o cálculo do número de arranjos pode ser feito sem a aplicação da fórmula.

Assim, percebemos que esse futuro professor demonstra fragilidade em fomentar bons exemplos e diálogo com situações do cotidiano dos alunos. Tal fato nos leva a refletir sobre a dificuldade dos alunos sobre o tema estudado, pois os mesmos ao realizarem mera aplicação das fórmulas, não compreendem os diferentes tipos de agrupamentos.

O futuro professor C, em uma de suas aulas sobre geometria plana, propôs a atividade que segue.

Quadro 12: Atividade envolvendo geometria plana

Na figura, AE é paralelo a BC. O valor do ângulo $\mathrm{C+D+E}$*é:*



Fonte: Elaborado pelos autores com base em aula ministrada pelo futuro professor C

No processo de resolução dessa atividade, o futuro professor C promoveu uma discussão em torno dos conceitos matemáticos que seriam necessários para a resolução da mesma. Destacou que os alunos deveriam aplicar a fórmula da soma dos ângulos internos de um polígono convexo e propriedades dos ângulos opostos do paralelogramo.

O futuro professor questionou aos alunos sobre a fórmula da soma dos ângulos internos da figura, no entanto, os alunos não se recordaram de dita relação. Assim, foi realizada uma exposição sobre a soma dos ângulos internos do triângulo e do quadrilátero. Após essa exposição, dividiu-se o pentágono em três triângulos e, posteriormente, relacionou a fórmula da soma dos ângulos internos com o número de lados do triângulo, do quadrilátero e do pentágono, desta forma justificou a sentença que representa a soma dos ângulos internos, representando-a da seguinte forma: $S_i = (n-2) \cdot 180°$. Ressaltou aos alunos que sempre é possível dividir as figuras em triângulos, mas no caso de polígonos com um número maior de lados é melhor aplicar a fórmula.

Em relação ao paralelogramo, o futuro professor fez o desenho e destacou que os ângulos opostos são congruentes. Justificou esse resultado prolongando os lados do paralelogramo e assim, mostrou a relação entre esses ângulos.

Constatamos que, apesar de o futuro professor ter procurado estabelecer a interação docente e discente e não ter cometido erros e nem ambiguidades, a componente riqueza de processos poderia ter sido explorada de forma que proporcionasse aos alunos situações favoráveis à construção dos conceitos envolvidos. Uma possibilidade seria ter colocado os alunos como protagonistas na descoberta da relação entre o número de lados do polígono e a soma dos ângulos internos, assumindo uma postura de orientador do processo. Para tal, experimentações, como recortes em cartolina, podem ser úteis para desenvolver a compreensão sobre o fato da soma dos ângulos internos do triângulo ser 180º

Em uma das aulas do futuro professor E a respeito de módulo de um número real, foi contemplado somente o significado algébrico do valor absoluto. Constatamos uma desconexão desse conceito com a geometria. O futuro professor poderia ter esclarecido aos alunos que o módulo de um número real pode ser entendido como a distância euclidiana na reta real do número à origem, estabelecendo assim uma relação algébrica e geométrica do conceito de módulo.

Interação

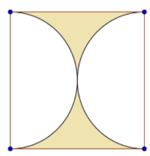
De maneira geral, os futuros professores demonstraram atenção e respeito aos alunos, procuraram estimular a participação nas aulas, escutaram com atenção as dúvidas e sugestões. Nesse sentido, constatamos que diante de nossas análises há indícios de que os futuros professores estão desenvolvendo de forma satisfatória a componente interação docente e discente.

Com relação à interação entre discentes, houve momentos em que os alunos participaram através da exposição de suas dúvidas e sugestões. No entanto, os futuros professores adotaram uma dinâmica de aula que não favoreceu a interação entre os alunos; as aulas observadas foram expositivas e predominou o professor como centro.

Vejamos uma discussão da resolução de um problema em uma das aulas ministradas pelo futuro professor A, em que a interação docente e discente*,* segundo Font, Planas e Godino, (2010), pode ter contribuído no processo de ensino e aprendizagem. A atividade proposta refere-se ao à geometria plana, conforme quadro 13. Ressaltamos que o licenciando não deu tempo para os alunos encontrarem uma estratégia de resolução.

Quadro 13: Atividade envolvendo geometria plana

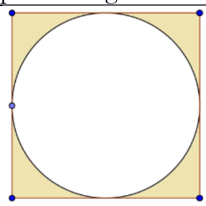
A figura abaixo é um quadrado de lado 4 cm, calcule a área da região sombreada.



Fonte: Elaborado pelos autores com base em aula ministrada pelo futuro professor A

Após a proposição do problema, o futuro professor propôs a seguinte configuração para auxiliar os alunos na resolução:

Quadro 14: Atividade envolvendo geometria plana – sugestão de desenho inicial dado pelo professor



Fonte: Elaborado pelos autores com base em aula ministrada pelo futuro professor

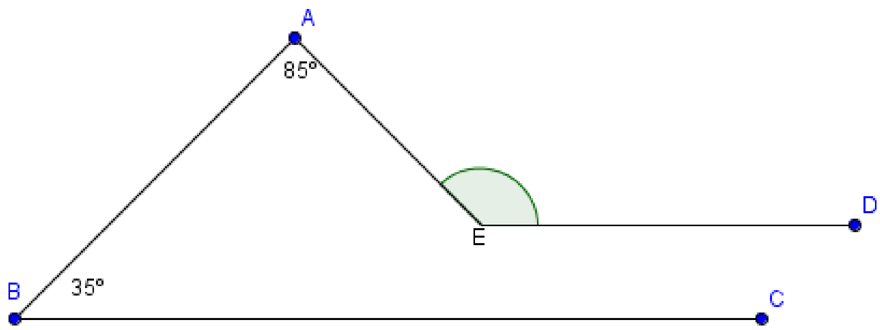
Com a figura 14, proposta pelo licenciando, observamos que os alunos descobriram que a área a ser calculada na figura anterior era equivalente a área que deveria ser calculada nessa figura, e que seria necessário fazer a diferença entre a área do quadrado pela área do círculo para obter o valor da área colorida.

Constatamos que, apesar da interação docente e discente ter sido razoável, o futuro professor demonstrou de imediato interesse e ofereceu a dica para os alunos resolverem essa atividade. Consideramos que os alunos necessitam ser instigados a refletir e realizar conjecturas. Convém destacar que tais práticas podem ser reorientadas e refletidas no âmbito do Pibid, pois esta política pública se constitui espaço de debates sobre o ensino de Matemática na contemporaneidade. Neste mesmo espaço, poderiam traçar formações complementares, tanto em relação ao conhecimento matemático, quanto ao pedagógico.

O problema proposto pelo licenciando C, também, reporta à geometria plana, como se segue:

Quadro 15: Atividade envolvendo geometria plana – sugestão de desenho inicial dado pelo professor

Na figura $\overrightarrow{ED} // \overrightarrow{BC}$ *e os ângulos* $B\hat{A}E$ *e* $A\hat{B}C$ *medem, respectivamente 80° e 35°. A medida do ângulo* $A\hat{E}D$ *é:*



Fonte: Elaborado pelos autores com base em aula ministrada pelo futuro professor A

No processo de resolução, o futuro professor prolongou o segmento *ED* de modo a interceptar o segmento *AB* em um ponto indicado pelo licenciando de ponto F, formando o triângulo *AFE*. Assim, explicou aos alunos que os ângulos $A\hat{B}C$ e $A\hat{F}E$ são correspondentes e desta forma o ângulo $A\hat{E}D = A\hat{F}E + A\hat{B}E$, concluindo o problema. Nesse processo o futuro professor C não cometeu *erros e nem ambiguidades* e o desenho representou com clareza as informações necessárias para o entendimento do problema.

Observamos que o futuro professor não possibilitou tempo necessário para os alunos tentarem a resolução. Após o futuro professor C apresentar sua resolução, propôs aos alunos que investigassem outra forma de resolver o problema. Após a reflexão dos alunos em torno do problema, um aluno sugeriu que o licenciando prolongasse o segmento *AE* de modo a formar um triângulo. Assim, o licenciando propôs que os alunos resolvessem o problema usando essa estratégia. Tal situação permite refletir sobre a importância de buscarmos o envolvimento dos alunos ao longo das atividades propostas. Acreditamos que, à medida que se vivencia outros modos de resolver uma questão, o grau de compreensão dos conceitos envolvidos é ampliado/aprofundado.

Em outra aula ministrada pelo futuro professor C destacamos uma atividade de raciocínio lógico:

Quadro 16: Atividade envolvendo raciocínio lógico

Gonçalo preencheu as casas de uma grelha de dimensões 3x3 com números naturais de tal modo que a soma dos números em cada quadrado de dimensão 2x2 é 10. Ana apagou cinco dos números escritos por Gonçalo, ficando a grelha como se mostra a figura a seguir.

	2	
1		3
	4	

Qual dos valores seguintes pode ser igual à soma dos cinco números apagados por Ana?

a) 9 b) 10 c) 12 d) 13 e) 14

Fonte: Elaborado pelos autores com base em aula ministrada pelo futuro professor C

O futuro professor discutiu algumas possibilidades de preencher a grelha com os alunos, e assim registrou os seguintes números, conforme o quadro 17:

Quadro 17: Atividade envolvendo raciocínio lógico – resolução do futuro professor C

Resolução proposta pelo futuro professor.

5	2	**3**
1	**2**	3
3	4	**1**

Fonte: Elaborado pelos autores com base em aula ministrada pelo futuro professor C

Ao fim da sua explanação, foi solicitado aos alunos que pensassem em outras formas de preencher a grelha. Os alunos refletiram sobre o problema e assim propuseram outras três formas com somas 20, 17 e 11. Nesse sentido, constatamos que o futuro professor promoveu a participação de todos os alunos na atividade, promovendo a interação docente e discente e a interação entre discentes, estando em conformidade com o proposto por Font, Planas e Godino (2010).

Considerações finais

As aulas dos futuros professores basearam-se em listas de exercícios preparadas por eles ou recomendadas pela professora da escola parceira. Ou seja, houve ausência de discussões de resultados de pesquisas em Educação Matemática para que os estudantes da Licenciatura pudessem introduzir inovações em suas práticas pedagógicas. Constatamos, assim, que as ações desenvolvidas pelo Pibid não impulsionaram a criação de atividades que fossem alternativas para favorecer a aprendizagem de todos os alunos.

Após a análise das aulas observadas, constatamos que Erros e Ambiguidades, segundo Font, Planas e Godino (2010) e Font (2015), foram cometidos pelos futuros professores em suas aulas. Constatamos também que ações voltadas para o planejamento e a reflexão poderiam ter proporcionado aos futuros professores uma ampliação do leque de propostas inovadoras de aulas e melhorar a qualidade da matemática ensinada.

Todavia, percebemos que os futuros professores demonstraram atenção e respeito aos alunos procurando estimular a participação nas aulas, escutando com atenção as dúvidas levantadas pelos alunos. Nesse sentido, constatamos que há indícios de que os futuros professores desenvolveram de forma satisfatória a componente interação docente e discente, segundo Font, Planas e Godino (2010) e Font (2015). Entretanto, ao longo das aulas, ficou evidente a necessidade de reflexões sobre as práticas, bem como um processo de planejamento participativo e compartilhado. Defendemos que o espaço do Pibid é propício aos processos formativos refletivos que busquem, além da formação, práticas de desenvolvimento profissional.

A qualidade da aula de Matemática (idoneidade epistêmica) requer do professor um planejamento sólido que leve em conta os conceitos, os problemas, uso da expressão Matemática (verbal, gráfica e simbólica) (GODINO, 2014). Da mesma forma, as interações entre os professores e os estudantes devem viabilizar a apresentação clara do conteúdo, resolução de conflitos, busca de consenso na discussão dos temas da aula, trabalhos grupais e promoção de relações inclusivas e autônomas.

Referências

ALMEIDA, R. N. **Professor de Matemática em Início de Carreira**: Contribuições do Pibid. Tese de Doutorado em Educação Matemática – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015.

CARVALHO, M. P. **Um estudo da inserção de futuros professores de matemática no contexto da escola pública**: Contribuições do PIBID. Tese de Doutorado em Educação Matemática – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

BRASIL. Portaria Normativa nº. 38 de 12 de dezembro de 2007. Dispõe sobre o Programa de Bolsa Institucional de Iniciação à Docência – PIBID. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 13 Dez. de 2007.

BRASIL. Capes. **Relatório de Gestão 2009 a 2012.** Disponível em:<http://www.capes.gov.br/images/stories/download/bolsas/RelatorioFinal-2012-DEB.pdf>. Acesso em 20 de fev. 2014.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2007.

FONT, V. M; PLANAS, N.; GODINO, J. D. Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. In: **Infancia y Aprendizaje**, v. 1 n. 33, p. 89-105, 2010.

FONT, V., FERRERES, S., VANEGAS, Y., RUBIO, N., ADÁN, M. CARVAJAL, S. Desarrollo de la competencia en el análisis y valoración de la idoneidad de las matemáticas enseñadas. **Revista del Congrés Internacional de Docència Universitària i Innovació (CIDUI)**, 1, 1-22, 2012.

FONT, V. M. **Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática**. Documento não publicado Departamento de Didáctica de las CCEE y la Matemática de la Universitat de Barcelona, 2015.

GARNICA, A.V.M. História Oral e Educação Matemática. In BORBA, M.de C. e ARAÚJO, J. de L. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, p. 77-98, 2004.

GODINO, J. D., BENCOMO, D., FONT, V. Y WILHELMI, M. R. Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. **Paradigma**, XXVII (2), 221-252, 2006.

GODINO, J. D., CONTRERAS, A. Y FONT, V. Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. **Recherches en Didactiques des Mathematiques**, 26 (1), 39-88, 2006.

GODINO, J. D. BATANERO, C. Y FONT, V. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. **ZDM. The International Journal on Mathematics Education**, 39 (1-2), 127-135, 2007.

GODINO, J. D., BATANERO, C. Y FONT, V. Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Acta Scientiae. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, 10, 7-37, 2008.

GODINO, J. D., BATANERO, C. Y FONT, V. Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Acta Scientiae. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, 10, 7-37, 2008.

GODINO, J. D., et al. Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. In: **Enseñanza de las Ciencias**. v. 27, n. 1, p. 59–76, 2009.

GODINO, J. D. Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. **UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, 20, 13-31, 2009.

GODINO, J. D. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **XIII CIAEM-IACME**, Recife, Brasil, 2011.

GODINO, J. D. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática 11**, 111-132, 2013.

GODINO, J. D. **Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.** Disponível em: https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/14720. Acesso em: 12 de dez de 2014.

MACDONALD, K., TIPTON, C. Using documents. In: Gilbert, N. (eds.) **Researching social life**, Sage, London, 1993.

MINAYO, M. C. S. (org.). **Pesquisa Social. Teoria, método e criatividade**. 18 ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

MOREIRA, H.; CALEFFE, L. G. **Metodologia científica para o professor pesquisador**. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. **A formação matemática do professor**. Belo Horizonte. Editora: Autêntica, 2007.

PINO-FAN, L., GODINO, J. D. Y FONT, V. Faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada. **Educação Matemática Pesquisa**, 13(1), 141-178, 2011.

RAMOS, A. B Y FONT, V. Criterios de idoneidad y valoración de cambios en el proceso de instrucción matemática. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME**, 11 (2), 233-265, 2008.

SACRISTÁN, J. G. Tendências investigativas na formação de professores. In: PIMENTA, S. G; GHEDIN, E. (orgs.). **Professor Reflexivo no Brasil.** São Paulo. Editora: Cortez, 2002.