

## INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO: EVIDENCIANDO POSSIBILIDADES PARA A SALA DE AULA

### MATHEMATICAL INVESTIGATION IN QUESTION: EMPHASIZING POSSIBILITIES FOR THE CLASSROOM

Elaine Cristina Ferruzzi<sup>1</sup> 

Adriana Helena Borssoi<sup>2</sup> 

Karina Pessoa da Silva<sup>3</sup> 

#### Resumo

Neste artigo objetiva-se apresentar uma teorização do entendimento adotado a respeito de Ensino por Investigação, mais especificamente, relativo à Investigação Matemática. Para isso, fundamenta-se nos aportes teóricos do Ensino por Investigação, entendido como uma abordagem didática abrangendo diversas práticas pedagógicas em que o aluno não se limita a ouvir, copiar e repetir, bem como naqueles próprios da Investigação Matemática, cujas ações consistem em elaborar, testar e provar conjecturas em busca da generalização dos resultados via matemática. Com vistas a orientar a implementação da Investigação Matemática na sala de aula pelo professor, apresenta-se o encaminhamento de atividades investigativas com diferentes configurações. Considerando que a Investigação Matemática, tendência da Educação Matemática, pode ser considerada como uma forma de Ensino por Investigação, conclui-se que esta se mostra como uma prática pedagógica que aproxima o aluno do fazer científico quando este aceita o convite do professor e se dispõe a definir um problema, propor e testar conjecturas, buscar generalizações e demonstrar resultados matemáticos obtidos a partir de conjecturas válidas para casos específicos.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Ensino por Investigação. Investigação Matemática. Abordagem Teórica. Abordagem Didática.

#### Abstract

In this paper aim to present a theorization of the understanding adopted regarding Inquiry as Teaching, more specifically, related to Mathematical Investigation. For this, it is based on the theoretical contributions of Inquiry as Teaching, understood as a didactic approach encompassing several pedagogical practices in which the student is not limited to listening, copying and repeating, as well as those of the Mathematical Investigation, whose actions consist of elaborating, test and prove conjectures in search of generalization of results via mathematics. In order to guide the implementation of Mathematical Investigation in the classroom by the teacher, the referral is present the routing of investigative activities with different configurations. Considering that Mathematical Investigation, a trend in Mathematics Education, can be considered as a form of Inquiry as Teaching by Research, it is concluded that this is shown as a pedagogical practice that brings students closer to scientific practice when they accept the teacher's invitation and are willing to define a problem, propose and test conjectures, seek generalizations and demonstrate mathematical results obtained from conjectures valid for specific cases.

**Keywords:** Mathematics Education. Inquiry as Teaching. Mathematical Investigation. Theoretical Approach. Didactic Approach.

---

<sup>1</sup> UTFPR

<sup>2</sup> UTFPR

<sup>3</sup> UTFPR

## Introdução

Até pouco tempo, apresentar um conceito científico, um procedimento de resolução de exercícios ou uma definição era considerado sinônimo de ensinar. Este entendimento possuía um significado socialmente apropriado, em um determinado espaço de tempo, considerando que as informações eram pouco acessíveis e limitadas a um número restrito de indivíduos. Deste modo, “[...] era socialmente justificada a associação da ideia de ensinar com a de passar conhecimento, de “professar” o saber, de torná-lo público, de ‘lê-lo’ para os outros que o não possuíam” (ROLDÃO, 2007, p. 95).

Entretanto, a expansão dos meios de comunicação permitiu o acesso às informações pela grande maioria da população, e a função da escola moveu-se da transmissão para o desenvolvimento da capacidade de transformar estas informações em conhecimento. Ou seja, já não seria necessário nem suficiente transmitir conceitos científicos ou informações aos estudantes, mas sim, conduzi-los à construção de significados, tendo em vista que nos dias atuais o mais importante é a capacidade de “[...] saber pensar, refletir, analisar e concluir” (MENDES, 2009, p. 81).

Neste sentido, o ensino tradicional, que vigorou por muito tempo, sendo eficiente para um dado momento histórico, perde seu lugar, abrindo oportunidades para práticas pedagógicas diferenciadas, que viabilizem

[...] aprendizagens mediadas por situações problemas, instigando a curiosidade e propondo desafios aos estudantes, gerando debates de ideias e possibilitando ao aluno protagonismo no processo de aprendizagens (CLEMENT *et al.*, 2016, p. 28).

Estas práticas contrapõem-se à resolução de exercícios de fixação, que, embora possuam seu valor, geralmente servem para praticar conceitos já adquiridos e consolidar conhecimentos. Para Ponte (2005, p. 4), “[...] reduzir o ensino da Matemática à resolução de exercícios comporta grandes riscos de empobrecimento nos desafios propostos e de desmotivação dos alunos”.

Assim, percebemos que para cumprir as necessidades atuais, as práticas pedagógicas devem ser de tal forma que estimulem o pensamento do indivíduo, fazendo com que o papel do professor seja de mediador, provocador e incentivador, promovendo situações tais que possam abarcar as mais diversas formas de aprendizagem dos estudantes. Como salienta Fonseca (2008):

O professor, como profissional da educação deve ter bem claro qual é a meta que pretende atingir com seus alunos. Se quiser apenas passar uma informação, a simples exposição oral é o bastante, porém se pretende que seus alunos assimilem, entendam o que está ensinando terá que utilizar metodologia e estratégias adequadas a cada conteúdo trabalhado (FONSECA, 2008, p. 5).

Colocamos ênfase nas palavras de Fonseca (2008, p. 5) “metodologias adequadas a cada conteúdo”. Este entendimento é muito importante, pois temos ciência de que uma determinada prática pedagógica pode ser mais adequada para trabalhar determinado conteúdo e pode não ser para outro. Ainda, o modo como o professor entende seu papel no processo, resulta em maneiras diferentes de interagir com os alunos, ou seja, diferentes práticas pedagógicas podem e devem ser contempladas durante todo o processo, com vistas a atingir os mais diferentes modos de aprendizagem dos alunos e os mais diferentes tópicos de estudo.

Desta forma, concordamos que não existem práticas pedagógicas que “[...] possam ser tomadas como modelo-padrão de eficácia para a aprendizagem” (FERRUZZI, 2017, p. 230) e que, “[...] a escolha de uma ou outra, ou até mesmo a junção de duas ou mais, dependendo do estilo do professor, das características de seus alunos e do tema a ser tratado, pode favorecer a tão almejada aprendizagem” (Ibid, p. 230).

Diante da mudança nas funções da escola, a inserção de práticas como as salientadas por Clement et al. (2016) tem sido evidenciadas em documentos oficiais (BRASIL, 1998, 2018; PARANÁ, 2008) e incentivada por grande parte da comunidade científica, em especial, no que tange ao ensino de Matemática.

A recomendação dos documentos oficiais (inserção de práticas ativas) e o incentivo dos pesquisadores, possuem como base pesquisas da ciência cognitiva, as quais, afirmam que para a ocorrência da aprendizagem, é necessário ‘algo mais’ além da passividade de ouvir e repetir (MEYERS; JONES, 1993). Para nós, este “algo mais” enunciado por Meyers e Jones (1993) sugere o “fazer” por parte dos alunos, ou seja, o aluno em atividade.

Dentre tantas abordagens diferentes do ensino transmissivo expositivo, abordamos neste artigo o Ensino por Investigação, considerando que o mesmo não se trata de uma prática pedagógica, e sim, uma abordagem didática abrangendo diversas práticas pedagógicas em que o papel do aluno não se limite a ouvir, copiar e repetir (SASSERON s/d, p. 121).

Nosso interesse no Ensino por Investigação reside no fato de ser uma tendência com alto grau de possibilidade de oportunizar o desenvolvimento de capacidades como as citadas por Mendes (2009), ou seja, a capacidade de pensar, refletir, analisar e concluir.

Tomando como tese a assertiva de Zompero e Laburú (2011, p. 68) para quem “a perspectiva do ensino com base na investigação possibilita o aprimoramento do raciocínio [...] a cooperação” e a possibilidade de compreender “a natureza do trabalho científico” (Ibid, p. 68) é que discutimos nesse artigo aspectos teóricos presentes em publicações da área e pretendemos delinear nosso entendimento sobre o Ensino por Investigação e no que tange ao ensino de Matemática, a Investigação Matemática.

## Ensino por Investigação

Mas, do que estamos falando afinal? Que características dão forma ao Ensino por Investigação? Em nossa revisão bibliográfica observamos que a maioria das pesquisas e publicações brasileiras que fazem referência aos termos Ensino por Investigação ou atividades investigativas apresentam diferentes conceitualizações para estes termos e muitas vezes, utilizam-nas como sinônimos. Sobre os diferentes conceitos, concordamos com Zompero e Laburú (2011, p. 79) que “apesar da polissemia associada ao termo atividades de investigação e da falta de consenso quanto às peculiaridades que as referidas atividades apresentam, admitimos que algumas características devem estar presentes nas atividades investigativas”. São estas características que intentamos apontar na sequência. Porém, antes de apresentar estas características, deixamos claro o que entendemos por cada uma destas expressões e como as utilizamos neste texto.

Para nós, o Ensino por Investigação é uma tendência que abrange uma série de práticas de ensino ativas.

Já o termo ‘atividade’ será utilizado por nós, para indicar ação, atuação, execução, desempenho, etc., e, portanto, a expressão ‘atividade investigativa’ será entendida neste artigo como o trabalho desempenhado, as ações investigativas e não a tarefa em si. Este entendimento está embasado em Ponte (2014, p. 15) para quem “[...] a atividade, que pode ser física ou mental, diz respeito essencialmente ao aluno e refere-se àquilo que ele faz num dado contexto”. Por conseguinte, entendemos a expressão Tarefa de Investigação ou Tarefa Investigativa como a situação proposta, que gera (ou não) atividades investigativas por parte do aluno.

Isto posto, apresentamos na sequência algumas características que devem estar presentes em uma tarefa para que a mesma tenha potencial para gerar atividades investigativas. Reforçamos que não é a tarefa que se configura (ou não) investigativa, mas sim, a atividade exercida.

De acordo com dicionários da Língua Portuguesa, investigar significa seguir os vestígios de; explorar; pesquisar; seguir sinais, examinar. Investigação por sua vez significa realizar um estudo minucioso, uma pesquisa com grande empenho e rigor.

Algumas palavras nos chamam a atenção nestas definições: estudo minucioso, empenho e aplicação, conduzindo-nos a conceber que investigar não é uma atividade qualquer, e sim, uma pesquisa com dedicação, interesse, insistência, persistência, afincado e atenção. É a busca por algo desconhecido. Além disso:

Em contextos de ensino, aprendizagem ou formação, investigar não significa necessariamente lidar com problemas na fronteira do conhecimento nem com problemas de grande dificuldade. Significa, apenas, trabalhar a partir de questões que nos interessam e que se apresentam inicialmente confusas, mas que conseguimos clarificar e estudar de modo organizado (PONTE, 2003, p. 2).

Com base em Skovsmose (2000), consideramos, assim como Zompero e Laburú (2011), que uma das características para que o ensino seja considerado de cunho investigativo é que os alunos aceitem o convite, em outras palavras, aceitem pesquisar com afinco, a testar conjecturas, procurar com atenção, indagar e buscar provas para suas descobertas.

Para aceitar este convite, o aluno deve estar pré-disposto a isto e o interesse pelo tema ou pelo problema a ser resolvido pode auxiliar na predisposição e conseqüentemente no aceite ao convite. Aqui entra em cena o papel do professor tanto na preparação/escolha do tema a ser trabalhado quanto sua postura em sala de aula, pois, caso o aluno não tenha interesse, uma tarefa que poderia gerar atividades investigativas, pode não se configurar como tal. O que pode configurar como um cenário para investigação a um grupo de alunos numa situação particular, pode não representar um convite para um outro grupo de alunos. Se um certo cenário pode dar suporte a uma abordagem de investigação ou não, é uma questão empírica que pode ser respondida por meio da prática dos professores e alunos envolvidos (SKOVSMOSE, 2000).

A segunda característica que entendemos ser parte de uma tarefa com potencial para gerar uma atividade investigativa é a situação apresentar-se um problema para o aluno ou grupo, algo que não pode ser solucionado de imediato ou com utilização de regras e procedimentos bem definidos. Madruga (2002) corrobora nosso entendimento quando considera que o Ensino por Investigação ocorre quando nos deparamos com um problema e temos que resolvê-lo, sem sabermos qual é a solução. Para Ernest (1996, p. 29) uma definição de problema é “[...] uma situação na qual um indivíduo ou um grupo é chamado a realizar uma tarefa na qual não há um algoritmo imediatamente acessível que determine completamente o método de solução”. Entretanto, consideramos que o problema não precisa necessariamente estar definido. A *situação* é que deve gerar um problema ao estudante. Assim, o problema é *do* aluno. Neste sentido, Ponte (2005) considera que:

Não é pelo facto de uma questão ser ou não colocada num contexto extra-matemático que ela é um exercício ou um problema. A questão fundamental é saber se o aluno dispõe, ou não, de um processo imediato para a resolver. Caso conheça esse processo e seja capaz de o usar, a questão será um exercício. Caso contrário, a questão será antes um problema (PONTE, 2005, p. 4).

Outra característica da tarefa é que a mesma deve possibilitar a elaboração de conjecturas que resultem em testes e busca por prova ou demonstração. Esta busca proporciona o desenvolvimento da capacidade de observação, síntese e generalização. Não podemos deixar de enfatizar a importância destas ações para a aprendizagem, concordando com Ash e Klein (2000) quando salientam que aprendemos à medida que elaboramos questões, realizamos previsões e criamos hipóteses e modelos.

Em suma, o Ensino por Investigação é possível quando a tarefa proposta possibilita a participação ativa do aluno no processo de construção do conhecimento (aceite ao convite), esta tarefa deve ser uma situação problemática que pode ou não ser proposta pelo professor e deve gerar formulação de hipóteses e testes para a comprovação das mesmas.

No que tange ao problema ser formulado pelo aluno ou proposto pelo professor, Bell, Smetana e Binns (2005) consideram que, desde que os alunos analisem a situação, elaborem e testem conjecturas, reelaborem suas questões e cheguem a conclusões, o problema pode ser posto pelo professor e mesmo assim, a atividade desenvolvida pelo aluno pode ser considerada de cunho investigativo.

O incentivo à inserção do Ensino por Investigação em sala de aula de matemática está alicerçado em resultados de pesquisas que têm apresentado inúmeras vantagens concernentes com os objetivos almejados pela Educação Matemática. Alguns dos argumentos favoráveis a esta inserção são: contribuição na aprendizagem de ideias e conceitos matemáticos; desenvolvimento de conhecimentos transversais como a comunicação e relação interpessoal (AZEVEDO, 2004; ROCHA; PONTE, 2006); desenvolvimento da capacidade de solucionar problemas, sentido de cooperação e pensamento crítico (MENDES, 2018); participação ativa do estudante (MENDES, 2018; PONTE *et al.*, 1998, BROCARD, 2001); ambiente estimulante (MENDES, 2018); formulação de questões e hipóteses, elaboração de estratégias, generalização de resultados (AZEVEDO, 2004; PONTE *et al.*, 1998); contribuição para a compreensão dos processos e ideias matemáticas e da atividade matemática (BROCARD, 2001) e oportunidade de experiências semelhantes a dos matemáticos profissionais (SANTOS *et al.*, 2002).

Por fim, enfatizamos que compreendemos o Ensino por Investigação como uma abordagem didática em que o aluno é o sujeito ativo e que abarca diversas práticas pedagógicas que se iniciam com uma situação problemática para o aluno e gera atividade investigativa para sua resolução. Entre as práticas pedagógicas que consideramos propícias para gerar este tipo de atividade em matemática, estão a Modelagem Matemática, a Resolução de Problemas e a Investigação Matemática. Neste artigo, nos dedicamos à Investigação Matemática, embora nosso grupo de estudos e pesquisas<sup>4</sup> tenha se dedicado também às demais formas de Ensino por Investigação.

---

<sup>4</sup> Disponível em: <<https://sites.google.com/view/gepmit>> Acesso em: 02 dez. 2021.

## Investigação Matemática

Nosso entendimento, já evidenciado neste artigo, é que a Investigação Matemática é uma prática pedagógica pertencente à abordagem denominada Ensino por Investigação e, sendo assim, possui características particulares.

Para uma caracterização específica entendemos a necessidade de elencar algumas possíveis semelhanças e divergências entre a Investigação Matemática e outras práticas também consideradas por nós como Ensino por Investigação e, posteriormente, características específicas da mesma.

Elencamos anteriormente a Resolução de Problemas, a Modelagem Matemática e a Investigação Matemática como práticas do Ensino por Investigação.

No que se refere à Modelagem, consideramos que a mesma “refere-se à busca de uma representação matemática para um objeto ou fenômeno que pode ser matemático ou não” (ALMEIDA; FERRUZZI, 2009, p. 120). Este fenômeno ou situação-problema, geralmente, possui referência à realidade do aluno e este fato, por si só, já diferencia a Modelagem da Investigação Matemática, pois, esta última não possui necessariamente uma situação-problema que representa um fenômeno da realidade do aluno e nem objetiva especificamente uma representação matemática para a mesma.

Em relação a Resolução de Problemas, encontramos na literatura diversas abordagens que buscam elencar semelhanças e diferenças entre esta e a Investigação Matemática, por exemplo Abrantes (1989), Ponte (2007), Ponte e Matos (1992), Serrazina et al. (2002), Brocardo (2001), Ponte et al. (1998) entre tantos.

Consideramos que a fala de Ponte et al. (1998) abarca nosso entendimento sobre as diferenças e semelhanças entre Resolução de Problemas e Investigação Matemática:

O aspecto mais distintivo das actividades de investigação em relação à resolução de problemas diz respeito à natureza da questão a estudar. Enquanto que na resolução de problemas a questão tende a ser apresentada já completamente especificada ao aluno, na actividade de investigação as questões iniciais são de um modo geral vagas, necessitando de ser trabalhadas, tornadas mais precisas e transformadas em questões concretas pelo próprio aluno. As actividades de investigação envolvem assim uma componente essencial de formulação de problemas, etapa normalmente ausente (porque já cumprida de antemão pelo professor) na resolução de problemas. Outra distinção diz respeito às estratégias a seguir. Enquanto que na resolução de problemas faz sentido sugerir heurísticas gerais (como as de Pólya, 1945) ou estratégias mais específicas (como as de Schoenfeld, 1982), nas actividades de investigação o leque de possibilidades é de tal maneira vasto que se torna difícil fazer semelhante sistematização.

Assim, enquanto que na resolução de problemas o objectivo é a estratégia seguida e a solução a que conduz, na actividade de investigação o objectivo é a compreensão de um domínio problemático. Esta distinção é bem ilustrada na metáfora geográfica: “o objectivo é a jornada, não o destino” (Pirie, 1987, p. 2). A mesma ideia é reforçada por Ernest (1991) ao referir que nesta actividade “a ênfase está na exploração de uma terra desconhecida” (p. 285), enquanto que na resolução de problemas se procura encontrar um caminho que conduza à solução

ou soluções. O processo investigativo tem, assim, um carácter mais divergente do que, em geral, a resolução de um problema (Ibid, p. 9-10).

Brocardo (2001) corrobora com Ponte et al. (1998) quando considera que “na resolução de problemas as questões estão formuladas à partida, enquanto nas investigações esse será o primeiro passo a desenvolver” e ainda, na Resolução de Problemas “procura-se atingir um ponto não imediatamente acessível, ao passo que numa investigação o objectivo é a própria exploração” (BROCARD, 2001, p. 93).

Assim, entendemos que a Resolução de Problemas e a Investigação Matemática diferem quanto a natureza da situação e seus objetivos, pois na Resolução de Problemas a questão está clara e o objetivo é encontrar uma maneira de encontrar uma solução, enquanto na Investigação Matemática a questão muitas vezes deve ser definida e o objetivo é explorar os possíveis caminhos para uma solução à questão definida.

Falando especificamente sobre a Investigação Matemática, Abrantes (1989, p. 8) considera que o enunciado vago, que acompanha este tipo de prática, “convida o aluno a gerar questões, fazer conjecturas e, eventualmente, prova-las”. Estas ações são evidenciadas por Fiorentini e Lorenzato (2006) quando afirmam que para uma prática ser considerada Investigação Matemática deve ocorrer, em seu desenvolvimento, “formulação de questões ou conjecturas que desencadeiam um processo de realização de testes e de tentativas de demonstração ou prova dessas conjecturas” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 29).

Endossando estes pesquisadores, Oliveira e Carobina (2017, p. 89) consideram que tarefas geradoras de investigação são “especificamente formuladas a fim de que propiciem dúvidas, conjecturas (levantamento de hipóteses), criações, argumentação, induções e deduções, que geralmente antecedem a sistematização de um conceito matemático”. Indução, generalizações e deduções são ações que auxiliam o processo de provas e demonstrações, as quais são consideradas por Ponte et al. (2006) como características essenciais da Investigação Matemática. Para estes pesquisadores, a Investigação Matemática conduz “rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar” e acrescenta ainda que as mesmas “envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração” (PONTE *et al.*, 2006, p. 10).

Sintetizando, Ponte (2003) considera que:

Numa investigação matemática, parte-se de uma questão muito geral ou de um conjunto de informações pouco estruturadas a partir das quais se procura formular uma questão mais precisa e sobre ela produzir diversas conjecturas. Depois, testam-se essas conjecturas, algumas das quais, perante contra-exemplos, poderão ser desde logo abandonadas. Outras, sem se revelarem inteiramente correctas, poderão ser aperfeiçoadas. Neste processo, por vezes formulam-se novas questões e abandonam-se, em parte ou no todo, as questões iniciais. As



conjecturas que resistirem a vários testes vão ganhando credibilidade, estimulando a realização de uma prova que, se for conseguida, lhes conferirá validade matemática (PONTE, 2003, p. 2).

Neste sentido, uma forte característica da Investigação Matemática é elaborar, testar e provar conjecturas e, para esta elaboração, parece-nos necessária a observação de padrões e relações, de modo que o teste das conjecturas possa conduzir à generalização dos resultados.

Com base em nossas leituras e entendimentos destes pesquisadores, caracterizamos a Investigação Matemática como uma prática pedagógica cuja situação é um problema para o aluno, requerendo a elaboração de questões, testes e hipóteses, e, por ser uma situação aberta, possibilita diversas formas de encaminhamentos e resultados, envolvendo processos, conceitos e representações matemáticas, na busca por generalizações, provas e demonstrações dos resultados matemáticos obtidos a partir de conjecturas válidas. Ressaltamos que o encaminhamento, a generalização, as provas e as demonstrações, dependem do conhecimento dos investigadores (alunos).

Isto posto, quando nos referirmos ao termo ‘atividades de Investigação Matemática’ estaremos fazendo referência às ações e atitudes realizadas pelo aluno no desenvolvimento da situação-problema. Deste modo, dizemos que o aluno ‘está em atividade investigativa’.

É compreensível e até natural considerar que a implementação de práticas desta natureza não é uma iniciativa simples, tendo em vista a mudança de perspectiva no papel do professor e dos alunos. Com o intuito de auxiliar outros educadores, apresentamos na sequência algumas formas de implementar tarefas que possuem potencial para gerar uma Investigação Matemática.

### **Como implementar a Investigação Matemática em sala aula**

Alcançar o objetivo de conduzir os alunos a realizar uma Investigação Matemática exige do professor muito preparo e empenho, tanto em termos de conteúdo como em termos de gestão de tempo. Não se pode esperar que o desenvolvimento de um conceito (matemático ou não) em uma tendência de ensino ativo ocupe o mesmo tempo que seu desenvolvimento em uma aula expositiva. Estas práticas pedagógicas necessitam de flexibilidade na gestão de tempo, oportunizando aos alunos a maturação, o tempo necessário para observar, abstrair, formular questões, testar conjecturas, etc. Apressar o aluno pode pôr todo o trabalho em risco de insucesso em relação aos objetivos do desenvolvimento da tarefa.

Sendo assim, o professor deve estar ciente desta necessidade e realizar um planejamento, levando em consideração esta gestão de tempo. Além deste tempo de maturação, é imprescindível o momento de socialização de resultados e de explicações/justificativas dos resultados encontrados

e conclusões alcançadas. Esta verbalização nem sempre é fácil e constitui-se mais um momento de aprendizagem, porém, cabe ao professor auxiliar os alunos fornecendo-lhes a linguagem adequada e sistematização dos conceitos envolvidos, como bem argumentam Serrazina et al. (2005):

Muitas vezes estas explicitações são difíceis de verbalizar pelos alunos ou a linguagem utilizada é pouco clara, competindo ao professor ajudar a clarificar essas ideias através das questões orientadoras que deve colocar, ajudando a elucidar o próprio aluno e os outros sobre o pensamento e raciocínio elaborados, para que a validação desse raciocínio surja desta discussão e não da autoridade do professor, que habitualmente é quem diz o que está certo ou errado (SERRAZINA, *et al.*, 2005, p. 21).

Enfatizamos ainda que este tipo de prática pode ser desenvolvido no “grande grupo”, ou seja, com todos os alunos em um só grupo. Entretanto, o desenvolvimento com grupos menores tem se apresentado mais produtivo, pois, como salientam Tudella et al. (1999, p. 2), este tipo de agrupamento cria um “ambiente propício à troca de ideias, confronto de opiniões e argumentos, onde o receio de ‘arriscar’ conjecturas é relativamente reduzido”, além das vantagens inerentes à interação em pequenos grupos, já apresentadas e argumentadas em Ferruzzi e Almeida (2015), Ferruzzi (2017) e Ferruzzi e Costa (2018).

Para Ponte et al. (1998), a Investigação Matemática geralmente é desenvolvida em três etapas: a formulação da tarefa, o desenvolvimento do trabalho e a síntese e conclusão. A formulação da tarefa é realizada pelo professor e, como dissemos anteriormente, deve ser planejada levando-se em consideração o tempo, as características da turma, o objetivo, etc. No desenvolvimento do trabalho, o professor deve estar atento, observando as ações dos alunos, incentivando-os, auxiliando-os quando necessário. Por exemplo, caso os alunos não consigam entender o que têm que fazer, o professor pode questioná-los em relação ao que já fizeram, pode propor que organizem os dados de modo diferente. É indispensável que o professor provoque o raciocínio do aluno, fazendo com que ele justifique suas ações e suas conclusões, e neste sentido, deve sempre questioná-los: Por quê? Como? Me explique.

Esta etapa de desenvolvimento é a que revela a atividade do aluno. Nela o aluno deve aceitar o convite, ou seja, deve estar disposto a procurar, descobrir e empenhar-se, sendo que a interação possui um lugar de extrema importância neste momento.

A interação que o professor realiza com seus alunos constitui-se um dos elementos decisivos para que a atividade desenvolvida seja investigativa ou não. Primeiro, esta interação não pode ser de autoridade, mas sim, dialógica. É necessário que o professor “ouça” a voz dos alunos, que considere as suas concepções, levando em conta seus pontos de vista, e, diante da fala do aluno, exerça o papel de um orientador: instigando (tem certeza disso?), incentivando (muito bem, mas e se...), validando (continuem assim, estão no caminho certo...), auxiliando na administração de conflitos (você levaram em consideração o que o colega falou? Por quê?), estimulando o confronto

de pontos de vistas (discutam as duas opiniões; por que não concorda com o que ele disse?), promovendo a reflexão e argumentação (explique como você chegou a esta conclusão) etc. (TUDELLA *et al.*, 1999). Estes autores apontam ainda a importância de aproveitar os erros dos alunos e não os deixar desanimar.

Como forma de potencializar a aprendizagem, a última etapa do processo é a comunicação dos resultados, onde ocorrem os momentos de discussões que constituem “[...] oportunidades fundamentais para negociação de significados matemáticos e construção de novo conhecimento” (PONTE, 2005, p. 16). Ou seja, é um momento de aprendizado pois o aluno tenta “convencer” os colegas que suas hipóteses e provas estão corretas e os motivos que o levaram a refutar outras hipóteses. Esse momento não deve se caracterizar por uma exposição de procedimentos e resultados finais, mas sim, oportunizar uma discussão entre os grupos, com a mediação do professor. Nesta etapa, o professor também deve realizar um “fechamento”, uma síntese do trabalho desenvolvido.

Sobre o grau de estruturação das tarefas, consideramos que, para um professor inexperiente em Investigação Matemática, é aconselhável que inicie com tarefas mais estruturadas, para que se sinta seguro. Este procedimento também é favorável para o aluno que nunca tenha vivenciado este tipo de experiência. Tarefas mais dirigidas oferecem segurança para o professor e fazem com que o aluno vá se acostumando aos poucos e com isso desprendendo-se da passividade enraizada, ou seja, apesar de uma tarefa mais estruturada “limitar a atividade investigativa dos alunos, acaba por permitir, principalmente àqueles menos habituados a desenvolver investigações, a realização de um trabalho mais autônomo sem o recurso frequente ao professor” (TUDELLA *et al.*, 1999, p. 2).

Quando os alunos estiverem mais acostumados (e o professor mais seguro), podemos inserir tarefas menos estruturadas, em que não se apresente um roteiro para o aluno, no qual ele, a princípio, não tem pistas de por onde iniciar, não sabe dizer o que o professor deseja (na verdade o professor não deve desejar uma resposta, mas os alunos sempre tentam “adivinhar” o que o professor está querendo).

Na próxima seção apresentamos exemplos de tarefas que professores interessados em implementar Investigação Matemática em sala de aula podem desenvolver com seus alunos.

### **Exemplos de tarefas com potencial para gerar atividades de Investigação Matemática**

Apresentamos no Quadro 1 algumas tarefas que podem ser utilizadas em sala de aula com o intuito de gerar atividades de Investigação Matemática.

**Quadro 1** – Tarefas com potencial para gerar atividades de Investigação Matemática

TAREFA 1 - tarefa aberta

Investigue a relação existente entre os seguintes algarismos dispostos em linhas e colunas:

1	4	7
2	5	8
3	6	9

TAREFA 2 - tarefa menos aberta ou mais estruturada

Investigue a influência dos parâmetros  $a$  e  $b$  no comportamento da função polinomial  $f(x) = ax^n$ , com  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n > 1$  e  $a \neq 0$ , no que se refere ao comportamento da imagem quando  $x$  tende ao infinito, o número de zeros da função e o sinal da função.

TAREFA 3 - tarefa estruturada

Observe a tabela e determine como podemos encontrar a soma dos ângulos internos de qualquer polígono regular sem desenhá-lo.

Polígono	Triângulo	Quadrilátero	Pentágono	Hexágono	Heptágono	decágono
<b>Soma dos ângulos internos</b>	180°	360°	540°	720°	900°	1440°

Fonte: As autoras

Consideramos a Tarefa 1 como uma tarefa aberta pois não foi oferecida aos alunos pista alguma do que se pretende encontrar e, neste sentido, pode gerar uma série de soluções, como por exemplo,

- a segunda linha é a primeira mais um; a terceira coluna é a primeira mais seis; as diagonais são números ímpares; a soma dos algarismos de cada diagonal é 15.... entre outras.

É considerada como geradora de atividade de Investigação Matemática por:

- ser um problema para o aluno, tendo em vista que não possui ferramentas ou algoritmos para aplicação imediata; requer a elaboração de questões e hipóteses (existe relação entre as colunas? existe algum padrão entre as linhas? etc.); possibilitar diversas formas de encaminhamento; envolver conceitos e representações matemáticas; ser passível de generalização e de provas, respeitando-se o conhecimento do aluno.

Ou seja, apresenta as características elencadas neste artigo para ser uma Investigação Matemática aberta.

Quanto à Tarefa 2, a mesma é considerada menos aberta ou mais estruturada porque indica os parâmetros a serem investigados. Continua sendo uma tarefa com potencial para gerar atividade de Investigação Matemática, pois como a anterior possui as características necessárias para tal.

No tocante à Tarefa 3, consideramos ser estruturada por indicar claramente o que se deve pesquisar. É investigativa por possibilitar diversos encaminhamentos e elaboração de questões e hipóteses. Observamos ainda que permite a procura de padrões, utiliza conceitos, procedimentos e representações matemáticas e ainda possui a possibilidade de provas e demonstrações, o que a caracteriza como Investigação Matemática.

Esta Tarefa 3 foi desenvolvida por um grupo de alunos de uma Instituição Pública e o “estilo de conjectura-teste-demonstração” elencado por Ponte et al. (2006, p. 10) como característica fundamental da Investigação Matemática evidenciou-se no desenvolvimento da mesma. Este desenvolvimento foi gravado e as interações transcritas. Como forma de evidenciar a atividade de Investigação Matemática desenvolvida pelos alunos, apresentamos nos Quadros 2 a 5, alguns recortes das interações. Nestes recortes, os alunos são representados por A1, A2 etc. e a professora por Prof.

**Quadro 2** – Recortes de interações que evidenciam a atividade de Investigação Matemática desenvolvida pelos alunos

Recorte 1:	Recorte 2:
1. A1: a soma dos ângulos internos está multiplicando...	1.A3: tá somando.
2.A2: dobrando.	2.A1: tá mesmo... soma $180^\circ$ que dá.
3.A1: é... multiplicando por dois... é isso...é fácil!	3.A2: para todos? porque tem que ser pra todos!
4.A2: não... ah... no terceiro não é...não dá...por 2.	4.A1: dá sim... olha... com oito lados vai ser... $900^\circ$ ... mais... dá $1080^\circ$ !!!!
5. A1: hum...	5.A3: mais $180^\circ$ ... mais $180^\circ$ ... olha: deu certo!!! com dez lados dá isso aqui (apontando para a tabela).
	6.A1: pronto! conseguimos... é só somar $180^\circ$ .
	7.A2: mas tem que mostrar para qualquer um... se for 100 lados??
	8.A3: vai somando...
	9.A2: não dá... não é assim... prof... (chamando a professora).

Fonte: As autoras

Este recorte apresenta os alunos construindo hipóteses (está multiplicando; está somando) e testando-as na busca por uma prova. O Quadro 3 apresenta a continuação da interação iniciada após solicitarem a presença da professora.

**Quadro 3** – Recortes de interações que evidenciam a atividade de Investigação Matemática desenvolvida pelos alunos

<p>Recorte 3:</p> <p>1.A2: a gente conseguiu... é só somar <math>180^\circ</math>...</p> <p>2.Prof: muito bem! Agora, qual a soma dos ângulos de um polígono de 30 lados?</p> <p>3.A1: a gente tem que somar... mas vai demorar... (rindo).</p> <p>4.A2: podemos fazer em casa?</p> <p>5.Prof: Não... (rindo com os alunos). Vão fazer aqui mesmo. Vocês têm que generalizar. Tem que encontrar uma fórmula para calcular com qualquer quantidade de lados.</p> <p>...</p> <p>6.A1: triângulo dá 3 vezes 60, quadrado dá quatro vezes 90, de cinco lados dá 5 vezes 108... não tem nada igual...</p> <p>7.A1 (ainda): hexágono é seis vezes 120 não tem nada a ver...</p> <p>8.A2: não dá!</p> <p>9.A1: como a gente vai adivinhar o ângulo que tem que multiplicar? Não dá!</p> <p>10.A3: e não tem nada a ver 60 com 90, com 108...</p> <p>11.A2: e se a gente colocar tudo <math>60^\circ</math>?</p>
--

Fonte: As autoras

Este recorte mostra a professora incentivando os alunos (fala 2) e instigando-os (fala 3). Na sequência auxilia os alunos na busca por uma generalização, sem apresentar-lhes dicas que comprometessem o desenvolvimento investigativo.

Observa-se que na fala 6 o aluno dividiu a soma dos ângulos pelos números de lados, resultando no valor que deveria ser multiplicado pelo número de lados de cada polígono. Foi uma estratégia utilizada, um teste e agora seria necessário testar para todos. Entretanto, na fala 7, o próprio aluno observa que não conseguiu um padrão, o que dificultaria a generalização.

Pela gravação não foi possível evidenciar o motivo pelo qual A2 sugeriu  $60^\circ$  (fala 11), porém, em entrevista posterior o mesmo esclareceu que era possível dividir todas as somas dos ângulos por  $60^\circ$ , que todas eram múltiplos de 60.

Na sequência A2 construiu a Tabela 2 (apresentada no Quadro 4) para explicar aos colegas e continuaram a interação apresentada nos recortes 4 e 5.

**Quadro 4** – Recortes de interações que evidenciam a atividade de Investigação Matemática desenvolvida pelos alunos

Tabela 2 – Relação entre os lados de um polígono e a soma dos seus ângulos internos

3 lados	3. 60°
4	6.60°
5	9. 60°
6	12.60°

Recorte 4

- 1.A2: tá aumentando de 3 em 3.  
2.A1: não entendi.  
3.A2: o número que multiplica 60... tá aumentando de 3 em 3...  
4.A1: hum... é mesmo... mas como vou achar 50 lados??

...

Recorte 5

- 5.A3: deve ser igual da diagonal... tem que colocar o número.  
6.A2: como?  
7.A3: na diagonal tinha que colocar o número de lados, lembra? olha aqui... (mostrando anotações no caderno).

Fonte: As autoras

Observa-se que os alunos continuaram analisando os dados, construindo hipóteses e testando-as para encontrarem uma regra geral. Na fala 7 do recorte 5, A3 fez conexão com outra atividade já desenvolvida por eles, em que generalizaram o número de diagonais de um polígono regular.

O recorte 6 apresentado no Quadro 5 apresenta novamente a elaboração de uma hipótese e teste para prová-la em busca de uma generalização.

**Quadro 5** – Recortes de interações que evidenciam a atividade de Investigação Matemática desenvolvida pelos alunos

Recorte 6

A2: então tá... triângulo é lado vezes 60°, quadrado é 6... 4 mais 2...

A3: 4 mais dois... é lado mais dois.

A2: lado mais dois vezes 60°.

A2 (ainda): pentágono é 9... tem cinco lados, é...

A2: 5 mais quatro...

A3: mas aí tá complicado... não tá fixo... tá somando 2, depois quatro, depois 6...

A2... é ... assim não dá também

Fonte: As autoras

Ao observar que os alunos poderiam desanimar, a professora entrevistou e sugeriu que tentassem 90. Após algumas tentativas, os alunos tentaram 180 e finalmente conseguiram encontrar um padrão e generalizar, como apresentado no Quadro 6.

**Quadro 6** – Relação entre os lados de um polígono e a soma dos seus ângulos internos<sup>5</sup>

3	180°	2.90°	(L-1).90°	180°	
4	360°	4.90°	(L).90°	2.180°	(L-2). 180°
5	540°	6.90°	(L+1).90°	3.180°	(L-2). 180°
6	720°	8.90°	(L+2).90°	4.180°	(L-2)
7	900°	10.90°	(L+3).90°		

Assim, observamos que os alunos conseguiram generalizar e demonstrar seus resultados, respeitando-se seus conhecimentos.

Nota-se que, com a intervenção da professora, os alunos continuaram sua busca, formularam hipóteses e testaram suas conjecturas na tentativa de provar cada uma delas. Verifica-se aqui a importância do modo como o professor interage, não resolvendo o problema dos alunos, mas incentivando-os e apresentando caminhos, conforme apresentado no quadro teórico deste artigo.

<sup>5</sup> Material produzido pelos alunos e transcrito pelos pesquisadores



## Palavras finais

O Ensino por Investigação requer atitudes notoriamente distintas daquelas características do ensino expositivo transmissivo. Requer participação ativa do aluno e altera o papel do professor, que ao invés de “professar” o conhecimento, deve figurar nas situações de ensino como mediador, provocador e incentivador do aluno, visando a facilitação da aprendizagem.

A Investigação Matemática, como uma forma de Ensino por Investigação, se mostra como uma prática pedagógica que aproxima o aluno do fazer científico quando este aceita o convite do professor e se dispõe a definir um problema, propor e testar conjecturas, buscar generalizações e demonstrar resultados matemáticos obtidos a partir de conjecturas válidas para casos específicos.

Neste artigo procuramos caracterizar o Ensino por Investigação e voltar o olhar à Investigação Matemática, a partir de uma revisão da literatura, de modo a clarear nosso entendimento sobre tais práticas e estimular o debate na comunidade acadêmica.

Com o intuito de exemplificar nosso entendimento e evidenciar algumas características apontadas na literatura, apresentamos três tarefas que podem ser desenvolvidas em sala de aula e possuem potencial para gerar atividades de Investigação Matemática. Os recortes de interação apresentados na seção anterior revelam que os alunos “aceitaram o convite à investigação”, empenhando-se em solucionar o problema que lhes foi apresentado.

Salientamos que tais atividades possuem as características da Investigação Matemática apresentadas neste artigo: a situação apresentou-se um problema que envolveu conceitos, procedimentos e representações matemáticas; os alunos “aceitaram o convite”, elaboraram questões e hipóteses; ocorreu a tentativa de generalizações e provas. Além disso, a professora atuou como orientadora e instigadora, elaborando questões e auxiliando os alunos sem dar uma resposta final.

Além de caracterizar Investigação Matemática, apresentamos neste artigo, a forma como estas podem ser desenvolvidas, levando em consideração o nível de experiência tanto do professor quanto do aluno e também, em relação ao objetivo da atividade. Apesar desta explanação, concordamos com Tudella et al. (1999, p. 10) que “como em qualquer assunto em educação, não existem receitas. Com certeza, haverá sempre situações imprevistas que o professor terá de ultrapassar usando a sua experiência e sensibilidade”.

É interesse de nosso grupo de estudos e pesquisas ampliar a pesquisa em práticas de sala de aula voltadas ao Ensino por Investigação, assim, trabalhos futuros estão agendados para serem desenvolvidos e compartilhados.

## Referências

- ABRANTES, P. Um (bom) problema (não) é (só)... **Educação e Matemática**, 8, 7-10, 1989.
- ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática. **Alexandria**, v. 2, p. 117134, 2009.
- ASH, D.; KLEIN, C. Inquiry in the informal learning environment. In J. Minstrell, ; E. van Zee (Eds.), **Inquiry into inquiry learning and teaching in science**. Washington, DC: American Association for the Advancement of Science. 2000.
- AZEVEDO, M. C. P. S. de. Ensino por investigação: problematizando as atividades em sala de aula. In CARVALHO, A. M. P. de (Org.). **Ensino de Ciências**. São Paulo, SP: Pioneira Thomson Learning, 2004. pp. 19-33.
- BELL, R. L.; SMETANA, L.; BINNS, I. Simplifying inquiry instruction: Assessing the inquiry level of classroom activities. **The Science Teacher**, 72(7), 30-33, 2005.
- BRASIL. **Secretária de Educação Fundamental**. Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática. 148 p. Brasília: MEC/ SEF, 1998.
- \_\_\_\_\_. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC - 2ª versão**. Brasília, DF, 2018.
- BROCARD, J. **As investigações na aula de Matemática: um projeto curricular no 8º ano**. 2001. 621f. Tese (Doutorado). Universidade de Lisboa, Lisboa. 2001.
- Clement, L, Carminatti N.L., Custódio J.F. y Pinho Alves, J. Possibilidades de se promover a necessidade de pertencimento em aulas de física. **Góndola, Enseñ Aprend Cienc**, 11(1), 2016 26-42. doi: 10.14483/udistrital.jour.gdla.2016.v11n1.a2.
- ERNEST, P. Investigações, resolução de problemas e pedagogia. In: ABRANTES, P., LEAL, L. C.; PONTE, J. P. (Orgs.). **Investigar para aprender matemática**. Lisboa: Projeto MPT e APM, p. 25-48, 1996.
- FERRUZZI, E. C. Interação Dialógica: um caminho para a aprendizagem. In: SILVA, K. P.; DALTO, J. O. (Org.). **Educação Matemática e Pesquisa: algumas perspectivas**. 1ed.São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 229-248.
- FERRUZZI, E. C.; ALMEIDA, L. M. W. Diálogos em modelagem matemática. **Ciênc. educ.** (Bauru), Bauru , v. 21, n. 2, p. 377-394, jun.2015.
- FERRUZZI, E. C.; COSTA, J. A. A. Investigação Matemática e seu aporte para a aprendizagem. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v.11. n.3. 2018.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.
- FONSECA, T. M. M. **Ensinar e Aprender: Pensando a prática pedagógica**. Ponta Grossa: SEED/PR, 2008.
- MADRUGA, J. Resolución de problemas. F. Rodríguez (org). **La resolución de problemas em matemáticas**. Barcelona: Graó, 2002.

MEYERS, C.; JONES, T. B. **Promoting Active Learning**: Strategies for the College Classroom. San Francisco, CA: Jossey-BassInc, 1993.

MENDES, I. A. **Matemática e Investigação em sala de aula**: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009. v. 01. 216p.

MENDES, I. A. . Metodologias investigativas para o ensino de matemática em diversidades culturais escolares. **Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática** , [S. l.], v. 2, n. 2, 2018. DOI: 10.34019/2594-4673.2018.v2.27377. Disponível em: <https://periodicos.ufjf.br/index.php/ridema/article/view/27377>. Acesso em: 8 dez. 2021.

OLIVEIRA, R. G.; CAROBINA, R. O ensino da fórmula de Pick na sala de aula: um possível olhar para referências curriculares. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v. 7, p. 84, 2017.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**. Curitiba: SEED, 2008.

PONTE, J. P. da. Investigações matemáticas em Portugal. **Investigar em Educação**, 2, p. 93-169, 2003.

\_\_\_\_\_. Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005, 11-34.

\_\_\_\_\_. Investigations and explorations in the mathematics classroom. **ZDM**, 39, 2007, 419– 430.

\_\_\_\_\_. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. PONTE, J. P. da (Org.). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p.13 – 30.

PONTE, J. P. da. OLIVEIRA, H.M., CUNHA, M.H., SEGURADO, M.I.. **Histórias de investigações matemáticas**. Lisboa: IIE, 1998. Disponível em: <[www.researchgate.net/publication/261178171\\_Historias\\_de\\_investigacoes\\_matematica](http://www.researchgate.net/publication/261178171_Historias_de_investigacoes_matematica)> Acesso em: 04/out./2015.

PONTE, J. P. da; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PONTE, J. P.; MATOS, J. F. Cognitive processes and social interaction in mathematical investigations. In: PONTE, J. P. et al. (Eds.). **Mathematical problem solving and new information technologies: research in contexts of practice**. Berlin: Springer, 1992. p. 239-254.

ROCHA, A.; PONTE, J. P. Aprender matemática investigando. **ZETETIKE**– Cempem – FE – Unicamp – v. 14 – n. 26 – jul./dez. – 2006.

ROLDÃO, M. do C. Função docente: natureza e construção do conhecimento profissional. **Rev. Bras. Educ.**, Rio de Janeiro, v. 12, n. 34, 2007, p. 94-103.

SANTOS, L., BROCARD, J., PIRES, M., ROSENDO, A. I. Investigações matemáticas na aprendizagem do 2º ciclo do ensino básico ao ensino superior. In J. P. Ponte et al. (Eds.). **Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores** (pp. 83-106). 2002. Lisboa: SEM-SPCE.

SASSERON, L. H. **O Ensino Por Investigação**: pressupostos e práticas. S/d. Disponível em <[https://midia.atp.usp.br/plc/plc0704/impressos/plc0704\\_12.pdf](https://midia.atp.usp.br/plc/plc0704/impressos/plc0704_12.pdf)>. Acesso em 11/set/19.

SERRAZINA, L. CANAVARRO, A., GUERREIRO, A., ROCHA, I., PORTELA, J., GOUVEIA, M.J. **Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º Ciclo**. Documento não publicado, 2005.

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro (SP) n.14, p. 66-91, 2000.

TUDELLA, A., FERREIRA, C., BERNARDO, C., PIRES, F., FONSECA, H., SEGURADO, I., VARANDAS, J. Dinâmica de uma aula com investigações. In: ABRANTES, P. et al. **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. Lisboa: APM, 87-96, 1999.

ZOMPERO, A. F.; LABURÚ, C. E. Atividades investigativas no ensino de ciências: aspectos históricos e diferentes abordagens. **Ensaio: pesquisa em educação em ciências**, Belo Horizonte, v. 13, n. 3, p. 67-80, 2011.