

MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS: CARACTERIZAÇÃO EM DOIS AMBIENTES EDUCACIONAIS

MATHEMATICAL MODELING IN THE ELEMENTARY SCHOOL: CHARACTERIZATION IN TWO EDUCATIONAL ENVIRONMENTS

Karina Alessandra Pessoa da Silva¹ 

Joice Caroline Pierobon Gomes² 

Magna Natalia Marin Pires³ 

Resumo

Neste artigo trazemos resultados de pesquisa desenvolvida com professoras e alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental com o objetivo de configurar uma atividade de modelagem matemática em dois ambientes educacionais distintos. Entendemos a Modelagem Matemática na Educação Matemática como uma alternativa pedagógica em que é possível traduzir, em termos matemáticos, situações extra matemáticas. O ambiente educacional é caracterizado pelos elementos materiais e afetivos que envolvem os alunos e que influenciam em sua aprendizagem. Os dados que subsidiaram nossas análises são oriundos de registros escritos e falas transcritas de gravações em áudio e vídeo de uma atividade de modelagem com a temática Suco de laranja desenvolvida com alunos de duas turmas dos anos iniciais de escolas municipais do norte do Paraná, orientados por suas professoras. As professoras que desenvolveram cada atividade eram participantes de um grupo de estudos em Modelagem Matemática. Por meio da Análise de Conteúdo, emergiram categorias relativas à configuração da atividade de modelagem nos ambientes educacionais investigados – escola de campo e turma de contra turno. O que inferimos foi que, mesmo apresentando diferenças em suas estruturas, os ambientes educacionais proporcionaram configurar ações para a atividade de modelagem das quais emergiram quatro categorias: para iniciar, problematizar, matematizar e sistematizar.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Ensino Fundamental. Análise de Conteúdo.

Abstract

In this paper we present results of research developed with teachers and students from the early years of elementary school in order to configure a mathematical modeling activity in two different educational environments. We understand Mathematical Modeling in Mathematics Education as a pedagogical alternative in which it is possible to translate extra-mathematical situations into mathematical terms. The educational environment is characterized by material and affective elements that involve students and influence their learning. The data that supported our analyzes come from written records and transcribed speeches from audio and video recordings of a modeling activity with the theme Orange juice developed with students from two classes in the early years of municipal schools in northern Paraná, guided by their teachers. The teachers who developed each activity were participants in a study group on Mathematical Modeling. Through Content Analysis, categories emerged related to the configuration of the modeling activity in the investigated educational environments – field school and shift class. What we inferred was that, even with differences in their structures, the educational environments allowed configuration of actions for the modeling activity from which four categories emerged: to initiate, problematize, mathematize and systematize.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modeling. Elementary School. Content Analysis.

¹ Universidade Tecnológica Federal do Paraná

² Universidade Estadual de Londrina

³ Universidade Estadual de Londrina

Introdução

Os anos iniciais do Ensino Fundamental consistem em uma das primeiras etapas de formação dos estudantes. Nesta etapa é dada ênfase à alfabetização da língua materna e também à alfabetização matemática. Porém, a formação inicial de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental dispensa uma carga horária pequena para discussão de conceitos matemáticos e também de estratégias para orientação e encaminhamento das aulas com os alunos.

Ao desenvolver pesquisa com professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, Diniz (2012) concluiu que há certa dificuldade com relação à compreensão dos conteúdos matemáticos. Além disso, “todas as professoras destacaram o fato de a Matemática estar relacionada às situações cotidianas, contudo não conseguem percebê-la como ciência questionável” (DINIZ, 2012, p. 25).

No que tange à possibilidade de trabalhar com situações cotidianas por meio de questionamentos com o intuito de ensinar Matemática, tendências da Educação Matemática têm sido implementadas no âmbito escolar. Dentre essas tendências temos voltado nossa atenção para a Modelagem Matemática. Por meio da Modelagem Matemática é possível realizar uma interpretação matemática de uma situação que, de forma geral, se encontra fora do contexto matemático. Em linhas informais, podemos dizer que tal situação pode se relacionar com o cotidiano do aluno.

A Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental tem sido temática abordada tanto em pesquisas nacionais quanto internacionais (CABASSUT; WAGNER, 2011; TORTOLA; ALMEIDA, 2013; ENGLISH, 2016; TORTOLA, 2016; SINCLAIR, 2016; TORTOLA; SILVA, 2021; TEODORO; KATO, 2021). De forma geral, as pesquisas relatam ações em que a aprendizagem pode ser evidenciada quando se faz uso da Modelagem em sala de aula. Todavia, implementar atividades de modelagem nos anos iniciais ainda se configura em um desafio para os professores deste nível de escolaridade. Silva (2018) aponta que o professor dos anos iniciais, para conhecer e fazer uso da modelagem, de forma geral, precisa buscar para além de sua formação inicial, capacitação necessária para seu desenvolvimento profissional, visto que a Modelagem Matemática não consta da matriz curricular de cursos de Pedagogia, por exemplo.

O que podemos conjecturar é que o fato de a Modelagem Matemática proporcionar ambientes de ensino e de aprendizagem que estimulam os alunos a interagir e trabalhar em grupos, pode favorecer a aprendizagem. Neste sentido, corroboramos com Tortola e Silva (2021, p. 22) que atividades de modelagem “que são geralmente desenvolvidas em grupo – sejam grupos menores ou a sala toda –, pautam-se na comunicação como premissa para seu desenvolvimento”. A comunicação subsidiada por abordagens matemáticas permite fazer uso de diferentes conceitos matemáticos. De certo modo, os encaminhamentos apregoados no desenvolvimento de uma

atividade de modelagem podem estar relacionados ao ambiente educacional em que o estudante está inserido.

Um ambiente educacional, segundo Troncon (2014), é permeado por elementos determinantes que articulam aspectos materiais e afetivos que fazem parte do entorno dos estudantes. Os ambientes educacionais que investigamos neste artigo são duas escolas de Ensino Fundamental com alunos dos anos iniciais e cujas professoras estavam inseridas no contexto de um grupo colaborativo de formação de professores em tendências da Educação Matemática.

Considerando as especificidades de cada um desses ambientes, a partir de uma mesma situação-problema desenvolvida via Modelagem Matemática com os alunos de ambas escolas, investigamos a questão: *Como se configura uma atividade de modelagem matemática nos anos iniciais quando consideramos ambientes educacionais distintos?*

Com vistas a apresentar nossas reflexões, a partir desta introdução, estruturamos este artigo em quatro tópicos subsequentes. O primeiro tópico diz respeito aos nossos referenciais teóricos – ambiente educacional e Modelagem Matemática na Educação Matemática. No segundo tópico abordamos os aspectos metodológicos que orientaram nossa pesquisa. Em seguida, apresentamos a descrição e a análise da atividade de modelagem desenvolvida pelos alunos de ambos ambientes educacionais. Finalizamos com nossas considerações.

Modelagem Matemática e Ambiente Educacional

De forma geral, a Modelagem Matemática é entendida como “tradução, em ambas direções, entre matemática e mundo extra-matemático” (BLUM; BORROMEO FERRI, 2016, p. 65). Neste sentido, no âmbito educacional, tem sido empregada como alternativa pedagógica em que se faz uma abordagem, por meio da matemática, de um problema não essencialmente matemático (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Para tanto, parte-se de uma situação problemática (em que se define um problema a ser investigado) e chega-se a uma situação final (solução para o problema).

Na “tradução” delineada por Blum e Borromeo Ferri (2016), alguns encaminhamentos se fazem necessários em uma atividade de modelagem matemática, considerando-a cíclica:

O primeiro passo em um processo de solução ideal é entender a situação-problema em questão; isto é, o solucionador de problemas precisa construir um *modelo de situação* [...]. O segundo passo é estruturar a situação, colocando em jogo certas variáveis, [...] e simplificar a situação, definindo o que “vale a pena” significar; isso leva ao chamado *modelo real* da situação. [...] A matematização, o terceiro passo, transforma o modelo real em um *modelo matemático*, que consiste aqui de certas equações, talvez com variáveis. O quarto passo é trabalhar matematicamente, o que gera *resultados matemáticos*. No quinto passo, esses resultados são interpretados no mundo real como *resultados reais* [...]. A validação desses resultados, etapa seis, pode mostrar que é apropriado ou mesmo

necessário percorrer o ciclo de modelagem novamente (BLUM; BORROMEO FERRI, 2016, p. 66-67).

Dentre os encaminhamentos supracitados, destacamos a obtenção de um modelo matemático, que segundo Doerr e English (2003), pode ser entendido como um sistema de elementos, operações, relações e regras, e pode ser utilizado para descrever, explicar ou prever o comportamento de algum outro sistema conhecido. Almeida, Tortola e Merli (2012) destacam que o modelo matemático, é o que “dá forma” à solução do problema e a Modelagem Matemática é a “atividade” de busca por esta solução.

Ao trabalhar o conceito de número com crianças, Sinclair (2016) defende que o modelo pode ser evidenciado por meio da fala, dos gestos e outras dimensões simbólicas. Para a autora, “a criança normalmente se envolve em um processo complexo em que recita a música numérica enquanto aponta um dedo para os objetos a serem contados e, em algum momento, interrompe as duas ações” (SINCLAIR, 2016, p. 27). Essas ações podem se fazer presentes na comunicação dos alunos quando desenvolvem atividades de modelagem. Tortola e Silva (2021, p. 22) defendem que “quando pensamos na produção de modelos matemáticos, a comunicação assume um papel central, uma vez que os modelos são formas de comunicar as relações observadas e/ou estabelecidas a partir da análise da situação-problema”.

Assim, como asseveram Tortola e Almeida (2016), para a produção do modelo matemático em uma atividade de modelagem, os alunos desenvolvem habilidades, como compreender o problema a ser investigado, coletar dados, levantar hipóteses, utilizar métodos, procedimentos e linguagem matemática para resolver o problema, além de ser capaz de validar e interpretar seus modelos e resultados obtidos.

Para Maaß (2005), desenvolver atividades de modelagem matemática a partir dos anos iniciais proporciona aos alunos outra visão da matemática que é trabalhada nas escolas, ou seja, os alunos passam a modificar a crença de que a matemática é apenas uma ciência objetiva e inquestionável. Deste modo, compreendemos que atividades de modelagem possuem características que diferem dos tradicionais problemas que as crianças estão acostumadas a encontrar na escola e que podem inseri-las no ambiente educacional.

Segundo Troncon (2014, p. 265), o ambiente educacional pode

[...] ser definido como o conjunto de elementos, de ordem material ou afetiva, que circunda o educando, que nele deve necessariamente se inserir e que o inclui, quando vivencia os processos de ensino e aprendizado, e que exerce influência definida sobre a qualidade do ensino e a eficácia do aprendizado. Destaque-se que um aspecto particular deste conceito é a inclusão do educando como elemento que participa do ambiente, o que tem a implicação de lhe atribuir responsabilidades na manutenção e no aperfeiçoamento do ambiente que integra (TRONCON, 2014, p. 265).

Dentre os elementos materiais, o ambiente educacional deve contar com um espaço físico com mobiliário adequado para a faixa etária, temperatura, condições de som, iluminação adequada de forma a tornar o ambiente agradável. Os elementos afetivos estão associados ao fato de os estudantes se sentirem confortáveis e prazerosos em participar das atividades educativas (TRONCON, 2014). Com isso, os alunos devem ser estimulados a contribuir para a criação “de um ambiente de colaboração entre os colegas, para que todos atinjam as finalidades dos processos educacionais” (TRONCON, 2014, p. 269). A colaboração consiste no envolvimento das pessoas de forma que trabalhem em conjunto com a intenção de atingir um objetivo em comum. Com isso, as experiências e os conhecimentos inerentes a cada sujeito auxiliam a enfrentar algumas dificuldades e superar desafios.

Levando em consideração caracterizações sobre Modelagem Matemática e ambiente educacional, nos debruçamos em investigar ações provenientes tanto dos alunos como de professoras em uma prática desenvolvida nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Caracterização dos Ambientes Educacionais e Metodologia de Análise

Com o intuito de trazer reflexões sobre a questão – *Como se configura uma atividade de modelagem matemática nos anos iniciais quando consideramos ambientes educacionais distintos?* – nos subsidiamos na pesquisa qualitativa. Os dados que constituem esse tipo pesquisa, de modo geral, possuem as seguintes características: é realizada em ambiente natural; tem o pesquisador como seu principal instrumento; os dados coletados são predominantemente descritivos; é dada maior atenção ao processo; a análise dos dados tende a ser indutivo (BOGDAN; BIKLEN, 1991).

No nosso caso, a pesquisa passou por uma maturação dos componentes de um grupo de estudos formado por dez professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental orientadas por professoras formadoras (autoras deste artigo). O primeiro procedimento foi familiarizá-las com a Modelagem Matemática, visto que na formação inicial de nenhuma delas tal tendência da Educação Matemática se fez presente. Para isso, foram desenvolvidas atividades em que as professoras se portaram como aquele que aprende.

Considerando uma das temáticas abordadas no grupo de estudos – Suco de laranja –, as professoras planejaram, de forma colaborativa, aulas em que pudessem articular atividades de modelagem de forma similar ao que vivenciaram. Duas das professoras do grupo – Prof_1 e Prof_2 – manifestaram interesse em desenvolver o planejamento em aulas com seus alunos, considerando o ambiente educacional em que estavam inseridas:

- Prof_1 e seus 11 alunos do 2º ano do Ensino Fundamental, de uma escola do campo, em horário regular, localizada em uma cidade do norte do Paraná, constituiu o Ambiente Educacional 1;
- Prof_2 e 13 alunos de 3º a 5º anos do Ensino Fundamental, em contra turno, de uma escola de ensino regular, também no norte do Paraná, constituiu o Ambiente Educacional 2.

A aulas nos dois ambientes educacionais foram gravadas em áudio e vídeo e os registros escritos dos alunos foram coletados. Para isso, foi solicitado aos pais ou responsáveis autorização para uso de imagens dos alunos, desde que mantido o anonimato dos mesmos. Ao longo do artigo nos referimos a eles como Aluno(s), sem a necessidade de diferenciá-los. As professoras assinaram um termo de consentimento livre e esclarecido. Tanto a Prof_1 quanto a Prof_2 têm graduação em Pedagogia e Pós-Graduação em Psicopedagogia.

Para o propósito de nossa pesquisa utilizamos a Análise de Conteúdo de acordo com Bardin (2011). Segundo a autora, essa metodologia para a análise de dados é organizada em três fases: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados.

Na pré-análise, a partir da descrição das atividades de modelagem, compomos quadros determinando subcategorias que emergiram das ações desenvolvidas pelas professoras no planejamento e desenvolvimento das aulas. De posse das subcategorias, realizamos a exploração do material, evidenciando convergências entre os dois ambientes educacionais, das quais emergiram as categorias de análise. Com as categorias passamos para o tratamento das informações em que os resultados foram tratados por meio de inferências e interpretações.

Atividades desenvolvidas: descrição e análises

Apresentamos neste tópico os encaminhamentos das atividades desenvolvidas em ambos ambientes educacionais, destacando ações tanto das professoras quanto dos alunos, com o propósito de subsidiar nossas reflexões quanto à questão de pesquisa. Para isso, descrevemos cada atividade e evidenciamos as subcategorias relacionadas. Por fim, elencamos as categorias emergentes fazendo uma articulação com o quadro teórico.

No desenvolvimento da atividade, Prof_1 tinha em mãos um encaminhamento planejado no grupo de estudos, conforme descrito, de forma sucinta no Quadro 1.

Quadro 1 – Encaminhamento planejado para a Prof_1

<p>Temática: “Suco de Laranja” Problema: Quanto de laranja eu preciso para fazer 1 litro de suco? Turma: 2º ano do Ensino Fundamental. Conteúdos que podem desencadear: Medidas de massa e capacidade. Objetivos: Compreender a diferença entre caixa de laranja e quilograma; compreender a relação mililitro e litro.</p>
--

Metodologia: Levar algumas laranjas, discutir sobre tamanho da laranja a partir da medida da circunferência; obter quantos mililitros têm em uma laranja; discutir sobre quantas laranjas são necessárias para fazer suco de laranja para a sala toda.

Recursos: Laranjas, copos de diferentes tamanhos, balanças, barbante, fita métrica.

Fonte: Relatório entregue por Prof_1.

Para desenvolver a atividade, que levou aproximadamente uma hora e trinta minutos, os alunos tinham em mãos as respostas a um questionário confeccionado por Prof_1 e, previamente, respondido junto aos pais (Quadro 2). Com isso, os alunos estabeleceram um primeiro contato com a situação a ser investigada. As perguntas do questionário relacionavam características a respeito da plantação de laranjas, visto que a temática fazia parte da vivência de algumas famílias que moram no campo.

Quadro 2 – Questionário elaborado por Prof_1

Sabendo que em uma plantação de laranjas é necessária uma certa distância entre os pés:

- 1- Qual é a distância mínima entre um pé de laranja e outro?
- 2- Qual é a altura aproximada que um pé de laranja pode alcançar?
- 3- Quanto tempo demora para uma laranjeira começar a produzir?
- 4- Quantas laranjas aproximadamente uma laranjeira adulta produz?

Fonte: Relatório entregue por Prof_1.

Embora as questões não faziam menção direta ao problema planejado, entendemos que foi uma maneira que Prof_1 inteirou os alunos para o que seria investigado, tanto que solicitou que alguns dos alunos fizessem a leitura das perguntas e das respostas obtidas, em voz alta.

Em seguida, Prof_1 entregou um panfleto, elaborado por ela, que apresentava valores fictícios para alguns alimentos vendidos em um supermercado. O intuito do panfleto, segundo a justificativa de Prof_1 em reunião no grupo de estudos após a implementação: *foi apenas para mostrar que as laranjas podem ser vendidas por quilograma (kg), saco, balde, caixas, entre outras formas, e que no mercado do panfleto especificamente as laranjas eram vendidas em sacos de 10kg*. Prof_1 perguntou aos alunos qual era o produto de maior destaque no panfleto, e os alunos responderam que era a laranja. Deste modo Prof_1 comentou que a figura da laranja estava em destaque porque eles iriam fazer uma atividade envolvendo essa fruta e questionou:

Prof_1: Quanto custa o saco de laranjas neste panfleto?

Alunos: Dez reais.

Prof_1: Esse preço está caro ou está barato?

Alunos: Está barato.

Prof_1: Se fosse para comprar dois sacos de laranjas quanto gastaríamos?

Alunos: Vinte reais.

Prof_1: E meio saco de laranjas?

Alunos: Cinco reais.

Prof_1 comentou que havia comprado um saco de 10kg de laranjas, lavou-as e as colocou em um balde. Mostrando o balde aos alunos, pediu para que cada um pegasse uma laranja. A intenção era manipular e investigar algumas características, quanto ao formato esférico,

classificação entre menor e maior. Prof_1 optou por escolher trabalhar de maneira coletiva e, assim, conseguiu dar atenção aos questionamentos dos alunos.

Como cada aluno estava de posse de uma laranja, Prof_1 distribuiu um pedaço de barbante para que contornasse sua laranja e, com a fita métrica, obtivesse o valor do comprimento da “circunferência” de sua laranja (Figura 1).

Figura 1 – Alunos medindo “circunferência” da laranja orientados por Prof_1



Fonte: Da pesquisa.

Depois de os alunos realizarem as medições, Prof_1 pediu que contassem quantas pessoas tinham na sala de aula. Os alunos foram contando um a um, chegando a 23 pessoas – 11 alunos do 2º ano, Prof_1, professoras formadoras e equipe da escola que estava prestigiando o desenvolvimento da atividade na escola. Com isso, a professora os questionou:

Prof_1: Temos 23 pessoas e queremos fazer um suco de laranja bem gostoso, como eu faço?

Aluno: Tem que ter 23 laranjas.

Prof_1: Então se eu pegar 23 laranjas eu tenho suco para 23 pessoas?

Alunos: Sim!

Prof_1: Mas o que mais eu preciso saber? Olhem para a mesa!

Aluno: A gente precisa cortar, espremer, mexer.

Com o problema definido – *Quantas laranjas são necessárias para fazer suco para 23 pessoas?* –, Prof_1 questionou como poderiam fazer, pois o suco é um líquido que seria servido em copos e o que eles tinham eram as laranjas. Os alunos disseram que deviam cortar ao meio e espremer cada metade da laranja. Neste momento Prof_1 destacou a afirmação que os alunos tinham feito anteriormente: “*quer dizer que precisamos de 23 laranjas para 23 copos de suco? Então nós vamos saber se realmente dá?*”.

Prof_1 havia planejado trabalhar com a massa das laranjas. Sendo assim solicitou aos alunos que contassem 23 laranjas e colocassem no balde para obter a massa total em uma balança digital. Muitos alunos tiveram dificuldade em converter quilogramas ao valor que apareceu no visor da balança. Desta forma, Prof_1 aproveitou a dificuldade dos alunos para diferenciar quilograma (Kg) de grama (g), explicando que o valor 5285 que apareceu no visor da balança correspondia a 5285 gramas e, ainda complementou, que para valores acima de 999 gramas, habitualmente é utilizado o quilograma, ou seja, o valor por eles encontrado correspondia a 5kg e 285 gramas. Considerando

o valor da massa de um pacote de laranjas, aproximadamente, 5kg, como evidenciado na prática, Prof_1 retomou o problema, agora com outra configuração – com 5kg de laranja seria possível fazer os 23 copos de sucos. Os alunos afirmaram que seria possível dizendo “*é muita laranja professora!*”.

A turma estava animada e como Prof_1 havia levado para a sala alguns objetos como espremedores, copos de diferentes tamanhos e copos medidores, os alunos passaram a analisar cada um deles. Os alunos optaram pelo copo de 200ml, pois o consideraram de “melhor tamanho”, visto que os outros eram de 50, 300 e 500 ml. Se atentando à segurança dos alunos, Prof_1 disse que iria cortar as laranjas e que os alunos, um de cada vez, poderiam espremer. Cortando uma laranja ao meio ela questionou:

Prof_1: Vocês falaram que cada laranja preenche um copo de suco?

Aluno: É isso, uma.

Aluno: Não, duas.

Prof_1: Vamos espremer então para saber?

Um aluno espremeu uma laranja e, olhando para a quantidade de suco, concluiu que apenas uma laranja não era suficiente para completar o copo de suco. Deste modo a primeira hipótese levantada pelos alunos, de que cada laranja corresponderia a um copo de 200ml, foi refutada com a coleta de dados. Decidiram então espremer outra laranja e, ao colocar o suco no copo o completou, transformando a hipótese inicial “1 laranja para um copo de 200ml” em “2 laranjas são equivalentes a um copo de 200ml”. Além disso, para o total de 23 pessoas a quantidade de laranjas necessárias deveria ser o dobro, ou seja, utilizariam 46 laranjas (Figura 2).

Figura 2 – Prof1 escreve resolução na lousa



Fonte: Da pesquisa.

Para validar a resolução obtida por meio do modelo matemático, os alunos espremeram todas as 35 laranjas disponíveis. No entanto, ao iniciar o preenchimento dos 23 copos que estavam dispostos na mesa chegaram à conclusão de que faltaria suco. Sendo assim, duas opções foram levantadas pelos alunos: dividir nos copos, mas não ficariam com a mesma quantidade, ou completar o suco com água. Decidiram por votação que a melhor opção seria completar o suco com água, obtendo assim um refresco de laranja.

Desta forma foi possível obter os 23 copos de refresco que puderam ser distribuídos para todos que estavam na sala. Finalizando a atividade, após todos degustarem o refresco de laranja, Prof_1 entregou uma folha e solicitou que os alunos sintetizassem a atividade realizada. Para isso, escreveu na lousa o problema que investigaram: *Quantas laranjas são necessárias para fazer suco para 23 pessoas?* e sugeriu que os alunos também representassem à sua maneira o que haviam realizado na escola naquele dia. A maioria dos alunos fez representações pictóricas.

O que podemos evidenciar é que, com exceção do problema, Prof_1 desenvolveu a atividade com os alunos como estava no planejamento (Quadro 1), mesmo que algumas ações não tenham sido pertinentes para apresentar a solução para o problema, como determinar a medida da “circunferência” da laranja e a massa de 23 laranjas no balde. Isso corrobora com as assertivas de Carlson *et al.* (2016) de que é importante que o professor antecipe o trabalho a ser desenvolvido em sala de aula com a Modelagem Matemática, fazendo planejamento dos encaminhamentos a serem realizados. No Quadro 3 apresentamos os encaminhamentos da Prof_1, bem como as subcategorias relacionadas que caracterizam o desenvolvimento da atividade de modelagem com os alunos do Ambiente Educacional 1.

Quadro 3 – Encaminhamentos da atividade de modelagem no Ambiente Educacional 1

Encaminhamentos realizados	Subcategorias relacionadas
Quanto de laranja eu preciso para fazer 1 litro de suco?	Problema enunciado no planejamento
Compreender a diferença entre caixa de laranja, e quilograma; compreender a relação mililitro e litro.	O que pretende com a atividade
Questionário enviado aos pais para discutir questões relacionadas ao plantio de laranjas.	Inteirar pais e alunos da situação-problema
Panfleto com preço de laranjas em um supermercado.	Inteirar os alunos em sala de aula
Temos 23 pessoas e queremos fazer um suco de laranja bem gostoso, como eu faço?	Outro problema que emergiu em sala
1) 23 laranjas pesando 5,285kg é muita laranja e dá para fazer 23 copos de suco. 2) duas laranjas preenchem um copo de suco.	Levantamento de hipóteses
- medida da circunferência maior de laranjas (em centímetros), utilizando barbante e fita métrica; - medidas de massa: quilograma e grama; - contagem das pessoas; - massa de 23 laranjas; - 1 laranja tem 100ml de suco.	Coletando dados
- 5285 gramas equivalem a 5,285 kg; - simplificar: 23 laranjas tem 5kg; - 1 laranja tem 100ml de suco, então para preencher um copo de 200ml precisaremos de 2 laranjas.	Trabalhando com a Matemática
Quantas laranjas são necessárias para fazer suco para 23 pessoas?	Problema que foi investigado
- com 35 laranjas foram feitos 23 copos de suco completados com água.	Resolvendo o problema que ficou de fato
- professora registrou na lousa e solicitou que os alunos copiassem; - cada laranja possui, aproximadamente, 100ml de suco; - para fazer 23 copos de suco (200ml) precisaremos de 46 laranjas.	Anotações realizadas pela professora
- alunos fazem diferentes registros: simbólico e pictórico.	Anotações realizadas pelos alunos

Fonte: Das autoras.

O planejamento do encaminhamento da atividade de modelagem matemática pela Prof_2, junto aos demais participantes do grupo de estudos, é apresentado no Quadro 4.

Quadro 4 – Encaminhamento planejado por Prof_2

<p>Temática: “Suco de Laranja” Problema: Quantas laranjas são necessárias para produzir um copo de suco? Turma: 3º ao 5º ano do Ensino Fundamental. Conteúdos que podem desencadear: Medidas de massa e capacidade. Objetivos: Trabalhar a conversão de múltiplos e submúltiplos de medidas de massa e capacidade; desenvolver situações-problema a partir do tema abordado. Metodologia: Discutir sobre de onde vem a laranja, tipos de laranjas; obter empiricamente quantas laranjas são necessárias para se fazer 1 copo de suco. Recursos: Laranjas, espremedores, copos de diferentes tamanhos, balanças.</p>
--

Fonte: Relatório entregue por Prof_2.

Como a turma era mista e composta por alunos de 3º a 5º anos do Ensino Fundamental, Prof_2 optou por iniciar a atividade com uma roda de conversa de modo a promover a interação com a temática. Ao iniciar a conversa, os alunos responderam algumas indagações, conforme transcrição a seguir:

Prof_2: Vocês tomam suco natural?
Alunos: Natural, Natural É mais saudável.
Prof_2: Qual é o suco mais consumido na casa de vocês?
Alunos: Limão, uva, limonada, laranja, abacaxi.
Alunos: Eu tomo de morango tá gente, natural, eu bato ele puro, sem açúcar com água.
Prof_2: Então nós vamos fazer suco, quantas laranjas são necessárias para nós todos aqui?
Alunos: Nós somos em treze.
Prof_2: Treze crianças, então quantas laranjas são necessárias?

Neste momento Prof_2 orientou os alunos para que dissessem quantas laranjas seriam necessárias para fazer suco para a turma toda. Os alunos começaram a responder: treze, dezessete, oito, vinte, quinze. Prof_2 ainda os questionou sobre a quantidade de copos de suco que eram acostumados a tomar e qual o tamanho do copo que eles geralmente utilizavam para este fim. Alguns alunos responderam por gestos quanto à capacidade do copo (Figura 3). Prof_2 pode perceber que os alunos ainda não haviam compreendido a noção de capacidade, pois ao questionar qual seria a capacidade do copo alguns responderam que um copo de 500ml era suficiente para a família inteira, outros disseram que tomavam quatro copos de 500ml sozinhos, outro aluno respondeu que tomava no copo com capacidade de 1litro e outros disseram 200ml ou 250ml.

Como Prof_2 havia levado, para a sala de aula, copos de diferentes capacidades (Figura 4), os utilizou para apresentar aos alunos e comentou: *o copo de 50 mililitros é geralmente utilizado para bebidas como cafés e chás, o copo de 100 mililitros é equivalente a dois copos de café, copo de 180 mililitros é o mais utilizado para uso desse tipo de bebida [suco de laranja], e o copo de 300 mililitros e 500 mililitros é utilizado quando se compra o suco em restaurantes e lanchonetes.*

Figura 3 – Alunos mostrando por gestos o tamanho do copo



Fonte: Da pesquisa.

Figura 4 – Copos disponibilizados pela professora



Fonte: Da pesquisa.

Conhecendo copos com diferentes capacidades, os alunos optaram pelo de 500ml para prepararem suco para toda turma. Diante desta escolha ainda permaneceram estimando a quantidade de laranjas necessárias, conforme transcrição a seguir:

Prof_2: Quantas laranjas são necessárias para fazer suco para a sala toda?

Aluno: Então, se for para esse copo aí [500ml], vai ser mais do que oito laranjas...

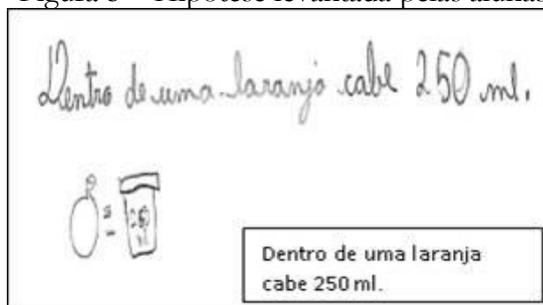
Aluno: Tem que ser treze, certinho!

Aluno: Não, porque vai cortar no meio, ou seja, não vai ser mais treze, vai ser mais... vai ser o dobro de treze.

Aluno: Ah, mas se a gente juntar vai ficar treze de qualquer jeito.

Nesta discussão a Prof_2 orientou os alunos que ao invés de ficarem “chutando” valores que indicam a quantidade de laranjas necessárias para completar os 13 copos de suco de 500ml, poderiam definir experimentando a quantidade de suco que uma laranja possuía, destacando que o suco de laranja é o suco da fruta, ou seja, sem adição de açúcar e água. Prof_2 decidiu, neste momento, separar os alunos em três grupos com três alunos e um grupo com quatro alunos para que pudessem discutir a respeito da quantidade de laranjas que utilizariam para cada copo e anotassem o que concluíam, ela ainda questionou: “*Quanto de suco de laranja, há em uma laranja? quantos mililitros de suco?*” Os alunos, após conversa no grupo, tomaram como hipótese que em um copo de 500ml utilizariam duas laranjas (Figura 5).

Figura 5 – Hipótese levantada pelas alunas



Fonte: Relatório das alunas.

Como Prof_2 havia levado para a sala de aula copos com capacidades diferentes, balança digital, espremedor elétrico, copo medidor e laranjas, esperava que os alunos os utilizassem para responder, porém eles responderam usando apenas a intuição. Sendo assim, Prof_2 perguntou:

Prof_2: Como vocês podem ter certeza, que o que vocês falaram está correto?

Aluno: Testando professora!

Aluno: A gente pega uma laranja, corta, tira o caldo e coloca no copo para ver se vai dar.

Prof_2: Então vamos fazer isso!

Todos os grupos escolheram uma laranja, para, então, validar suas hipóteses iniciais quanto à quantidade de suco presente em uma laranja. Um aluno indagou a professora:

Aluno: Professora, professora... se cortar uma laranja no meio tipo fica dois, se cortar as duas vão ficar quatro pedaços de laranja, aí tipo é... dá para colocar... cada parte da laranja vai valer um copinho pequeno que você mostrou [50ml].

Prof_2: Então cada parte da laranja vai caber aqui? [mostrando o copo de 50ml aos alunos].

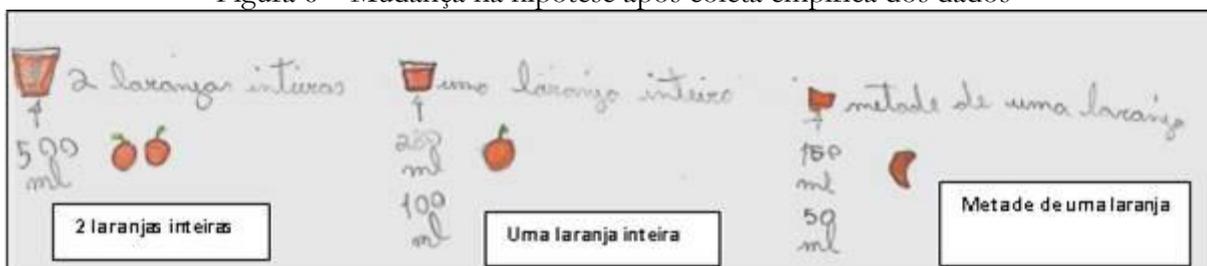
Aluno: Vai caber um pouquinho mais.

Prof_2: Você acha que meia laranja vai caber nesse copo? [mostrando o copo de 180 ml].

Aluno: Seria grande demais, para uma metade da laranja.

Prof_2 pediu aos alunos que anotassem a quantidade de mililitros que haviam encontrado e que refletissem novamente quanto à capacidade do copo que iriam escolher, lembrando que não tinha uma quantidade muito grande de laranjas. Ela orientou que não precisariam apagar anotação alguma e que apenas complementassem o que haviam encontrado. A Figura 6 apresenta a hipótese de um dos grupos de alunos que hipotetizou quantas laranjas seriam necessárias para completar o copo de 500ml, e quanto de suco cada laranja teria. No entanto, ao validar as hipóteses iniciais com a experimentação, concluíram que uma laranja inteira tinha em seu interior 100ml, negando assim a primeira hipótese estimada (que uma laranja renderia 250ml).

Figura 6 – Mudança na hipótese após coleta empírica dos dados



Fonte: Relatório das alunas.

Com os dados coletados, a professora e os alunos definiram que uma laranja possuía, aproximadamente, 100ml de suco. Prof_2 orientou os alunos a responderem o problema “quanto de laranja precisariam para fazer suco para a sala toda”. Um aluno afirmou que: *se a maioria das laranjas deu 100 [quantidade de suco em ml] então é capaz que sejam só 5 laranjas.*

Prof_2 questionou de que maneira poderiam obter a quantidade de laranjas necessárias para o suco para toda a turma. Uma aluna realizou a operação de multiplicação considerando o número de alunos (13) e a quantidade de laranjas para cada copo de 500ml (5), obtendo um total de 65 laranjas, conforme apresentado na Figura 7.

Figura 7 – Cálculo realizado por uma aluna

$$\begin{array}{r} 1 \\ 13 \\ \times 5 \\ \hline 65 \end{array}$$

Fonte: Relatório das alunas.

Sabendo que são necessárias 65 laranjas para preparar 13 copos com 500ml de suco, os alunos contaram as laranjas. Como haviam 30 laranjas, alguns alunos sugeriram que poderiam diminuir a quantidade de laranjas – um aluno sugeriu que poderiam utilizar 3 laranjas, mas necessitariam de 39; outro aluno, falou que para o copo de 400 mililitros precisariam de 52 laranjas. Decidiram então, de modo consensual, utilizar duas laranjas para fazer suco para cada aluno. Para tanto, utilizaram a contagem dois a dois, obtendo 2,4,6,...,24 até encontrar 26. Sendo assim, analisaram que sobrariam ainda quatro laranjas, e concluíram que com 26 laranjas cada aluno poderia tomar um copo de suco de 200ml. Cada aluno espremeu duas laranjas para obter seu suco, tomando cuidado quanto à higiene e na forma correta de utilizar o espremedor elétrico.

Enquanto cada aluno, na sua vez, espremia as laranjas, Prof_2 pediu que utilizassem a folha para fazer um relatório de como foi a atividade, deixando-os livre quanto ao modo de representar. Os alunos fizeram representações de maneira figural, textual e aritmética. Por fim os alunos espremeram as 26 laranjas e concluíram que foi possível obter suco de laranja para os 13 alunos da classe degustando e finalizando a atividade desenvolvida.

Diferentemente da Prof_1, a Prof_2 necessitou alterar alguns encaminhamentos do planejamento devido à abordagem que se seguiu na sala de aula. Além disso, a Prof_2 optou por trabalhar com os alunos reunidos em pequenos grupos. No Quadro 5 apresentamos os encaminhamentos da Prof_2 juntamente com as subcategorias relacionadas para caracterizar o desenvolvimento da atividade de modelagem com os alunos do Ambiente Educacional 2.

Quadro 5 – Encaminhamentos da atividade de modelagem no Ambiente Educacional 2

Encaminhamentos realizados	Subcategorias relacionadas
Quantas laranjas são necessárias para produzir um copo de suco?	Problema enunciado no planejamento
Trabalhar a conversão de múltiplos e submúltiplos de medidas de massa e capacidade; desenvolver situações problemas a partir do tema abordado.	O que pretende com a atividade
Conversa com os alunos a respeito de quais sucos eles tomavam, se gostavam... que suco natural é saudável.	Inteirar os alunos em sala de aula
- Quantas laranjas seriam necessárias para fazer suco para a turma toda? - Quantas laranjas seriam necessárias para completar os 13 copos de suco de 500 mililitros? - Quanto de suco de laranja, há em uma laranja? quantos mililitros de suco?	Outros problemas que emergiram na sala de aula
1) um copo de 500 ml dava para uma família toda.	Levantamento de hipóteses

2) 4 copos de 500 ml para uma única pessoa. 3) um copo tem a capacidade de 1 litro. 4) um copo de 500 ml pode ser preenchido com suco de mais de 8 laranjas.	
1 laranja tem 100ml de suco	Coletando dados
- indicação aleatória do número de laranjas para fazer suco para a sala toda; - indicação por meio de gestos da capacidade do copo que tomam suco; - professora apresenta copos com diferentes capacidades; - 1 laranja tem 100ml de suco, então para preencher um copo de 500ml precisa de 5 laranjas; - há 13 alunos na sala, então serão necessárias 65 laranjas; - contagem das laranjas, total de 30; - usar copo de 200 ml.	Trabalhando com a Matemática
Quantas laranjas são necessárias para servir um copo de suco de 200ml para cada aluno da sala de aula?	Problema investigado
26 laranjas enchem 13 copos de suco. Sobram 4 laranjas.	Resolvendo o problema que ficou de fato
Professora orienta que alunos anotem suas conclusões e não apaguem o encaminhamento.	Resolvendo o problema
Alunos registram suas conclusões por meio de operações e por representação pictórica.	Anotações realizadas pelos alunos

Fonte: Das autoras.

Considerando os elementos identificados nos encaminhamentos realizados em cada um dos ambientes educacionais e uma leitura cuidadosa e repetida das subcategorias (Quadro 3 e Quadro 5), evidenciamos convergências entre elas, o que nos possibilitou a construção de quatro categorias com relação à configuração de uma atividade de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: para iniciar, problematizar, matematizar e sistematizar. Essas categorias, assim como as subcategorias a elas associadas são apresentadas no Quadro 6.

Quadro 6 – Categorias emergentes das subcategorias

Categoria emergente	Subcategorias relacionadas
Para iniciar	O que pretende com a atividade Inteirar pais e alunos da situação-problema Inteirar os alunos em sala de aula
Problematizar	Problema enunciado no planejamento Outros problemas que emergiram na sala de aula Problema que foi investigado
Matematizar	Levantamento de hipóteses Coletando dados Trabalhando com a Matemática Resolvendo o problema que ficou de fato
Sistematizar	Anotações realizadas pela professora Anotações realizadas pelos alunos

Fonte: Das autoras.

A categoria *para iniciar* corresponde a ações das professoras com relação ao planejamento das aulas com Modelagem Matemática, bem como à inteiração dos alunos com a situação-problema a ser investigada. Nos dois casos essas ações denotam a necessidade da inteiração para se compreender a problemática a ser estudada. Para Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 15), a inteiração “representa um primeiro contato com uma situação-problema que se pretende estudar com a finalidade de conhecer as características e especificidades da situação”. Tanto Prof_1 quanto

Prof_2 se inteiraram e inteiraram os alunos com a temática *Suco de laranja*, seja por meio de questionamentos em sala, uso de panfletos ou questionário respondido *a priori*. Pinto e Araújo (2021, p. 3) defendem que o planejamento é “um processo de reflexão, tomada de decisão, colocação em prática e avaliação em torno do desenvolvimento de uma atividade de modelagem” e pode auxiliar nas imprevisibilidades inerentes à própria atividade.

Como a situação problemática foi encaminhada pelas professoras, ou seja, já a conheciam, pois a desenvolveram no grupo de estudos, o planejamento, de certa forma, orientou o trabalho e promoveu certo controle às ações. Silva e Oliveira (2014, p. 40) afirmam que, nesses casos, “há um direcionamento e um movimento de regras que regulam a prática pedagógica”. Todavia essas regras encorajam a implementação da atividade de modelagem visto que as professoras adentram em uma aparente “zona de risco” e se sentem à vontade para enfrentá-la.

Ao longo do desenvolvimento da atividade, evidenciamos que os planejamentos sofreram algumas adaptações, principalmente, no estudo e solução do problema que foi sendo delineado de acordo com os interesses e questionamentos dos alunos. Porém, Prof_1 se manteve fiel a alguns encaminhamentos, mesmo que esses não fossem necessários, denotando uma dependência de seguir o que havia antecipado.

A categoria *problematizar* está associada ao fato de as professoras ou alunos formularem um problema a ser estudado. Tal formulação “é orientada pela falta de compreensão, de entendimento da situação” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 15). Quando os alunos de Prof_1 se depararam com a necessidade de preparar suco de laranja para todas as pessoas presentes na sala de aula, o fato de saber como fazer ou mesmo de quantas laranjas precisariam para preparar 1 litro, não fazia sentido, mas sim a necessidade de servir um copo de 200ml de suco para cada um, mesmo que o número de laranjas fosse inferior. O problema, nesse caso, despertou curiosidade e tornou-se “objeto de investigação da atividade de modelagem matemática” (TORTOLA, 2016, p. 236), tanto que os alunos se empenharam na sua solução. Isso também foi evidenciado com os alunos da Prof_2 que tinham interesse em tomar a maior quantidade de suco quanto fosse possível com o número de laranjas disponível.

Podemos evidenciar que os problemas investigados em cada ambiente educacional foram sendo delineados, alternado, com a matematização. A categoria *matematizar* está associada ao levantamento de hipóteses, à coleta de dados, às discussões matemáticas que emergiram, bem como à resolução do problema. Trata-se, especificamente, de encaminhamentos relativos à tradução do mundo extra matemático para a linguagem matemática (BLUM; BORROMEO FERRI, 2016) ou, ainda, “dar significado para a organização da realidade” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 15). Para isso, os alunos lançaram mão de coletas empíricas, do uso de procedimentos

matemáticos associados à situação, de simplificação. Isso porque a “busca e elaboração de uma representação matemática são mediadas por relações entre as características da situação e os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos adequados” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 16), resultando em modelos matemáticos.

A dedução dos modelos matemáticos foi subsidiada pelas hipóteses delineadas pelos alunos. Para o levantamento da hipótese de que *duas laranjas preenchem um copo de suco*, ou seja, uma laranja tem 100ml de suco, os alunos de Prof_1 partiram para a coleta de dados empíricos. Já os alunos da Prof_2 indicaram valores aleatórios e fizeram gestos antes de ‘colocarem a mão na massa’, necessitando alterar as hipóteses para que chegassem a um modelo que pudesse resolver o problema investigado – *Quantas laranjas são necessárias para servir um copo de suco de 200ml para cada aluno da sala de aula?* Isso está em consonância com as assertivas Carlson *et al.* (2016, p. 123) de que ao “modelar, as crianças recorrem a suas próprias experiências e conhecimentos para resolver problemas”. Os alunos da Prof_1 tiveram iniciativa de experimentar fazer o suco para responder o problema, ao passo que os alunos da Prof_2 precisaram ser instigados pela professora para fazerem a experiência.

Todavia, podemos evidenciar que o modelo matemático dos alunos do ambiente educacional 2 foi se refinando com o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática. Segundo Carlson *et al.* (2016, p. 121), “modeladores refinam modelos para produzir soluções melhoradas”.

Sistematizar é uma ação que se faz pertinente no âmbito educacional quando se quer solucionar um problema. Trata-se de organização das estruturas e procedimentos das componentes curriculares e foi realizada pela Prof_1 e seus alunos e alunos da Prof_2 sob sua orientação. Ambas professoras sugeriram que os alunos fizessem uso de representações que julgassem pertinentes. Tortola (2016) salienta que diferentes representações utilizadas por alunos dos anos iniciais na resolução de um problema contribuem para o desenvolvimento da linguagem matemática, pois o registro escrito coloca em evidência as interpretações matemáticas dos alunos para a situação investigada.

Considerações finais

Consideramos a Modelagem Matemática como tendência da Educação Matemática aliada à necessidade de envolver os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental com situações cotidianas, de maneira que possam desenvolver habilidades de questionar e realizar “interpretação, investigação e representação matemática” (ENGLISH, 2016, p. 187).

Em ambientes educacionais em que seja possível a coleta de dados empíricos com vistas a confrontar hipóteses, subsidiar a dedução de modelos matemáticos e oportunizar aos alunos que expressem suas opiniões de forma que as mesmas sejam levadas em consideração, atividades de modelagem podem se constituir como um elemento a auxiliar a aprendizagem dos alunos. Embora os ambientes educacionais investigados tenham suas especificidades, as atividades de modelagem matemática desenvolvidas proporcionaram o envolvimento dos alunos e das professoras de maneira que evidenciamos configurações similares nos encaminhamentos. Conjecturamos que tais similaridades podem estar associadas à formação das professoras dos anos iniciais que participavam de um grupo de estudos de formação continuada em tendências da Educação Matemática, entre elas a Modelagem Matemática. Além disso, o envolvimento das professoras com os outros integrantes do grupo de estudos, enquanto aqueles que aprendem a desenvolver atividades de modelagem, pode ter constituído um *jeito* de ensinar usando modelagem na constituição do planejamento colaborativo. Isso nos possibilitou inferir que mesmo que as professoras tenham agido, em alguns momentos, de maneira específica para com o ambiente educacional em que estavam inseridas, convergências se fizeram presentes e nos possibilitaram articular um designer das atividades.

O designer das atividades foi subsidiado com o aporte da metodologia Análise de Conteúdo (BARDIN, 2011) em que as ações de encaminhamentos realizados que emergiram em cada ambiente educacional foram organizadas em subcategorias relacionadas. De posse das subcategorias relacionadas, evidenciamos convergências das quais agrupamos em categorias emergentes, associadas a ações de iniciar, problematizar, matematizar e sistematizar. Com isso, configuramos a atividade de modelagem com a temática suco de laranja nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola do campo e de uma escola em que aulas de matemática foram ministradas em contra turno com alunos de diferentes anos.

De forma geral, há de se considerar um *início* para a atividade de modelagem. Para isso, o planejamento da aula não deve ser descartado. O que evidenciamos é que, mesmo que a atividade tenha sido planejada, esta sofreu alterações por conta da característica dinâmica da própria atividade, bem como das experiências dos alunos com a situação-problema e da criatividade de cada professora para inteirá-los. Isso corrobora com o fato de que há uma imprevisibilidade associada às atividades de modelagem (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

No âmbito de aulas de Matemática desenvolvidas via Modelagem, o problema é a gênese da atividade e a solução para tal é o objetivo final, possibilitando a colaboração dos alunos seja de forma coletiva como realizada por Prof_1 ou, em pequenos grupos como encaminhado por Prof_2. *Problematizar* se configurou nas atividades de modelagem com os alunos dos anos iniciais,

tanto que o problema foi se delineando no decorrer da mesma. Os alunos, ao *matematizarem* a situação-problema viram a necessidade de coletar dados, levantar hipóteses e representar matematicamente o que estava sendo investigado. Há um problema quando não se tem de antemão sua solução. Os alunos tiveram de delinear metas para chegar a uma conclusão. Ter uma quantidade limitada de laranjas para utilizarem no preparo de suco para todos os participantes da aula fez com que estabelecessem encaminhamentos com vistas a chegar ao objetivo.

Em sala de aula, as abordagens empreendidas precisam ser relatadas e as professoras solicitam que os alunos anotem o que fizeram de modo a *sistematizar* a aula que haviam participado.

Entendemos que essas configurações estão alinhadas aos ambientes educacionais em que os alunos de Prof_1 e os alunos de Prof_2 fazem parte. Os ambientes educacionais que investigamos neste artigo são duas escolas de Ensino Fundamental com alunos dos anos iniciais e cujas professoras estavam inseridas no contexto de um grupo colaborativo de formação de professores em tendências da Educação Matemática.

De modo geral, ambos ambientes estavam permeados por elementos materiais necessários ao desenvolvimento da atividade – disponibilidade de laranjas, espremedor, copos, entre outros –, bem como elementos emocionais que permitiram aos alunos comunicar sobre o que estavam desenvolvendo. Segundo Tortola e Silva (2021, p. 22), a comunicação “reflete a necessidade de se dar voz aos alunos, de deixar que tomem decisões, façam escolhas, organizem seus dados e resultados e os comuniquem”. Para isso, o ambiente precisa estar configurado de forma que os alunos sejam ouvidos e suas vozes sejam consideradas para prosseguir no desenvolvimento da atividade. Ou seja, os alunos se sentiram confortáveis e prazerosos em participar das atividades educativas (TRONCON, 2014).

Finalizamos esse artigo apontando que as configurações elucidadas não estão sedimentadas, podendo ser aprimoradas, complementadas ou mesmo reformuladas, visto que foram construídas para um grupo específico de alunos. Além disso, é de se considerar que os alunos colaboram na manutenção e no aprimoramento do ambiente educacional, além de serem afetados por ele (TRONCON, 2014). Neste sentido, tal ambiente deve ser constantemente investigado.

Referências

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, M. L. W de; TORTOLA, E.; MERLI, R. F. Modelagem Matemática – Com o que Estamos Lidando: Modelos Diferentes ou Linguagens Diferentes? **Revista Acta Scientiae**. Canoas, RS: ULBRA, v.14, n.2, p. 200-214, maio/ago. 2012.

BARDIN L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.

BLUM, W.; BORROMEU FERRI, R. Advancing the teaching of mathematical modeling: Research based concepts and examples. In: NCTM. **Mathematical Modeling and Modeling Mathematics**, APME, USA, p. 55-76, 2016.

BOGDAN, R., BIKLEN, S.K.. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1991.

CABASSUT, R.; WAGNER, A. Modelling at Primary School Through a French–German Comparison of Curricula and Textbooks. In: KAISER, G. et al. (Orgs.). **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling: International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling**. London, New York: Springer, v. 1, 2011, p. 559-568.

CARLSON, M. A.; WICKSTROM, M. H.; BURROUGHS, E. A.; FULTON E. W. A Case for Mathematical Modeling in the Elementary School Classroom. In: NCTM. **Mathematical Modeling and Modeling Mathematics**, APME, USA, p. 121-129, 2016.

DINIZ, R. S. A matemática nas séries iniciais do ensino Fundamental: as professoras, suas concepções e práticas. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**. v. 2, n. 2, mai/ago, p. 15-27, 2012.

DOERR, H. M.; ENGLISH, L. D. A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 34, n. 2, p. 110-136. 2003.

ENGLISH, L. D. Developing early foundations through modeling with data. In: NCTM. **Mathematical Modeling and Modeling Mathematics**, APME, USA, p. 187-195, 2016.

MAAß, K. Barriers and opportunities for the integration of modelling in mathematics classes: results of an empirical study. **Teaching Mathematics and Its Application**, v 24, n. 2-3, p. 61-74, 2005.

PINTO, T. F.; ARAÚJO, J. de L. Um estudo sobre planos de atividades de modelagem matemática. **REnCiMa - Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, SP, v. 12, n. 2, p.1-25. 2021.

SILVA, L. A.; OLIVEIRA, A. M. P. Quando a escolha do tema em atividades de modelagem matemática provém do professor: o que está em jogo?. **Acta Scientiae**, v. 17, n. 1, p. 40-56, 2014.

SILVA, V. da S. **Modelagem Matemática na formação inicial de pedagogos**. 2018, 189 f. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2018.

SINCLAIR, N. TouchCounts: visual, auditory, haptic, and symbolic models for numbers and operations. In: NCTM. **Mathematical Modeling and Modeling Mathematics**, APME, USA, p. 27-35, 2016.

TEODORO, F. P.; KATO, L. A. A recontextualização pedagógica operada em uma prática de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais. **REnCiMa - Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, SP, v. 12, n. 2, p.1-27, 2021.

TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 304f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. Reflexões a respeito do uso da modelagem matemática em aulas nos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**. Brasília, v. 94, n. 237, p. 619-642, maio/ago. 2013.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. Um olhar sobre os usos da linguagem por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental em atividades de Modelagem Matemática. **RPEM** Revista Paranaense de Educação Matemática, Campo Mourão, PR, v.5, n.8, p.83-105, jan.-jun. 2016.

TORTOLA, E.; SILVA, K. A. P. Sobre modelos matemáticos nos anos iniciais: das pesquisas às práticas. **Em teia** - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, Recife, PE, v. 12, n. 3, p.1-26, 2021.

TRONCON, L. E. A. Ambiente educacional. **Revista Medicina**. Ribeirão Preto. v. 47, n. 3, 2014, p. 264-271.