

AFINAL, QUAIS SÃO AS RAZÕES PARA NÃO ABORDAR O TEMA DE TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NO ENSINO BÁSICO?

AFTER ALL, WHAT ARE THE REASONS FOR NOT ADDRESSING THE TOPIC OF GEOMETRIC TRANSFORMATIONS IN BASIC EDUCATION?

Guy Grebot¹ 

Resumo

Este trabalho apresenta uma análise quantitativa, com base nas provas do ENEM, quanto à avaliação do conhecimento sobre transformações geométricas no conjunto dos itens de matemática. A comparação entre a quantidade de itens referentes a este tema e a quantidade de outros itens, referentes a tópicos de matemática do nível básico, mostra que a cobrança quase inexistente deste tópico de conteúdo não tem se alterado ao longo dos anos. Aliando esta análise aos relatos de pesquisas publicadas sobre o ensino do tópico de transformações geométricas, evidencia-se a existência de uma outra justificativa para o pouco (ou falta de) desenvolvimento desse conteúdo no ensino básico.

Palavras-chave: Diretrizes curriculares. Nível básico. Transformações geométricas. Ensino de geometria.

Abstract

This work presents a quantitative analysis, based on the ENEM tests, regarding the assessment of the topic of geometric transformations as compared with other mathematics topics. The comparison between the number of items on geometric transformations and the number of other items, referring to basic mathematics topics, shows that the almost nonexistent assessment of this content topic has not changed over the years. Combining this analysis with the reports of published research on the teaching of the topic of geometric transformations, it becomes evident that there is another justification for the almost nonexistent teaching of this topic in basic education.

Keywords: Curricular guidelines. Basic level. Geometric transformations. Teaching of geometry.

¹ Universidade de Brasília, Departamento de Matemática

Introdução

Os estudos realizados por (KLEIN, 1893), (BKOUCHE, 1991), (MABUCHI, 2000), (HOLLEBRANDS, 2003), (LUZ, 2007) e (BARROSO, 2018), parecem pontos de uma linha de tempo que contém a preocupação permanente dos educadores sobre a qualidade do ensino da geometria.

Apesar dessa preocupação permanente, várias pesquisas denunciam a baixa atenção dada ao ensino de geometria e das transformações geométricas na educação básica brasileira. Essas pesquisas também apoiam a ideia de que essa baixa atenção se deve à falta de formação e de conhecimento por parte dos professores.

No entanto, em pleno Século XXI, na era da informação, não é razoável pensar que as lacunas na formação dos professores sejam o maior empecilho para a falta de desenvolvimento, em sala de aula, de um tema de reconhecida importância, inclusive pelos próprios professores. Logo, é razoável supor que há outra razão para a baixa atenção dada ao ensino das transformações geométricas. Nesta pesquisa, os autores propõem uma outra razão possível, baseados na análise dos dados levantados nos exames do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

O elemento base para o desenvolvimento da pesquisa são as provas do ENEM aplicadas desde o início, ou seja, de 1998 a 2019, totalizando vinte e duas provas. As provas fornecem dados fiéis por serem o espelho real do que se considerou importante avaliar dos conhecimentos adquiridos no processo educacional, tanto nas escolas públicas como nos demais sistemas escolares. Além das provas, os documentos oficiais que estabelecem as competências e habilidades que as questões devem refletir também são considerados.

Este trabalho comprova que a atenção dada às transformações geométricas nas provas do ENEM, desde 1998, não tem refletido a importância que se atribui a este tema na literatura e nos documentos curriculares oficiais. Com isso, é possível se argumentar que este fato pode contribuir para a baixa atenção dada ao ensino das transformações geométricas.

A análise realizada está aqui apresentada em cinco partes. Na próxima seção, serão apresentados estudos que sustentam não só a importância do ensino das transformações geométricas, mas também que o conhecimento dos alunos e professores sobre o tema permite o acesso ao conhecimento da geometria contemporânea e a conexão com outros conteúdos da matemática. Além disso, são extraídos dos documentos curriculares as orientações sobre o ensino da geometria que atestam a importância do estudo das transformações geométricas na formação dos alunos durante o ciclo básico de estudos.

Na terceira seção está descrito o levantamento, agrupamento e apuração de dados estatísticos relativos aos conteúdos de matemática que compõem as provas do ENEM. Em seguida,

na quarta seção, realizamos a análise dos resultados assim obtidos.

A última seção é a conclusão deste trabalho, em que argumentamos que a relevância das transformações geométricas nos currículos não vem acompanhada de um efetivo trabalho em sala de aula e que o ENEM, enquanto exame nacional de avaliação do ensino básico, também não sinaliza esta relevância.

Escopo Teórico

Nesta seção são apresentados estudos de pesquisadores brasileiros e internacionais que confirmam a importância do ensino das transformações geométricas e a relevância deste tema na formação dos alunos. Essas pesquisas também sustentam a inclusão efetiva do ensino das transformações geométricas no currículo escolar assim como a inclusão deste tópico na formação dos professores.

A importância desse tema está também fundamentada nos documentos curriculares nacionais. Desses documentos são extraídos as orientações e os conteúdos que mostram o tema como elemento importante para o desenvolvimento dos alunos e como ferramenta para permitir a conexão com o mundo real e com a tecnologia que se renova constantemente.

São sinalizados também dois aspectos apontados como responsáveis por inibir o ensino das transformações geométricas apesar da relevância deste tema na formação dos alunos: a formação deficitária dos professores quanto a esse tema e a falta de destaque nos livros textos.

As transformações geométricas no ensino da geometria

A geometria passou por uma grande mudança de paradigma com o lançamento do denominado *Program Erlangen* de Felix Klein, (KLEIN, 1893)². A ideia essencial de seus estudos, em suas próprias palavras, é o conceito de grupos de transformações. A consequência foi identificar as geometrias segundo estes grupos, e, segundo (BKOUICHE, 2009, p.87), a geometria passou a ser o "estudo das propriedades invariantes sob a ação de um grupo de transformações".

Esta abordagem (transformações geométricas) saiu do domínio dos pesquisadores matemáticos para a inclusão nos currículos durante o movimento de criação da "matemática moderna" que tem como marco o seminário *New thinking school mathematics*, que aconteceu de 23 de novembro a 5 de dezembro de 1959, no *Cercle Culturel de Royaumont*, em *Asnières-sur-Oise* (França)³.

²Felix Klein apresentou suas ideias em 1872. A referência usada aqui é uma tradução realizada por M. W. Haskell, de 1893, que o próprio Klein agradece.

³Disponível em: <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:794222/FULLTEXT03.pdf>, página 153. Acesso em: 13/07/2020.

Uma outra discussão sobre a “nova matemática” aconteceu no projeto *The Comprehensive School Mathematics Project (CSMP)*, citado por (VOLLRATH, 1976), que também destaca a efetividade das transformações geométricas.

Bkouche ao analisar o estudo de geometria sob a ótica das transformações geométricas, considera

tomar o método de transformações como um objeto educacional, permitindo, por um lado, acessar o pensamento geométrico contemporâneo e, por outro lado, usar o caminho majestoso (que seria a teoria dos grupos de transformações) no desenvolvimento do ensino de geometria (BKOUCHE, 1991, p.150, tradução nossa).

Hollebrands (2003), nos EUA, desenvolveu estudos sobre as transformações geométricas em um ambiente tecnológico; e Grenier (1988), na França, contribuiu com sua tese para as pesquisas sobre a aprendizagem das transformações geométricas e para suas aplicações em sala de aula.

Um trabalho que indica a importância da abordagem das transformações geométricas, no ensino de geometria, é o desenvolvido pelos pesquisadores Usiskin e Coxford e presente no artigo (USISKIN; COXFORD, 1972), onde são tratadas duas questões: pode a transformação geométrica ser incluída no início do ensino médio? Se sim, os alunos realmente aprendem? A avaliação que o trabalho dele produziu é que, sob o aspecto matemático, as transformações geométricas são exemplos de funções biunívocas e uma forma de se entender o desenvolvimento avançado da geometria. Pedagogicamente é uma ferramenta que proporciona unicidade à geometria e as abordagens sobre congruência, semelhança e simetria estão associadas às ideias intuitivas sobre estes temas.

Este movimento de incluir as transformações geométricas no ensino da matemática para transformar o ensino da geometria também chegou ao Brasil, durante o período da reforma do ensino. Em sua dissertação, Mabuchi (2000, p. 1) faz uma reflexão “sobre o processo ensino-aprendizagem de um assunto que há bom tempo faz parte de propostas curriculares no Brasil e em outros países, mas que, no entanto, ainda é pouco trabalhado em sala de aula”.

No desenvolvimento de seus estudos, Mabuchi (2000, p. 65) analisa o destaque dado às transformações geométricas nas propostas curriculares, no período de 1970 a 1990, influenciadas pelo movimento Matemática Moderna, por reformas anteriores e pelas perspectivas da época de sua pesquisa. Em sua conclusão, Mabuchi evidencia a importância do tema dada nos currículos e aponta a presença “tímida, superficial e desconectada” nos livros didáticos, Mabuchi (2000, p. 192). Também afirma que o tema deve fazer parte da formação dos professores, além de sugerir estudos apropriados sobre o uso de tecnologias.

O trabalho de pesquisa realizado por Luz, "focado no ensino das transformações geométricas, e organizado com base na análise de exercícios propostos em livros didáticos publicados, a partir dos anos 60, no Estado de São Paulo", (LUZ, 2007, p. 10), traz uma visão importante sobre a presença do tema nos documentos curriculares e nos livros didáticos. Na análise dos livros didáticos, este trabalho identificou que "o modo de pensar o ensino das transformações geométricas" foi aplicado com diferenças significativas antes e após a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Por fim, em sua conclusão, ele destaca a ausência das transformações geométricas nos programas de ensino, durante o período dos anos 80 aos anos 90 do século XX. Ele sugere que este fato

pode ter ocasionado o descompasso desse assunto com relação às mudanças pelas quais passou o ensino da geometria a partir de então, impossibilitando uma integração maior entre as transformações geométricas e os demais tópicos da geometria (LUZ, 2007, p.190).

Para Barroso (2018), a formação dos professores também deve ser levada em conta na discussão sobre o ensino das transformações geométricas. Com este objetivo e a partir de sua experiência, Barroso desenvolveu sua tese. Na introdução ela já deixa evidente o sentimento "que as transformações ainda aparecem pouco nos currículos praticados nas escolas e consideramos que precisam ser incorporadas aos cursos de formação de professores", Barroso (2018, p, 19).

O estudo partiu de uma investigação sobre os conhecimentos dos professores acerca das transformações geométricas, com base num "questionário de perfil". Em suas considerações finais, Barroso cita que na fase de diagnóstico os professores mostraram que não detinham o conhecimento comum sobre as transformações geométricas e

Com isso, o professor não reconhece o valor deste conteúdo porque, além de não identificar a relação dele com outros conceitos trabalhados na Geometria, não estabelece conexões possíveis com outros campos, como o estudo dos gráficos de funções, o estudo da redução ao primeiro quadrante na trigonometria, ao estudo das matrizes, dos números complexos, entre outros, o que lhe permitiria um conhecimento do horizonte das transformações geométricas, durante a escolaridade. (BARROSO, 2018, p. 242).

Desta forma, apesar da importância das transformações geométricas no ensino fundamental, o estudo de Barroso indica a dificuldade dos professores em incluir o tema em sala de aula por não terem adquirido o conhecimento necessário durante a formação acadêmica e durante o ensino básico.

A característica das transformações geométricas enquanto ferramentas que pedagogicamente dão uma unidade à geometria, conforme apontado por Usiskin e Coxford (1972), é também analisada e citada em vários trabalhos desenvolvidos no Brasil.

Em (SILVA; VIANA, 2015), os autores realizaram um levantamento dos trabalhos envolvendo a pesquisa sobre o ensino das transformações geométricas. Refletindo o interesse pela inclusão do tema em sala de aula, o trabalho identifica vários estudos envolvendo o ensino fundamental e o ensino médio. O estudo conclui que a maioria dos trabalhos analisados focam no desenvolvimento do tema em sala de aula do ensino básico.

Na dissertação (BARBOSA, 2013), o autor propõe atividades envolvendo as transformações geométricas que permitam "estabelecer conexões entre diferentes assuntos que são estudados no ensino básico, trazendo assim, uma oportunidade para uma visão integradora de conceitos algébricos e geométricos com diferentes temas estudados". Na conclusão do estudo, Barbosa alerta para: buscar formas de motivar o estudo; incentivar o envolvimento dos alunos no seu processo de aprendizagem; estudar os temas de matemática de forma integrada; e explorar a visualização geométrica dos conteúdos matemáticos, sempre que possível.

Uma visão panorâmica e histórica das pesquisas sobre transformações geométricas é também o foco do trabalho de Delmondi e Pazuch (2018). Mais um texto que destaca a característica de conexão das transformações geométricas que "permitem a introdução e a visualização de conceitos como números e medidas, percepção de semelhanças e diferenças e de regularidades ou não entre diversas estruturas".

Nas considerações finais do estudo, Delmondi apresenta um quadro sobre as tendências de pesquisa e tira a conclusão que a abordagem superficial do tema em sala de aula tem como origem a "falta de aprofundamento dos professores sobre as transformações geométricas", consequentemente se refletindo na dificuldade dos estudantes em compreender os conceitos deste assunto.

Além do desconhecimento teórico, Delmondi aponta também o desconhecimento dos recursos tecnológicos existentes para explorar o ensino das transformações geométricas. Com objetivo de minizar a lacuna observada, Delmondi destaca que a formação continuada é importante e descreve um paradoxo: a oferta de cursos sem a demanda específica, e encoraja os professores a buscarem o aprimoramento dos conhecimentos pelos recursos disponíveis.

Num estudo voltado para o uso de tecnologia no ensino das transformações geométricas, via software de geometria dinâmica, especificamente o GeoGebra⁴, Medeiros e Gravina (2012), descrevem uma oficina com professores do ensino fundamental. O resultado final do trabalho é que os professores ficaram entusiasmados com a experiência de experimentar, simular, questionar e analisar com o auxílio do GeoGebra e se sentiram confiantes em abordar o tema em sala de aula,

⁴ GeoGebra é um software livre disponível no site <www.geogebra.org>.

repensando as suas práticas.

A importância da inclusão das transformações geométricas nos currículos de matemática no Brasil está enfatizada desde a Reforma Francisco Campos, em 1931. Este fato é tema do trabalho dos pesquisadores da Silva e Pietropaolo, apresentado no artigo (SILVA; PIETROPAOLO, 2014). Eles analisam a existência das transformações geométricas nos currículos do ensino básico desde que Felix Klein expôs suas ideias sobre o tema. O estudo deles revela que Felix Klein defendeu que os alunos deveriam experimentar e explorar a intuição antes da aprendizagem da geometria dedutiva Euclidiana. E esse pressuposto se refletiu na reforma Francisco Campos (1931) na modificação dos currículos de matemática.

Breve histórico do ENEM

O Exame Nacional do Ensino Médio foi instituído no ano de 1998. Seu arcabouço legal tem duas portarias principais: a Portaria MEC No 438, de 28 de maio de 1998, que foi a própria instituição do exame e a Portaria No 264, de 26 de maio de 2009, que alterou alguns aspectos referentes ao formato das provas.

As provas do ENEM, desde a sua primeira aplicação, avaliam as competências e as habilidades desenvolvidas pelos examinandos durante sua aprendizagem no ensino básico. O agrupamento destes dois componentes (competências e habilidades) é chamado de matriz. Para os exames de 1998 a 2008, foi chamada de matriz de competências e, após a reestruturação do ENEM em 2009, é identificada por matriz de referência.

A avaliação dos conteúdos da prova que esse texto apresenta fica assegurada pelos objetivos descritos em cada portaria citada. A primeira, em seu Artigo 2º, estabelece que “O ENEM, que se constituirá de uma prova de múltipla escolha e uma redação, avaliará as competências e as habilidades desenvolvidas pelos examinandos ao longo do ensino fundamental e médio”.

O contexto das provas sendo o ensino básico, se mantém na segunda portaria: “Art. 15º As provas do Enem obedecem aos requisitos básicos estabelecidos pela legislação em vigor para a Educação Básica, permitindo que seus resultados sejam utilizados conforme os objetivos expressos no artigo 2º, desta Portaria”.

O estudo ora apresentado pelos autores não analisa a consistência dos itens em relação às habilidades e competências estabelecidas pelas respectivas matrizes. Citamos dois trabalhos já realizados com este objetivo: (RODRIGUES, 2013) e (FERREIRA, 2014).

Documentos curriculares nacionais – Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

Conforme observação de (BARROSO, 2018, p. 40), os PCN "trouxeram uma profunda mudança no tratamento da Geometria" e suas orientações influenciaram o ensino e a aprendizagem

em todos os ciclos⁵ do ensino fundamental e no ensino médio.

Os PCN incorporam a importância da educação contextualizada e interdisciplinar e o propósito de uma avaliação nacional dos conhecimentos dos alunos: "O desenvolvimento de competências e habilidades básicas comuns a todos os brasileiros é uma garantia de democratização. A definição destas competências e habilidades servirá de parâmetro para a avaliação da Educação Básica em nível nacional", (BRASIL, 2000, p. 17). E influenciaram o ENEM de 1998 a 2018.

Em termos de orientações curriculares, os PCN valorizam a geometria e o conceito de transformações geométricas, ao apresentar os conteúdos relativos ao bloco *Espaço e Forma*⁶, à página 51, fazendo referências ao estudo das formas, localização de figuras e sistemas de coordenadas. Também mostram a importância das transformações geométricas em um parágrafo específico, além de apontarem as conexões do conhecimento geométrico com o mundo real:

Deve destacar-se também nesse trabalho a importância das **transformações geométricas (isometrias, homotetias)**, de modo que permita o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial e como recurso para induzir de forma experimental a descoberta, por exemplo, das condições para que duas figuras sejam congruentes ou semelhantes. (BRASIL, 1998, p.51, grifo nosso).

Ao introduzirem o conceito de transformação de uma figura já a partir do terceiro ciclo, os Parâmetros Curriculares Nacionais, no capítulo Orientações didáticas para terceiro e quarto ciclos, destacam que "As atividades que envolvem as transformações de uma figura no plano devem ser privilegiadas nesses ciclos, porque permitem o desenvolvimento de conceitos geométricos de uma forma significativa" (BRASIL, 1998, p. 124).

No documento das bases legais dos Parâmetros Curriculares Nacionais, (BRASIL, 2000), estão descritas as habilidades que os estudantes devem desenvolver, nas áreas de *Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Estas aqui são especificamente relacionadas à matemática:

- identificar variáveis relevantes e selecionar os procedimentos necessários para produção, análise e interpretação de resultados de processos ou experimentos científicos e tecnológicos;
- compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculo de probabilidades;
- identificar, analisar e aplicar conhecimentos sobre valores de variáveis, representados em gráficos, diagramas ou expressões algébricas, realizando previsão de tendências, extrapolações e interpolações, e interpretações;

⁵ Ciclo é uma das formas de organização da educação básica, estabelecida pela Lei de Diretrizes e Bases (LDB) no artigo 23.

⁶ Os PCN dividem o currículo matemático do ensino fundamental em quatro blocos: Números e Operações, Espaço e forma, Grandezas e Medidas, Tratamento da Informação.

- analisar qualitativamente dados quantitativos, representados gráfica ou algebricamente, relacionados a contextos sócio-econômicos, científicos ou cotidianos;
- identificar, representar e utilizar o conhecimento geométrico para o aperfeiçoamento da leitura, da compreensão e da ação sobre a realidade (BRASIL, 2000, p.95-96).

Documentos curriculares nacionais – Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

Após debates envolvendo a sociedade e especialistas em todas as áreas, concluídos com a inclusão do Ensino Médio em suas orientações, os PCN foram substituídos pela Base Nacional Comum Curricular, (BRASIL, 2019), a partir do ano de 2019, ficando a edição do exame do ENEM de 2019 regida pelas suas orientações. Este documento foi apresentado como atingimento do objetivo "de uma Base para toda a Educação Básica brasileira", (BRASIL, 2019, p. 5). As normas que compõem este documento definem

o conjunto orgânico e progressivo de **aprendizagens essenciais** que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE) (BRASIL, 2019, p. 7, grifo do autor).

O ensino da geometria continua com sua importância destacada na BNCC, (BRASIL, 2019), retratada nestas passagens do texto:

[...] envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento.

[...] É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência (BRASIL, 2019, p.271).

Pelas descrições de ambos os documentos, vemos que a BNCC, (BRASIL, 2019), e os PCN, (BRASIL, 1998), indicam os estudos de isometrias e semelhanças como necessários para a formação dos estudantes. Com um detalhe referente à BNCC: ela traz uma orientação mais ampla da noção sobre transformações geométricas quando descreve nas habilidades **EF09MA17** e **EM13MAT509**, respectivamente

- Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva. (BRASIL, 2019, p.319)
- Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital (BRASIL, 2019, p.541).

Metodologia

Como o foco deste trabalho é a análise dos conteúdos de geometria e, em particular, dos conteúdos relativos às transformações geométricas cobrados nas provas do ENEM, foi necessário extrair dessas provas os itens de matemática e classificá-los.

No formato das provas que foram aplicadas até 2008, as questões eram contextualizadas e sem clara separação entre as áreas de conhecimento. Em função disso, se considerou como item de matemática aquele item tal que um ou mais tópicos de conteúdo discriminados abaixo era usado e apenas as informações dadas no comando do item eram suficientes para a sua resolução. Nas provas de 2009 até 2019, os itens de matemática já eram separados num bloco específico da área de conhecimento.

Os conteúdos, identificados com base nas técnicas de análise desenvolvidas por (BARDIN, 1977), foram separados nos seguintes agrupamentos:

- C_2 - análise de dados tabelados ou gráficos;
- C_3 - probabilidade e estatística;
- C_4 - contagem/conjunto;
- C_5 - funções;
- C_6 - geometria;
- C_7 - geometria analítica (coordenadas);
- C_8 - outros.

O item geometria é composto por geometria plana e espacial e foi subdividido em duas categorias: $C_{(61)}$ - *cálculo de comprimentos, áreas e volumes*; $C_{(62)}$ - *transformações geométricas*.

O agrupamento C_8 contempla itens de matemática que não se enquadram nos outros agrupamentos. Este item não será considerado na nossa análise.

O agrupamento dos conteúdos se mostra em concordância com a organização dos conteúdos básicos estabelecida no capítulo *Conhecimentos de matemática*, das Orientações Curriculares para o Ensino Médio, vide (BRASIL, 2006, p.70).

Na Quadro1, a coluna C_1 mostra o total de itens de matemática na prova do ENEM do ano correspondente, as demais colunas mostram a frequência com que cada agrupamento foi testado em cada prova.

Quadro1 - Frequências com que os tópicos C_i , $i = 2; \dots; 8$, aparecem nas edições das provas do ENEM. A coluna C_1 mostra o total de itens de matemática.

							C_6			
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	$C_{(61)}$	$C_{(62)}$	C_7	C_8
1998	21	14	2	2	0	3	0	1	0	0
1999	18	13	0	2	0	3	2	1	0	0
2000	23	10	2	1	6	4	2	0	0	0

2001	24	12	3	4	0	5	3	0	0	0
2002	24	12	0	6	3	3	0	2	0	0
2003	19	11	0	3	0	5	3	0	0	0
2004	24	10	0	7	3	4	1	0	0	0
2005	21	14	2	1	1	3	2	0	0	0
2006	24	12	2	0	2	4	2	0	0	4
2007	25	17	2	1	1	1	1	0	0	3
2008	21	11	1	2	1	4	2	1	0	2
2009	45	13	3	2	13	10	7	3	2	2
2010	45	12	1	2	11	18	16	2	1	0
2011	45	15	1	3	18	7	5	2	1	0
2012	45	15	2	4	15	9	7	2	0	0
2013	45	12	3	4	12	13	9	4	1	0
2014	45	14	1	4	12	14	11	3	0	0
2015	45	9	4	4	14	13	12	1	1	0
2016	45	16	1	4	12	10	7	3	2	0
2017	45	10	4	4	16	10	9	1	1	0
2018	45	8	3	6	15	11	8	3	2	0
2019	45	12	1	4	18	8	7	1	1	1

Fonte: dados dos pesquisadores

A partir dos dados da Quadro1, levantaram-se as frequências relativas dos agrupamentos C_i , para $i = 2; 3; 4; 5; 6; 7$, em relação à quantidade de itens de matemática de cada prova. Para cada um desses agrupamentos foi feita uma análise de variância sobre essas frequências relativas, comparando-se os dois períodos 1998-2008 e 2009-2019. Os resultados dessa análise compõem a Quadro2.

Quadro2 – Comparação entre os períodos de 1998-2008 e 2009-2019, para cada agrupamento

	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
Média: 1998-2008	0,560	0,060	0,120	0,070	0,160	0,000
Média: 2009-2019	0,270	0,050	0,080	0,310	0,250	0,022
Valor p ($\alpha = 0,05$)	$1,2 \cdot 10^{-7}$	0,606	0,216	$4,55 \cdot 10^{-8}$	0,004	$4,72 \cdot 10^{-5}$

Fonte: dados dos pesquisadores

Realizou-se também uma análise de variância entre as frequências relativas do agrupamento C_6 e de cada um dos outros agrupamentos, comparando-se os dois períodos 1998-2008 e 2009-2019. Os resultados dessa análise compõem a Quadro3.

Quadro3 - Comparação entre o grupo de geometria C_6 e os demais grupos de matemática, para os períodos de 1998-2008 e 2009-2019.

	C_6	C_2	C_3	C_4	C_5	C_7
Média (1998-2008)	0,160	0,560	0,060	0,120	0,070	0,000
Valor p ($\alpha = 0,05$)		$4,5 \cdot 10^{-10}$	10^{-4}	0,188	0,004	$3,8 \cdot 10^{-9}$
Média (2009-2019)	0,250	0,270	0,050	0,080	0,310	0,022
Valor p ($\alpha = 0,05$)		0,324	$2,5 \cdot 10^{-8}$	$3,3 \cdot 10^{-7}$	0,019	$1,05 \cdot 10^{-9}$

Fonte – dados dos pesquisadores

Por fim, foi realizada uma análise de variância das frequências relativas de cada agrupamento $C_{(61)}$ e $C_{(62)}$, em relação aos itens de geometria C_6 , comparando-se os dois períodos 1998-2008 e 2009-2019. Os resultados dessa análise compõem as colunas da Quadro4. A mesma Quadrotambém apresenta os dados da análise de variância entre as frequências relativas dos agrupamentos $C_{(61)}$ e $C_{(62)}$, em cada um dos períodos 1998-2008 e 2009-2019.

Quadro4 - Colunas: comparação da evolução de cada agrupamento de geometria, $C_{(61)}$ e $C_{(62)}$, em relação aos períodos de 1998-2008 e 2009-2019. Linhas: comparação entre os agrupamentos de geometria, $C_{(61)}$ e $C_{(62)}$, em relação aos períodos de 1998-2008 e 2009-2019.

	$C_{(61)}$	$C_{(62)}$	Valor p ($\alpha = 0,05$)
Média (1998-2008)	0,480	0,140	0,007
Média (2009-2019)	0,790	0,210	$2,6 \cdot 10^{-12}$
Valor p ($\alpha = 0,05$)	0,004	0,367	

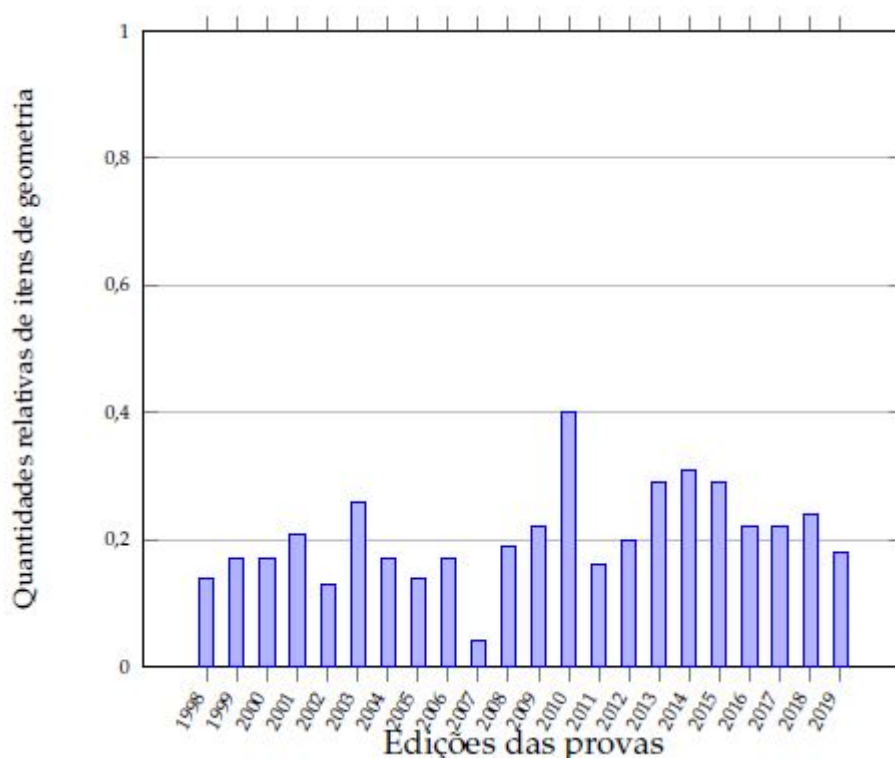
Fonte – dados dos pesquisadores

Análise dos Dados e Resultados do ENEM

Por serem aplicadas no final do ensino médio, as provas do ENEM refletem os conhecimentos geométricos que deveriam ter sido trabalhados no ensino básico e, portanto, deveriam fazer parte da bagagem de conhecimentos do egresso do ensino médio.

O levantamento mostrado na Quadro1 abrange todas as vinte e duas edições do exame do ENEM, expondo a quantidade de questões sobre geometria e sobre as transformações geométricas (isometrias e semelhança). Ressalte-se que a Base Nacional Comum Curricular, (BRASIL, 2019), se reflete apenas na edição do exame do ano de 2019. As demais provas se basearam nos parâmetros e orientações curriculares para o ensino básico.

Figura 1- Evolução da quantidade de itens de geometria



Fonte – dados dos pesquisadores

O aumento aparente da quantidade dos itens de geometria na passagem para o período 2009-2019, perceptível na Figura 1, é confirmado pela análise de variância e é estatisticamente significativo ($p = 0,004$) (ver Quadro2).

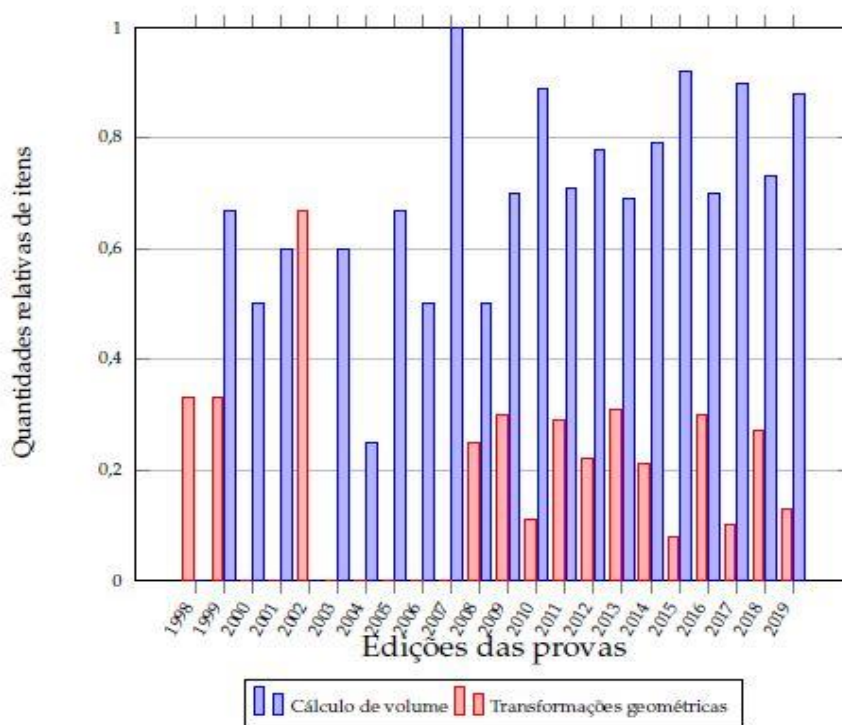
As Tabelas 2 e 3 mostram que houve uma diminuição da quantidade de itens dos grupos C_2 (análise de dados), C_3 (probabilidade e estatística) e C_4 (contagem/conjuntos). Essa diminuição só foi significativa para os itens do grupo C_2 ($p = 1,2 \cdot 10^{-7}$). Quanto às quantidades de itens dos grupos C_5 (funções), C_6 (geometria) e C_7 (geometria analítica), houve um aumento significativo da década 1998-2008 para a década 2009-2019.

Vale observar que o aumento da quantidade de itens do grupo C_6 (geometria) e a diminuição da quantidade de itens do grupo C_2 (análise de dados) levou a um equilíbrio entre as quantidades desses itens na década de 2009-2019 ($p = 0,324$ na Quadro3). O aumento significativo da quantidade de itens do grupo C_6 levou a um desequilíbrio em relação à quantidade de itens do grupo C_4 : a diferença que não era significativa na década de 1998-2008 passou a ser significativa na outra década, ainda em favor do grupo C_6 .

Exceto para as quantidades de itens dos grupos C_5 e C_2 , a quantidade de itens de geometria, C_6 , continuou superando as quantidades de itens dos grupos C_3 , C_4 e C_7 de forma significativa.

A Figura 2 representa a evolução temporal, dentro do conteúdo de geometria (C_6), das quantidades relativas de itens do grupo $C_{(61)}$ (*cálculo de comprimentos, áreas e volumes*) e de itens do grupo $C_{(62)}$ (*transformações geométricas*).

Figura 2 - Evolução das quantidades de itens relativos às transformações geométricas e ao cálculo de comprimentos, áreas e volumes.



Fonte – dados dos pesquisadores

Os dados da Quadro4 mostram que as quantidades de itens de transformações geométricas, relativamente às quantidades de itens de geometria por exame, não se alteraram de forma significativa de uma década para a outra ($p = 0,367$) contrariamente às quantidades de itens relativos ao grupo $C_{(61)}$ que sofreram um aumento significativo no período 2009-2019. Além disso, nas duas décadas, as quantidades de itens dos grupos $C_{(61)}$ e $C_{(62)}$ diferem significativamente ($p = 0,007$ e $p = 2,6 \cdot 10^{-13}$).

Portanto, o aumento significativo de itens de geometria na década 2009-2019, não foi acompanhado de um aumento significativo de itens sobre transformações geométricas nesse mesmo período. Somos então levados a concluir que os conteúdos relativos às transformações geométricas foram avaliados com a mesma intensidade durante todo o período de 1998 até 2019.

Conclusão

A importância do tema de transformações geométricas é reconhecida não só entre os especialistas de educação matemática, mas é também registrada nos documentos oficiais que regem

o ensino básico brasileiro.

No entanto, apesar da importância desse tema para a formação dos alunos, ele não é abordado com a devida seriedade nas salas de aula. Isso porque os professores, por não terem tido a formação necessária sobre transformações geométricas, desconhecem o tema e têm dificuldades em desenvolvê-lo em sala de aula. Portanto, há necessidade de um esforço por parte das instituições superiores de ensino em promover a formação adequada aos professores, e também por parte dos professores em se obter o conhecimento adequado do assunto de transformações geométricas.

É necessário reconhecer que o círculo vicioso que se formou, “não ensino transformações geométricas porque não aprendi esse tema”, não faz sentido na era da informação, em pleno Século XXI. Já que reconhecem a importância do tema na formação dos alunos, é natural se perguntar se não há outra razão para que os professores persistam com as lacunas de formação, que contribuem para manter o pouco desenvolvimento em sala de aula, apesar da facilidade de acesso à informação nos dias atuais.

Os resultados obtidos das análises estatísticas realizadas nas seções anteriores, reforçam uma séria suspeita. Se os conteúdos relativos às transformações geométricas foram avaliados, nas provas do ENEM, com a mesma baixíssima intensidade durante todo o período de 1998 até 2019, somos levados a concluir que os gestores da educação nacional não estão atentos ao estabelecido pelos documentos curriculares nacionais e nem ao cenário internacional no que se refere à importância atribuída a esses conteúdos.

Em sua tese, Barroso (2018) observa que, além da precariedade do ensino do tema de transformações geométricas, os tópicos mais citados pelos professores a respeito do ensino de geometria se referem ao cálculo de áreas e volumes. Por outro lado, os dados obtidos na seção anterior a respeito das provas do ENEM, acusam um crescimento significativo de itens relativos ao *cálculo de áreas e volumes*, além de uma cobrança quase nula do tema de *transformações geométricas* (bloco C₍₆₂₎). Acreditamos que a correlação plausível entre o que se ensina e o que se cobra, de fato, merece uma séria investigação.

Referências

BARBOSA, M. D. O. H. **O uso de transformações geométricas em temas do ensino médio**, Dissertação (Mestrado)—Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro - UENF Campos dos Goytacazes-RJ, 2013.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.

BARROSO, I. C. **Um estudo sobre o conhecimento profissional para o ensino das transformações geométricas**. Tese (Doutorado) — Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, SP, 2018.

BKOUICHE, R. **De la géométrie et des transformations**. Repère Irem, n. 4, 1991.

BKOUICHE, R. **De l'enseignement de la géométrie**. Repère Irem, n. 76, 2009.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (1a a 4a séries)**. Brasília - DF: MEC/Secretaria de Educação Básica, 1997.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (5a a 8a séries)**. Brasília - DF: MEC/Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio - Parte 1 - Bases legais**. Brasília - DF: MEC/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2000.

BRASIL. **Orientações curriculares para o ensino médio - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília - DF: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2006. v. 2.

BRASIL. **BNCC - Base Nacional Comum Curricular**. Brasília - DF: Ministério da Educação - MEC, 2019.

DELMONDI, N. N.; PAZUCH, V. **Um panorama teórico das tendências de pesquisa sobre o ensino de transformações geométricas**. Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, SciELO Brasil, v. 99, n. 253, p. 659–686, 2018.

FERREIRA, E. M. **Análise da abrangência da matriz de referência do ENEM com relação às habilidades avaliadas nos itens de matemática aplicados de 2009 a 2013**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília, 2014.

GRENIER, D. **Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième. Modélisation et simulation**. Tese (Doutorado) — Université Joseph-Fourier - Grenoble I, Français., 1988.

HOLLEBRANDS, K. F. **High school students' understandings of geometric transformations in the context of a technological environment**. The Journal of Mathematical Behavior, Elsevier, v. 22, n. 1, p. 55–72, 2003.

KLEIN, F. **A comparative review of recent researches in geometry**. Bulletin of the American Mathematical Society, v. 2, n. 10, p. 215–249, 1893.

LUZ, V. d. A. **Um estudo sobre o Ensino de Transformações Geométricas: da reforma da Matemática Moderna aos dias atuais**. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2007.

MABUCHI, S. T. **Transformações geométricas: A trajetória de um conteúdo ainda não incorporado às práticas escolares nem à formação de professores**. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2000.

MEDEIROS, M. F.; GRAVINA, M. A. **Geometria dinâmica no ensino de transformações no plano**. Revista Eletrônica da Sociedade Brasileira de Matemática, v. 3, n. 1, 2012.

RODRIGUES, M. U. **Análise das questões de matemática do novo ENEM (2009 A 2012): reflexões para professores de matemática**. Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba, PR, 2013.

SILVA, J. C. D. da; PIETROPAOLO, R. C. **Um estudo sobre as contribuições de Felix klein para a introdução das transformações geométricas nos currículos prescritos de matemática do ensino fundamental**. Perspectivas da Educação Matemática, v. 7, n. 14, 2014.

SILVA, P.; VIANA, M. **História da educação matemática e geometria das transformações: um estudo sobre as produções brasileiras atuais**. Encontro Mineiro de educação matemática, UFSJ - São João del-Rei, MG, 2015.

USISKIN, Z. P.; COXFORD, A. F. **A transformation approach to tenth-grade geometry**. The Mathematics Teacher, National Council of Teachers of Mathematics, v. 65, n. 1, p. 21–30, 1972.

VOLLRATH, H.-J. **The place of geometry in mathematics teaching: An analysis of recent developments**. Educational Studies in Mathematics, Springer, v. 7, n. 4, p. 431–442, 1976.