

## PRODUÇÕES INFANTIS DE *EARLY ALGEBRA* NO PRIMEIRO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

## PRODUCTIONS OF EARLY ALGEBRA DEVELOPED BY CHILDREN IN THE FIRST YEAR OF ELEMENTARY SCHOOL

Sônia Elisa Marchi Gonzatti<sup>1</sup> 

Mayara Appelt Reckziegel<sup>2</sup> 

Ieda Maria Giongo<sup>3</sup> 

Márcia Jussara Hepp Rehfeldt<sup>4</sup> 

Marli Teresinha Quartieri<sup>5</sup> 

### Resumo

Documentos como o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) preconizam o ensino da álgebra a partir dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A partir dessa concepção, este artigo tem por objetivo analisar as conjecturas e estratégias usadas por crianças do 1º Ano do Ensino Fundamental em tarefas da *Early Algebra*. O referencial teórico está alicerçado em autores que discorrem acerca da Investigação Matemática (Ponte, 2003, 2005; Ponte, Brocardo; Oliveira, 2005, 2009; Ponte, Quaresma; Branco, 2012), Da *Early Algebra* (Luna, Souza; Menduni-Bortoloti, 2017; Silva, Savioli; Passos, 2015) e pensamento algébrico (Brasil, 2017). A abordagem metodológica da pesquisa é qualitativa e os dados foram obtidos por meio das tarefas realizadas pelas crianças, recolhidas ao final da prática, de gravações e posteriores transcrições às discussões, bem como de fotografias alusivas ao desenvolvimento das atividades. Os resultados apontam que crianças de 6-7 anos são capazes de identificar distintas conjecturas e estratégias em tarefas investigativas e exploratórias, ilustrando diferentes padrões em elementos da sequência.

**Palavras-chave:** Investigação Matemática. Early Álgebra. Anos Iniciais.

### Abstract

Documents such as the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) and the National Common Curriculum Base (BNCC) advocate the teaching of algebra from the early years of elementary school. From this conception, this article aims to analyze the conjectures and strategies used by children of the 1st year of elementary school in Early Algebra tasks. The theoretical framework is based on authors who discuss Mathematics Investigation (Ponte, 2003, 2005; Ponte, Brocardo; Oliveira, 2005, 2009; Ponte, Quaresma; Branco, 2012), from Early Algebra (Luna, Souza; Menduni-Bortoloti, 2017; Silva, Savioli Passos, 2015) and algebraic thinking (Brazil, 2018). The methodological approach of the research is qualitative and the data were obtained through the tasks performed by the children, collected at the end of the practice, recordings and subsequent transcriptions, as well as photographs related to the development of the activities. The results show that children aged 6-7 years are able to identify different conjectures and strategies in investigative and exploratory tasks, illustrating different patterns in sequence elements.

**Keywords:** Mathematics Investigation. Early Algebra. First years of Elementary School.

<sup>1</sup> Universidade do Vale do Taquari – Univates, soniag@univates.br

<sup>2</sup> Universidade do Vale do Taquari – Univates, [mayara.reckziegel@universo.univates.br](mailto:mayara.reckziegel@universo.univates.br)

<sup>3</sup> Universidade do Vale do Taquari – Univates, [igiongo@univates.br](mailto:igiongo@univates.br)

<sup>4</sup> Universidade do Vale do Taquari – Univates, [mrehfeld@univates.br](mailto:mrehfeld@univates.br)

<sup>5</sup> Universidade do Vale do Taquari – Univates, [mtquartieri@univates.br](mailto:mtquartieri@univates.br)

## 1. CONTEXTUALIZAÇÃO

O projeto de pesquisa Práticas, Ensino, Currículo e formação docente no campo das Ciências Exatas visa a promover movimentos no currículo escolar das disciplinas de matemática e já abarcou diferentes subprojetos, com fomento externo (Despertando a vocação científica em um grupo de estudantes da Escola Básica do Vale do Taquari, Estratégias metodológicas visando à inovação e reorganização curricular no campo da Educação Matemática no Ensino Fundamental, A escola e as novas configurações da contemporaneidade). Dois subprojetos com fomento externo estão vinculados a esta pesquisa. O primeiro intitula-se “Ensino-Aprendizagem-Avaliação em Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Atividades Exploratório Investigativas e Formação Docente” e é financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). O cerne deste estudo é problematizar a avaliação em matemática e explorar metodologias de ensino que favoreçam os processos de ensino e de aprendizagem. O segundo, apresenta como título, “Produção de materiais curriculares educativos: uma possibilidade para desenvolver o pensamento algébrico e geométrico nos Anos Iniciais” e recebe financiamento da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS). Este, por sua vez, tem por objetivo investigar os resultados oriundos do desenvolvimento e produção de materiais educativos para o ensino de álgebra e geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, na perspectiva da Investigação Matemática. Em síntese, podemos inferir que há uma interseção entre os subprojetos cujos elementos mais relevantes estão centrados em um ensino da Matemática diferenciado.

No desenvolvimento de ambas as pesquisas, elaboramos, implementamos e avaliamos tarefas exploratórias e investigativas, na perspectiva da Investigação Matemática, em três escolas públicas da região do Vale do Taquari, as quais denominaremos de parceiras de pesquisa. No que tange às tarefas, Ponte (2003) menciona dois tipos: as tarefas investigativas e as tarefas exploratórias. As primeiras são abertas e apresentam um grau de dificuldade elevado, enquanto as exploratórias têm menor grau de dificuldade e são relativamente mais estruturadas. Para Ponte (2005, p. 18), a diferença está “no grau de desafio. Se o aluno puder começar a trabalhar desde logo, sem muito planejamento, estaremos perante uma tarefa de exploração. Caso contrário, será talvez melhor falar em tarefa de investigação”.

Estas tarefas têm a característica de demandar um trabalho de interpretação de uma situação, promovendo investigação e argumentação para construir representações apropriadas. Para resolver esse tipo de tarefa, o professor não só intenta que o aluno aplique conceitos já aprendidos, como também pode promover o desenvolvimento de novos conceitos e procedimentos matemáticos (Ponte; Quaresma; Branco, 2012).

Atentos aos aspectos de um ensino distinto do convencional, os subprojetos de pesquisa supramencionados problematizaram, em 2018, tarefas exploratórias e investigativas, por meio da Investigação Matemática (Ponte, 2003, 2005; Ponte; Brocardo; Oliveira, 2009; 2013; Ponte, Quaresma; Branco, 2012), abordando conteúdos relacionados à álgebra, tanto com professores de Anos Iniciais quanto com alunos, nas escolas parceiras, com turmas de 1º ao 5º dos Anos Iniciais. Intenta-se, com isso, que desde cedo os alunos entrem em contato com a álgebra. Neste sentido, o grupo de pesquisa se embasou nos estudos, tendo em vista concepções relacionadas a *Early Algebra* (Luna; Souza; Menduni-Bortoloti, 2017; Silva; Savioli; Passos, 2015) ou pensamento algébrico, como denomina a BNCC. Em ambas as definições, o cerne está em iniciar o ensino da álgebra a partir dos primeiros anos do Ensino Fundamental.

Portanto, o objetivo do presente trabalho é relatar e analisar as conjecturas e estratégias usadas por alunos do 1º ano do Ensino Fundamental de uma das escolas parceiras do projeto de pesquisa, em tarefas exploratórias e investigativas. Intenta-se relatar, também, os desafios e as dificuldades encontradas para trabalhar em grupo, bem como o planejamento para a proposição de tais tarefas.

## 2. TAREFAS EXPLORATÓRIAS E INVESTIGATIVAS E A *EARLY ALGEBRA*

Quando pensamos em compreender o sentido do termo investigação matemática, é necessário ir em busca de distintos autores. Lamonato e Passos (2011), por exemplo, mencionam que a expressão está relacionada com a ideia de procurar, de questionar, de querer saber. Para Wichnoski e Klüber (2015, p. 72) “a Investigação Matemática [...] repousa sobre uma estrutura básica, constituída por aspectos fundamentais como a matemática, o ensino, a aprendizagem, a comunicação e atividades investigativas”. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p. 23), na Investigação Matemática “o aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor”.

De outra forma, Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) mencionam que a Investigação Matemática pode ser desenvolvida embasada em quatro momentos, a saber: a) Exploração e formulação de questões - neste momento o aluno reconhece uma situação problema, explora a situação problemática e formula questões; b) Conjecturas - aqui o aluno organiza os dados e formula as conjecturas (e faz afirmações sobre uma conjectura); c) Testes e reformulação - no terceiro momento o aluno realiza os testes e refina sua conjectura; d) Justificação e avaliação - o último momento, o aluno justifica uma conjectura e avalia o raciocínio ou o resultado do raciocínio.

No grupo de estudo, as atividades foram planejadas com base em estudos teóricos de referência sobre Investigação Matemática (Ponte, 2003, 2005; Ponte; Brocardo; Oliveira, 2009; 2013; Ponte; Quaresma; Branco, 2012), com destaque para os princípios desta tendência, a saber: elaboração de questões abertas, que possibilitem a elaboração de diferentes estratégias de solução; atividades em grupo, permitindo uma maior interação; desenvolvimento da argumentação e da externalização das formas de pensar (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2009; 2013). A investigação matemática trabalha com a premissa de gerar dúvida e curiosidade, fazendo com que o aluno tenha vontade de resolver o problema.

No que tange aos problemas apresentados, buscamos tarefas exploratórias e investigativas da *Early Algebra* para alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental que não tiveram contato com uma linguagem simbólica algébrica, ou seja, que ainda não usaram letras em generalizações ou como incógnitas ou variáveis (Fiorentini; Lorenzato, 2006).

Para Luna, Souza e Menduni-Bortoloti (2017, p. 42), a *Early Algebra* “envolve o estudo da álgebra desde a Educação Infantil até os anos iniciais do Ensino Fundamental”. Essa definição pode ser aprofundada de acordo com Silva, Savioli e Passos (2015, p. 105):

[A] *Early Algebra*, [...] se configura em uma área de pesquisa que tem como objetivo o ensino e a aprendizagem da álgebra nos anos iniciais. *Early Algebra* é um programa criado em 1998, e que conta com uma equipe de psicólogos e educadores matemáticos que atuam com professores e estudantes em colaboração com escolas de Boston. Neste programa são construídos materiais didáticos e instrucionais a respeito da álgebra dos anos iniciais, abordando vários temas matemáticos, como, por exemplo, números, símbolos, comparações etc., focalizando a aprendizagem e o raciocínio dos estudantes.

Ainda para os autores supracitados, a possibilidade de introduzir a álgebra nos Anos Iniciais é altamente viável. “Uma justificativa é que a compreensão de conceitos aritméticos demanda generalizações matemáticas e o entendimento dos princípios algébricos. Por conseguinte, aritmética e álgebra elementar estão intimamente interligadas” (Silva; Savioli; Passos, 2015, p. 105). Inspirados em estudos anteriores sobre o ensino de álgebra para crianças (Carpenter; Franke; Levi, 2003; Brizuela; Schliemann, 2004; Blanton; Kaput, 2005; Lins; Kaput, 2004), os autores refletem

é possível considerar a importância e a necessidade de se iniciar um trabalho estruturado no pensamento algébrico desde as séries iniciais da Educação Básica, da mesma forma que é dado o início da relação da aritmética com a álgebra nos primeiros ciclos escolares. Isso sustentado pelo fato de que o pensamento algébrico pode ser desenvolvido antes mesmo de o estudante apresentar uma linguagem simbólica algébrica (Silva; Savioli; Passos, 2015, p. 106).

Outro documento relevante e que nos instigou a explorar tarefas investigativas e exploratórias relacionadas à álgebra é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). No referido documento encontra-se a menção da unidade temática Álgebra:

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – **pensamento algébrico** – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados (Brasil, 2017, p. 270).

Mais especificamente, no que tange ao primeiro ano do Ensino Fundamental, os objetos de conhecimento são: “Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências e sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo)” (Brasil, 2017, p. 278).

Embasados na BNCC e no NCTM que preconizam o ensino da álgebra a partir dos Anos Iniciais e nas tarefas exploratórias e investigativas propostas pelos diversos autores anteriormente citados, nosso grupo de pesquisa desenvolveu, em parceria com professores dos Anos Iniciais, distintas tarefas para serem exploradas no 1º ano do Ensino Fundamental. Esta prática será descrita a seguir.

### 3. METODOLOGIA

Este estudo apresenta uma abordagem qualitativa com características de estudo de caso. Para Minayo, Deslandes e Gomes (2011, p. 21-21), uma pesquisa qualitativa “trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores, atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis”. Com relação ao estudo de caso, Fonseca (2016, p. 33) diz que ele “É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única em muitos aspectos, procurando descobrir a que há nela de mais essencial e característico”. Neste sentido, tentaremos compreender e descrever os significados atribuídos pelos alunos do 1º Ano do Ensino Fundamental quando estes se deparam com tarefas investigativas e quais conjecturas e estratégias os alunos do 1º Ano usam para solucioná-las.

Para a elaboração das atividades realizamos encontros de formação mensais na universidade, contando com a presença de professoras voluntárias, pesquisadores e bolsistas de iniciação científica, onde as atividades foram planejadas e testadas, com o intuito de analisá-las para, posteriormente, aplicá-las nas turmas nos momentos de intervenções pedagógicas.

Todas as atividades foram pensadas e planejadas para serem realizadas em grupos e terem diferentes possibilidades de resolução, seguindo os princípios propostos por Ponte, Brocardo e Oliveira (2009). De acordo com Brunheira e Fonseca (1995, p. 17)

As atividades de investigação constituem uma boa oportunidade para os alunos trabalharem em grupo. Deste modo, mais facilmente se conjugam ideias e se ultrapassam dificuldades. O grupo aumenta também a confiança em enfrentar novos problemas e promove a discussão entre alunos.

É importante lembrar que a forma como os professores exploram as atividades de investigação matemática têm muita influência no resultado, por isso, as atividades foram monitoradas por bolsistas, pesquisadores e professores voluntários. Especificamente, no estudo realizado com os alunos do 1º ano, todos os participantes estavam na sala de aula, auxiliando e problematizando junto aos alunos.

As tarefas propostas aos alunos eram elaboradas da seguinte maneira: apresentamos uma sequência com figuras iniciais e a partir destas, as crianças deveriam representar as próximas figuras. Em todas as atividades foram utilizados materiais concretos, o que é importante para que as crianças visualizem melhor o material e elaborarem as estratégias de forma “palpável”, pois são crianças que estão no ciclo de alfabetização. No início, apresentamos a atividade e deixamos que eles realizassem as conjecturas em grupos. Em cada grupo havia a presença de um bolsista ou pesquisador que pudesse orientar em caso de necessidade, mantendo cuidado para ser o mais imparcial possível, sem interferir nas respostas dos alunos, mas instigá-los a pensar. Para Pereira (2015, p. 29), “na fase de desenvolvimento da tarefa, a pretensão é que os alunos passem a ter uma atitude investigativa. O papel do professor é de orientador da tarefa”. Na sala de aula, em cada grupo havia também um gravador, para que pudéssemos gravar e transcrever as falas dos alunos para estudos posteriores.

Abaixo de todas as tarefas propostas havia um espaço para o aluno registrar como pensou naquela solução, buscando fazer com que as crianças externalizassem o raciocínio também por meio da escrita. É importante salientar que no primeiro ano os alunos ainda não estão completamente alfabetizados, então muitas vezes representavam seu raciocínio por meio de desenhos e números, mas muitos alunos tentavam escrever sua conjectura, o que também auxiliava na escrita dos mesmos.

Atentando ao objetivo deste artigo, serão apresentadas, a seguir, os resultados de quatro tarefas investigativas, todas descritas e ilustradas com as representações desenvolvidas por alunos do 1º ano do Ensino Fundamental.

#### 4. RELATO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS: estratégias e conjecturas utilizadas pelas crianças do 1º ano

A turma na qual ocorreram as intervenções contava com 23 alunos entre 6 e 7 anos de idade. Serão descritas quatro tarefas explorando sequências, utilizando material concreto ou desenhos, em função das crianças estarem em processo de alfabetização. As tarefas selecionadas para serem apresentadas neste artigo envolveram: copinho com canudinho, estrela/lua, setas e palitos de picolé. Para auxiliar na análise de dados, cada grupo tinha em sua mesa um gravador e os áudios foram transcritos para estudos posteriores. Apresentaremos as respostas por grupo, identificando G1, G2, G3 e, assim, sucessivamente.

##### 4.1. Estratégias de investigação matemática utilizadas na tarefa sequência com copos e canudinhos

Uma das tarefas propostas consistia em oferecer, aos grupos, uma sequência com três copos: o primeiro contendo um canudo, o segundo vazio e o terceiro com três canudos (Figura 1). A partir disso, pedia-se que os alunos dessem continuidade à sequência, usando um padrão e explicando quais eram suas hipóteses. Também recebiam um quadro para registrarem suas hipóteses, pensando na sequência de copos a completar.

Figura 1 - Sequência proposta com copos e canudinhos.

 <b>FIGURA 1</b> <b>FIGURA 2</b> <b>FIGURA 3</b>	<b>COMPLETAR O QUADRO A SEGUIR:</b> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">FIGURA</th> <th style="text-align: center;">NÚMERO DE CANUDINHOS UTILIZADOS</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">FIGURA 1</td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">FIGURA 2</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">FIGURA 3</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">FIGURA 4</td> <td style="text-align: center;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">FIGURA 5</td> <td style="text-align: center;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">FIGURA 6</td> <td style="text-align: center;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">FIGURA 7</td> <td style="text-align: center;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">FIGURA 8</td> <td style="text-align: center;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">FIGURA 9</td> <td style="text-align: center;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">...</td> <td style="text-align: center;"></td> </tr> </tbody> </table>	FIGURA	NÚMERO DE CANUDINHOS UTILIZADOS	FIGURA 1	1	FIGURA 2	0	FIGURA 3	3	FIGURA 4		FIGURA 5		FIGURA 6		FIGURA 7		FIGURA 8		FIGURA 9		...	
FIGURA	NÚMERO DE CANUDINHOS UTILIZADOS																						
FIGURA 1	1																						
FIGURA 2	0																						
FIGURA 3	3																						
FIGURA 4																							
FIGURA 5																							
FIGURA 6																							
FIGURA 7																							
FIGURA 8																							
FIGURA 9																							
...																							

Fonte: dos autores (2018)

Tomando as ideias de Ponte (2003), entendemos que essa tarefa apresenta características de exploratória, uma vez que sugere aos alunos o que eles podem responder (No quadro proposto). Assumimos, de acordo com Wichnoski, Foss e Bassoi (2018), que o grau de abertura definirá se o problema é uma tarefa exploratória ou investigativa. Para tarefas investigativas, admitiremos uma abertura e possibilidades maiores, e menor abertura a possibilidades de investigação denominaremos de exploratórias.

Os alunos foram divididos em quatro grupos (G1, G2, G3 e G4) e alguns chegaram em conclusões diferentes em relação a atividade. No quadro 1, são compiladas as soluções propostas por cada grupo.

Quadro 1 - Quadro ilustrativo das soluções apresentadas pelos grupos

Grupo	Estratégia usada	Imagen que corrobora a estratégia usada ...																								
G1	“1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9”	<table border="1"> <thead> <tr> <th>FIGURA</th><th>NÚMERO DE CANUDINHOS UTILIZADOS</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>FIGURA 1</td><td>1</td></tr> <tr><td>FIGURA 2</td><td>0</td></tr> <tr><td>FIGURA 3</td><td>3</td></tr> <tr><td>FIGURA 4</td><td></td></tr> <tr><td>FIGURA 5</td><td></td></tr> <tr><td>FIGURA 6</td><td></td></tr> <tr><td>FIGURA 7</td><td></td></tr> <tr><td>FIGURA 8</td><td></td></tr> <tr><td>FIGURA 9</td><td></td></tr> <tr><td>...</td><td></td></tr> </tbody> </table>	FIGURA	NÚMERO DE CANUDINHOS UTILIZADOS	FIGURA 1	1	FIGURA 2	0	FIGURA 3	3	FIGURA 4		FIGURA 5		FIGURA 6		FIGURA 7		FIGURA 8		FIGURA 9		...			
FIGURA	NÚMERO DE CANUDINHOS UTILIZADOS																									
FIGURA 1	1																									
FIGURA 2	0																									
FIGURA 3	3																									
FIGURA 4																										
FIGURA 5																										
FIGURA 6																										
FIGURA 7																										
FIGURA 8																										
FIGURA 9																										
...																										
G2	“1, 0, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9”	<table border="1"> <thead> <tr> <th>FIGURA</th><th>NÚMERO DE CANUDINHOS UTILIZADOS</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>FIGURA 1</td><td>1</td></tr> <tr><td>FIGURA 2</td><td>0</td></tr> <tr><td>FIGURA 3</td><td>3</td></tr> <tr><td>FIGURA 4</td><td>2</td></tr> <tr><td>FIGURA 5</td><td>2</td></tr> <tr><td>FIGURA 6</td><td>6</td></tr> <tr><td>FIGURA 7</td><td>1</td></tr> <tr><td>FIGURA 8</td><td>8</td></tr> <tr><td>FIGURA 9</td><td>9</td></tr> <tr><td>...</td><td>10</td></tr> <tr><td></td><td>11</td></tr> </tbody> </table>	FIGURA	NÚMERO DE CANUDINHOS UTILIZADOS	FIGURA 1	1	FIGURA 2	0	FIGURA 3	3	FIGURA 4	2	FIGURA 5	2	FIGURA 6	6	FIGURA 7	1	FIGURA 8	8	FIGURA 9	9	...	10		11
FIGURA	NÚMERO DE CANUDINHOS UTILIZADOS																									
FIGURA 1	1																									
FIGURA 2	0																									
FIGURA 3	3																									
FIGURA 4	2																									
FIGURA 5	2																									
FIGURA 6	6																									
FIGURA 7	1																									
FIGURA 8	8																									
FIGURA 9	9																									
...	10																									
	11																									
G3	“1, 0, 3, 0, 1, 0 , 3, 0...”	<table border="1"> <thead> <tr> <th>FIGURA</th><th>NÚMERO DE CANUDINHOS UTILIZADOS</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>FIGURA 1</td><td>1</td></tr> <tr><td>FIGURA 2</td><td>0</td></tr> <tr><td>FIGURA 3</td><td>3</td></tr> <tr><td>FIGURA 4</td><td>0</td></tr> <tr><td>FIGURA 5</td><td>1</td></tr> <tr><td>FIGURA 6</td><td>0</td></tr> <tr><td>FIGURA 7</td><td>0</td></tr> <tr><td>FIGURA 8</td><td>0</td></tr> <tr><td>FIGURA 9</td><td>1</td></tr> <tr><td>...</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	FIGURA	NÚMERO DE CANUDINHOS UTILIZADOS	FIGURA 1	1	FIGURA 2	0	FIGURA 3	3	FIGURA 4	0	FIGURA 5	1	FIGURA 6	0	FIGURA 7	0	FIGURA 8	0	FIGURA 9	1	...	0		
FIGURA	NÚMERO DE CANUDINHOS UTILIZADOS																									
FIGURA 1	1																									
FIGURA 2	0																									
FIGURA 3	3																									
FIGURA 4	0																									
FIGURA 5	1																									
FIGURA 6	0																									
FIGURA 7	0																									
FIGURA 8	0																									
FIGURA 9	1																									
...	0																									

G4	“1, 0, 3, 0, 4, 0, 6, 0, 8, 0...”	<table border="1"> <thead> <tr> <th>FIGURA</th><th>NUMERO DE CANUDINHOS UTILIZADOS</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>FIGURA 1</td><td>1</td></tr> <tr> <td>FIGURA 2</td><td>0</td></tr> <tr> <td>FIGURA 3</td><td>3</td></tr> <tr> <td>FIGURA 4</td><td>0</td></tr> <tr> <td>FIGURA 5</td><td>4</td></tr> <tr> <td>FIGURA 6</td><td>0</td></tr> <tr> <td>FIGURA 7</td><td>6</td></tr> <tr> <td>FIGURA 8</td><td>0</td></tr> <tr> <td>FIGURA 9</td><td>8</td></tr> <tr> <td>-</td><td>0</td></tr> <tr> <td></td><td>10</td></tr> </tbody> </table>	FIGURA	NUMERO DE CANUDINHOS UTILIZADOS	FIGURA 1	1	FIGURA 2	0	FIGURA 3	3	FIGURA 4	0	FIGURA 5	4	FIGURA 6	0	FIGURA 7	6	FIGURA 8	0	FIGURA 9	8	-	0		10
FIGURA	NUMERO DE CANUDINHOS UTILIZADOS																									
FIGURA 1	1																									
FIGURA 2	0																									
FIGURA 3	3																									
FIGURA 4	0																									
FIGURA 5	4																									
FIGURA 6	0																									
FIGURA 7	6																									
FIGURA 8	0																									
FIGURA 9	8																									
-	0																									
	10																									

Fonte: dos autores (2018)

Podemos observar nas conjecturas usadas pelos alunos participantes dos grupos G1 e G2 a observação de seriações numéricas (mais um), conforme preconiza a BNCC (BRASIL, 2017). Já o grupo G4, com a inserção do número 4, optou por inserir mais 2. Distintamente, o grupo G3 conjecturou e estabeleceu um padrão figural, repetindo 1, 0, 3, 0, 1, 0, 3 e assim consecutivamente. Assim pelas conjecturas estabelecidas, podemos depreender que os alunos do 1º ano foram capazes de representar, por escrito, no quadro proposto a forma como pensaram.

Os alunos do Grupo 2 ignoraram o copo vazio e seguiram a sequência com o número 4. Ao serem questionados, os alunos do grupo mostraram ter chegado à conclusão de seguir empregando o número 4, pois era a soma dos números anteriores da sequência. Em seguida foram aumentando de um em um, conforme trecho transcrito:

*Aluno 6: daí agora aqui tu põe o quatro!  
 Bolsista monitora: por que o quatro?  
 Aluno 4: não é o quatro!  
 Bolsista monitora: por que não?  
 Aluno 4: é... eu acho que é o quatro...  
 Aluno 6: um mais três. Dá quatro.  
 Bolsista monitora: e agora?  
 Aluno 6: o cinco!*

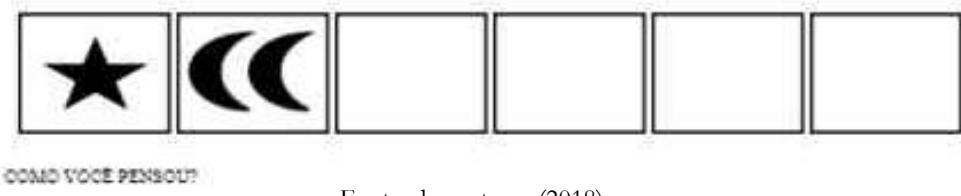
Embora tenham pensado no quatro como soma, não seguiram este padrão de soma, mas sim com a conjectura de mais um, como preconiza a BNCC (BRASIL, 2017). Em adição, podemos corroborar com Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) que esta tarefa foi aberta, o que possibilitou a elaboração de distintas estratégias de solução.

#### 4.2 Sequência com estrelas e lua

Essa atividade foi elaborada partindo-se de uma sugestão da professora do 1º ano atendendo a um pedido dos alunos, que nas intervenções anteriores questionaram se haveria alguma atividade para desenhar. A atividade foi proposta da seguinte maneira: na primeira figura

há uma estrela e na segunda figura duas luas, a partir daí os alunos teriam que representar com desenhos as próximas figuras, justificando suas escolhas, conforme Figura 2.

Figura 2 - Sequência com lua e estrela



Fonte: dos autores (2018)

Reiteramos a importância de prever tempo e estratégias em aula para que as crianças explicitem seus raciocínios, pois desenvolver conjecturas e argumentações é uma etapa fundamental do trabalho com investigação matemática.

Para a resolução desta atividade a turma foi dividida desta vez em seis grupos, que chegaram em 3 conjecturas distintas, expostas no Quadro 2.

Quadro 2 - Conjecturas apresentadas pelos alunos do 1º ano

Grupo	Estratégia usada	Imagen que corrobora a estratégia usada ...
G1, G2, G3, G4	Repetição de padrão em blocos: uma estrela, duas luas, uma estrela, duas luas...	<p>COMO VOCÊ PENSOU? UMA ESTRELA DUAS LUAS</p>
G5	Acrescentar mais um, respeitando a ordem das figuras: uma estrela, duas luas, três estrelas...	<p>COMO VOCÊ PENSOU?</p>
G6	Utilizaram orientação espacial na proposição. O grupo pensou em colocar as estrelas longe da outra estrela, formando um padrão de "uma estrela, duas luas, duas luas, uma estrela, uma estrela, duas luas", ou seja, inserindo estrelas, mas deixando-as em figuras separadas, para mantê-las distantes.	<p>COMO VOCÊ PENSOU? COLOCAR ESTRELAS LONGE DA OUTRA ESTRELA COLA</p>

Fonte: dos autores (2018)

Um dos argumentos orais das crianças foi que “as estrelas estão muito longe umas das outras”. Depreende-se, desse comentário, um conhecimento espacial desejável tanto no que diz respeito aos conhecimentos observacionais previstos nas ciências da Natureza quanto ao ensino de elementos de geometria espacial já nos Anos Iniciais, conforme preconizado na BNCC (BRASIL, 2017).

Analisando as conjecturas dos alunos, novamente percebemos que a tarefa investigativa proporcionou distintas estratégias, o que foi possível por ser uma tarefa aberta. Em adição, como mencionam Silva, Savioli e Passos (2015), o pensamento algébrico foi desenvolvido, mesmo sem a utilização de uma linguagem simbólica algébrica.

#### 4.3 Orientando setas

Nesta atividade o propósito era gerar noção de setas como orientação. A sequência inicial apresenta uma seta para cima e outra para o lado direito, como exposto na Figura 3.

Figura 3 – Sequência de orientação de setas para cima e para o lado direito

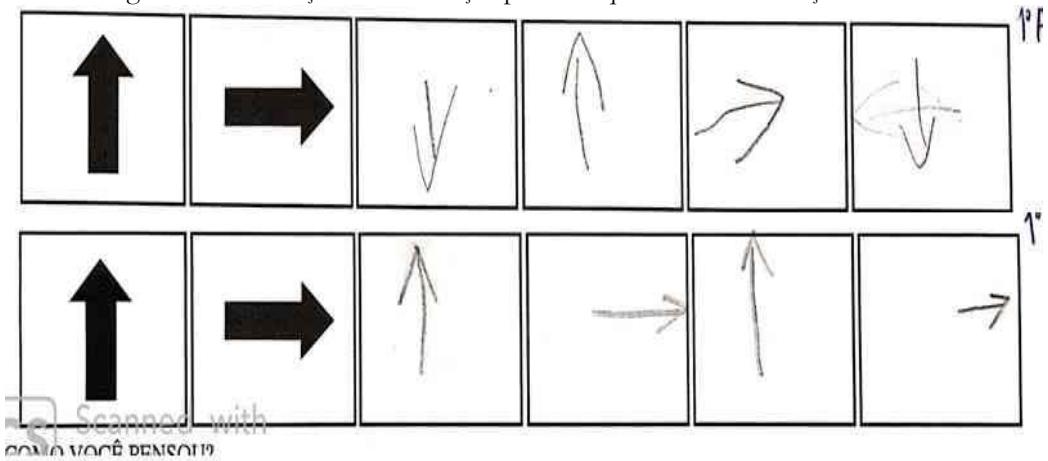


COMO VOCÊ PENSOU?

Fonte: dos autores (2018)

Nesta atividade, os alunos estavam divididos em cinco grupos e todos eles chegaram em soluções diferentes. Os alunos optaram por chamar as setas de flechas, e solucionaram a sequência de diversas maneiras, demonstrando o uso de elementos de orientação espacial nas suas argumentações, conforme figura 4.

Figura 4 – Resoluções das crianças para a sequência de orientação de setas



Fonte: dos autores (2018)

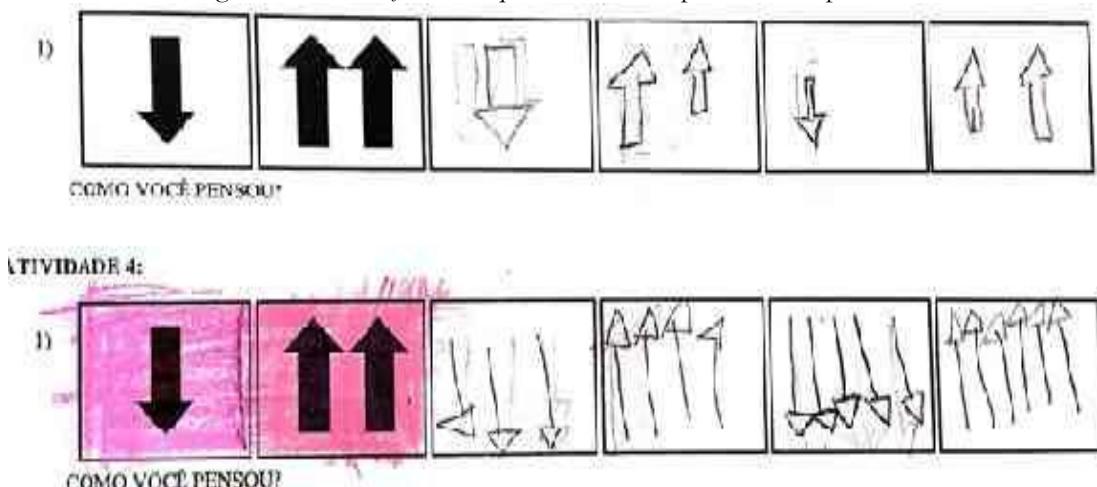
A maioria dos grupos fez a rotação das setas, alguns aumentando o número de setas, enquanto outros apenas orientaram-nas em direções diferentes. Em um dos grupos surgiu a ideia de organizar como as setas de orientação do teclado do computador, mostrando uma aproximação da atividade com a realidade da criança. Na parte superior da figura 4, a lógica utilizada foi a

seguinte: “seta para cima, seta para a direita, seta para baixo, seta para cima, seta para a direita, seta para baixo” e a resolução pela repetição “seta para cima, seta para o lado direito, seta para cima, seta para o lado direito” (parte inferior da Figura 4).

Podemos depreender das resoluções que os alunos possuem a noção de orientação espacial, observando as setas como indicação de sentido, bem como aproximaram a atividade com o seu dia a dia.

Outra atividade realizada com setas foi com a sequência inicial de uma seta para baixo e duas para cima. Nesta atividade foram distribuídas três folhas por grupo, totalizando 12 folhas disponíveis para possíveis soluções, para que os grupos pudessem tentar mais de uma solução. Cinco destas folhas foram solucionadas por continuação da sequência, ou seja, “Uma seta para baixo, duas para cima, uma para baixo, duas para cima...”, o que demonstra basicamente uma solução por repetição do padrão inicial (parte superior da Figura 5).

Figura 5 - Resolução da sequência de setas para baixo e para cima



Fonte: dos autores (2018)

Outro exemplo de solução (parte inferior da Figura 5) foi o de uma seta para baixo, duas para cima, três para baixo, quatro para cima, cinco para baixo, seis para cima, aumentando sempre uma seta e orientando-as de maneira intercalada. As outras resoluções foram baseadas sempre na inversão das setas para diversos lados de maneira aleatória, sempre mantendo o padrão de uma e duas setas ou aumentando de um em um. Aqui na parte colorida novamente se observa a seriação numérica (mais um), como preconiza a BNCC (BRASIL, 2017).

#### 4.4 Sequência com palitos de picolé

Esta atividade foi sugerida pelas professoras nos encontros mensais, visando a melhorar o aspecto lúdico das atividades. A sugestão delas foi baseada na observação de que os materiais para as atividades eram percebidos, pelas crianças, como brinquedos, por exemplo com a atividade dos copos. Acabavam mais interessadas, pelo menos inicialmente, em brincar com os materiais do que em usá-los na tarefa proposta. Tal fato nos remete à necessidade do lúdico nos Anos Iniciais. Então as professoras sugeriram que utilizássemos palitos de picolé em uma das atividades, porque é um material que elas costumavam utilizar em sala de aula como material didático. Muitas vezes, os materiais que levávamos representavam para as crianças uma novidade e o palito de picolé não remete tanto à dimensão do lúdico, mas está presente no ciclo de alfabetização.

Aqui propomos para as crianças a seguinte sequência: um palito de picolé na vertical e na segunda imagem um palito de picolé na vertical e um na horizontal, de maneira que formasse um meio quadrado ou L (Figura 6).

Figura 6 - Sequência com palitos de picolé

1) REPRESENTAR COM O MATERIAL A SEQUÊNCIA ABAIXO.



FIGURA 1.

FIGURA 2.

A) REPRESENTAR A TERCEIRA FIGURA.

A) REPRESENTAR A QUARTA FIGURA.

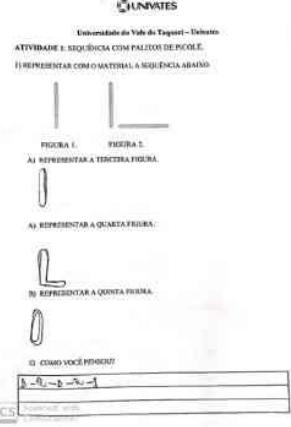
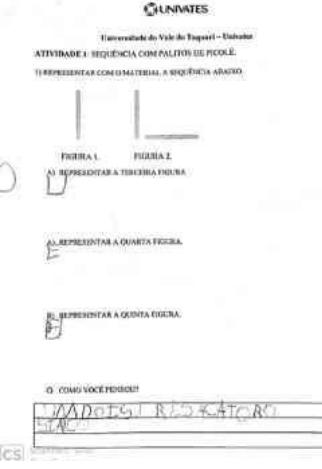
B) REPRESENTAR A QUINTA FIGURA.

C) COMO VOCÊ PENSOU?

Fonte: dos autores (2018)

Esta atividade também foi realizada em grupos (quatro), os quais produziram duas soluções diferentes para a tarefa. Essas soluções estão sintetizadas no quadro 3.

Quadro 3 - Estratégias usadas pelos alunos na resolução da tarefa com os palitos de picolé

Exemplos	Estratégia usada	Imagem que corrobora a estratégia usada.			
Exemplo 1	Por repetição, mantendo um padrão de “um, dois, um, dois, um, dois”	 <p>UNIVATES Universidade do Vale do Taquari - Universidade ATIVIDADE 1: SÉQUENCIA COM PALITOS DE PICOLE. I) REPRESENTAR COM O MATERIAL A SÉQUENCIA ABACO</p> <p>FIGURA 1. FIGURA 2. A) REPRESENTAR A TERCEIRA FIGURA.</p> <p>FIGURA 3. FIGURA 4. B) REPRESENTAR A QUINTA FIGURA.</p> <p>C) COMO VOCÊ PENSOU?</p> <table border="1"> <tr> <td>1 - 0 - 1 - 0 - 1 - 0 - 1</td> </tr> <tr> <td>1 - 0 - 1 - 0 - 1 - 0 - 1</td> </tr> <tr> <td>1 - 0 - 1 - 0 - 1 - 0 - 1</td> </tr> </table> <p>CS</p>	1 - 0 - 1 - 0 - 1 - 0 - 1	1 - 0 - 1 - 0 - 1 - 0 - 1	1 - 0 - 1 - 0 - 1 - 0 - 1
1 - 0 - 1 - 0 - 1 - 0 - 1					
1 - 0 - 1 - 0 - 1 - 0 - 1					
1 - 0 - 1 - 0 - 1 - 0 - 1					
Exemplo 2	Aumentando sempre um palito em cada figura, fechando o quadrado.	 <p>UNIVATES Universidade do Vale do Taquari - Universidade ATIVIDADE 1: SÉQUENCIA COM PALITOS DE PICOLE. I) REPRESENTAR COM O MATERIAL A SÉQUENCIA ABACO</p> <p>FIGURA 1. FIGURA 2. A) REPRESENTAR A TERCEIRA FIGURA.</p> <p>FIGURA 3. FIGURA 4. B) REPRESENTAR A QUINTA FIGURA.</p> <p>C) COMO VOCÊ PENSOU?</p> <table border="1"> <tr> <td>1 - 0 - 1 - 0 - 1 - 0 - 1</td> </tr> <tr> <td>1 - 0 - 1 - 0 - 1 - 0 - 1</td> </tr> <tr> <td>1 - 0 - 1 - 0 - 1 - 0 - 1</td> </tr> </table> <p>CS</p>	1 - 0 - 1 - 0 - 1 - 0 - 1	1 - 0 - 1 - 0 - 1 - 0 - 1	1 - 0 - 1 - 0 - 1 - 0 - 1
1 - 0 - 1 - 0 - 1 - 0 - 1					
1 - 0 - 1 - 0 - 1 - 0 - 1					
1 - 0 - 1 - 0 - 1 - 0 - 1					

Fonte: dos autores (2018)

Nas falas transcritas do momento da socialização um dos grupos mostrou que no Exemplo 2, pensaram em fazer com os palitos uma “casinha” e outro grupo um “quadrado”. Ao serem questionados sobre o que fariam nas próximas figuras, depois de já terem “fechado o quadrado”, os alunos falaram que iriam construir um novo quadrado. Já outro grupo, pensando na lógica da sequência de sempre aumentar um palito por figura, falaram que iriam colocar mais palitos em torno do quadro, “fechando-o”, não se preocupando tanto com a forma e sim com a estratégia de aumentar mais um, conforme trecho transscrito:

*Aluno 2: Nós fomos colocando o 1, depois o 2, 3, 4, 5... e o 6 vai estar aqui!*

*Professora 2: Mas o 5 deles era assim (se referindo ao grupo anterior, que começou outro quadrado), e começaram de novo... 1, 2, 3, 4, 5, E o 6?*

*Professora 1: o 6 deles eles vão fazer assim!*

*Aluno 3: o sete vamos fechar embaixo.*

*Professora 2: e o 8?*

*Aluno 2: dá pra colocar mais um palito também.*

Novamente, percebemos esta tarefa como aberta, com o professor cumprindo seu papel de orientador, como alude Pereira (2015). Ainda em consonância com esse autor, foi possível verificar que os alunos foram ativos e passaram a ter uma atitude investigativa.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao fazer uma análise das soluções e conjecturas dos alunos, foi evidenciada, no que se refere às soluções, a tendência das crianças de usar um padrão, como por exemplo, acrescentar sempre mais um elemento na figura em detrimento de tentar outras sequências. As soluções basicamente evidenciam o uso da soma e algumas observam a orientação espacial. Outra característica presente em parte significativa das soluções foi a repetição, pois nem sempre as crianças acrescentaram elementos por soma nas suas figuras.

Nosso maior desafio ao trabalhar com a turma foi desconstruir a ideia de individualidade ainda muito presente no primeiro ano, o que resultou em dificuldade das crianças na hora de compartilhar materiais e de resolver em grupo ou com a ajuda do colega. Visto que as ações aconteceram ao longo do segundo semestre de 2018, percebeu-se a evolução dos alunos no que se refere a trabalhar em grupo. Nas primeiras ações, a ideia de individualidade estava muito presente, os alunos relutavam muito para compartilhar os materiais, muitas vezes chorando e brigando com o colega. Essas características individualistas foram amenizadas em cada ação, e no final do ano os alunos já trabalhavam em grupo amigavelmente. Ponte, Quaresma e Branco (2012) mencionam que as tarefas investigativas proporcionam inovação em relação às práticas convencionais utilizadas em sala de aula, promovendo momentos de trabalho autônomo e conduzindo a discussões coletivas, gerando resultados mais positivos em termos de aprendizagem, se comparado ao ensino convencional.

Ainda, o relato e a análise das tarefas realizadas com a turma do 1º ano evidenciam que a metodologia de investigação matemática pode ser uma alternativa desde os Anos Iniciais, contribuindo para que os alunos evoluam em relação ao trabalho cooperativo, à capacidade de argumentação, evoluindo em suas aprendizagens. Atividades de natureza exploratória incentivam a autonomia das crianças, que apesar de ainda estarem em fase de alfabetização, mostraram-se prontas para realizar as tarefas propostas. A investigação matemática mostrou-se favorável para estimular a aprendizagem em matemática e o desenvolvimento de noções de conteúdos que são contemplados na BNCC.

#### REFERÊNCIAS

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. *Characterizing a Classroom Practice that Promotes Algebraic Reasoning*. *Journal for Research in Mathematics Education*, v.36, n.5, p.412-443, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular para a Educação Básica*. 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: mar. 2019.

BRIZUELA, B.; SCHLIEMANN, A. *Ten-year-old Students Solving Linear Equations*. *For the Learning Mathematics*, v.24, n.2, 2004.

BRUNHEIRA, L.; FONSECA, H. *Investigar na aula de Matemática*. *Revista Educação e Matemática*, v. 35, p. 16-18, 1995.

CARPENTER, T. P., M. L. FRANKE; LEVI, L. *Thinking Mathematically: Integrating Arithmetic & Algebra in Elementary School*. Portsmouth, NH: Heinemann, 2003.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados, 2006.

LAMONATO, M.; PASSOS, C. L. B. *Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática*. *Zetetiké*, v. 19, n. 2, 2011.

LINS, R. C.; KAPUT, J. The early development of algebraic thinking. In: Kaye Stacey; Helen Chick (Org.). *The future of the teaching and learning of algebra*. Dordrecht: Kluwer, p.47-70, 2004.

LUNA, A. V.; SOUZA, E. G.; MENDUNI-BORTOLOTI, R. D. *Um zoom nas produções discursivas em tarefas de early algebra de crianças dos anos iniciais do ensino fundamental*. *Espaço Plural*, v. 18, n. 36, p. 41-73, 2017.

MINAYO, M. C. S.; DESLANDES, S. F.; GOMES, R. *Pesquisa social: teoria, método e criatividade*. Editora Vozes Ltda, 2011.

PEREIRA, A. B. *Investigação matemática: possibilidade para ensino de trigonometria*. 2015. 150 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, RS, 2015.

PONTE, J. P. *Investigar, ensinar e aprender*. Actas do ProfMat, p. 25-39, 2003.

PONTE, J. P. *Gestão curricular em Matemática*. In: O professor e o desenvolvimento curricular. p. 11-34, 2005.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações matemáticas em sala de aula*. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações matemáticas na sala de aula*. Rev. ampl. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; BRANCO, N. *Tarefas de exploração e investigação na aula de matemática*. Educação Matemática em Foco, v. 1, n. 1, p. 9-29, 2012.

SILVA, D. P.; SAVIOLI, A. M. P. D.; PASSOS, M. M. *Caracterizações do pensamento algébrico manifestadas por estudantes em uma tarefa da Early Álgebra*. Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, v. 8, n. 3, p. 104-135, 2015. Disponível em: <https://pdfs.semanticscholar.org/04ec/fb24f4b53bda09cb838a799072df0ca4526f.pdf>. Acesso em: maio 2019.

WICHNOSKI, P.; FOSS, A. M.; BASSÓI, T. S. *Tarefas exploratórias e investigativas: uma análise dos trabalhos publicados no XI e XII Encontro Nacional de Educação Matemática*. Revista BoEM, v. 6, n. 12, p. 145-162, 2018.

WICHNOSKI, P.; KLÜBER, T. E. *Uma hermenêutica da produção sobre investigação matemática no Brasil*. Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 17, n. 2, p. 334-351, 2015.