

ABORDAGEM DA FUNÇÃO AFIM EM LIVROS DIDÁTICOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL À LUZ DA TEORIA DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

APPROACH OF THE LINEAR FUNCTION IN SCHOOL BOOKS OF THE 9th GRADE OF ELEMENTARY SCHOOL IN THE LIGHT OF THEORY OF REGISTERS OF SEMIOTIC REPRESENTATION

Saulo Augusto Coimbra Santos da Silva¹ 

Rosinalda Aurora de Melo Teles² 

Resumo

Neste artigo apresentamos os resultados de uma pesquisa em nível de mestrado que teve o objetivo de analisar, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, a abordagem da função afim em livros didáticos do 9º ano do ensino fundamental. Para a análise, foram estabelecidas categorias e variáveis que contemplam elementos da TRRS, tais como a diversidade de representações, transformações (tratamento e conversão), o fenômeno de congruência e não congruência semântica e a abordagem global de propriedades figurais. Os dados obtidos foram analisados por meio da metodologia de Análise de Conteúdo. Com relação à diversidade de registros, os resultados apontam a predominância do registro algébrico em detrimento dos demais. No que diz respeito às transformações semióticas nos cinco livros didáticos analisados, o número de conversões é superior ao de tratamentos. Especificamente sobre as conversões, identificamos que alguns livros didáticos não trabalham os dois sentidos das conversões. Na conversão do registro algébrico para o gráfico, predomina a abordagem ponto a ponto; entretanto, algumas atividades exploram elementos da abordagem global de propriedades figurais. Por fim, a análise do fenômeno de congruência e não congruência semântica, de acordo como os critérios estabelecidos por Duval (2009), demonstrou que predominam casos de congruência semântica nas conversões mais frequentes envolvendo os registros de representação semiótica da função afim.

Palavras-chave: Função afim. Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Livro didático.

Abstract

In this article we present the results of a research at the master's level that aimed to analyze, in the light of the Theory of Semiotic Representation Records, the approach of the affine function in textbooks of the 9th year of elementary school. For the analysis, categories and variables were established that include elements of the TRRS, such as the diversity of representations, transformations (treatment and conversion), the phenomenon of semantic congruence and non-congruence and the global approach of figural properties. The data obtained were analyzed using the Content Analysis methodology. Regarding the diversity of records, the results point to the predominance of the algebraic record to the detriment of the others. With regard to semiotic transformations in the five textbooks analyzed, the number of conversions is higher than the number of treatments. Specifically about conversions, we identified that some textbooks do not work both ways of conversions. In converting the algebraic register to the graph, the point-to-point approach predominates, however some activities explore elements of the global approach to figural properties. Finally, the analysis of the phenomenon of semantic congruence and non-congruence, according to the criteria established by

¹ Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) - sauloaugusto1986@gmail.com - <http://lattes.cnpq.br/2590801770753354> - <https://orcid.org/0000-0002-3449-864X>

² Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) - rosinaldateles@yahoo.com.br - <http://lattes.cnpq.br/8888500885370084> - <https://orcid.org/0000-0002-7289-3501>

Duval (2009), showed that cases of semantic congruence predominate in the most frequent conversions involving registers of semiotic representation of the linear function.

Keywords: Linear function. Theory of Registers of Semiotic Representation. Textbook.

Introdução

Neste artigo apresentamos os resultados de uma pesquisa em nível de mestrado desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica (Edumatec) da Universidade Federal de Pernambuco. A pesquisa intitulada “Registros de representação semiótica da função afim em livros didáticos do 9º ano do ensino fundamental” objetivou analisar, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semióticas, a abordagem da função afim em livros didáticos do 9º ano do ensino fundamental.

Segundo Silva (2020), a natureza abstrata da linguagem matemática pode constituir um fator determinante nas dificuldades apresentadas pelos estudantes. Desse modo, é fundamental que o professor trabalhe de maneira intencional com diferentes representações, a fim de promover uma compreensão mais profunda dos objetos matemáticos. Ainda segundo a autora, é importante considerar as características presentes nas diferentes representações (gráfica, algébrica, tabular e em língua natural) e refletir sobre as possibilidades de construção do conceito de função antes de avançar para a sua formalização. Nessa perspectiva, o Currículo de Pernambuco expressa preocupação com a sistematização precoce:

O estabelecimento de relações entre grandezas deve ser tomado como ponto de partida para o estudo da noção de função. O aprofundamento dessa noção deve ter sua origem em atividades ligadas a situações do cotidiano do estudante, evitando-se a sistematização precoce. Situações que envolvam a proporcionalidade também podem ser aprofundadas nessa fase. Em particular, a articulação de problemas envolvendo proporcionalidade com o estudo da função linear constitui um tópico relevante. (Pernambuco, 2018, p. 382)

O documento propõe que o conteúdo deve ser abordado a partir de relações entre grandezas e situações do cotidiano, e destaca o papel central das representações no ensino de matemática.

A língua natural, a linguagem simbólica, os desenhos, os gráficos, as tabelas, os diagramas, os ícones, entre outros, desempenham papel central, não só para representar conceitos, relações e procedimentos, como também para a própria formação deles. (Pernambuco, 2018, p. 352).

Esse documento indica que o pensamento funcional deve ser valorizado desde os anos iniciais do fundamental: “Em particular, a noção de proporcionalidade pode ser introduzida por meio de situações ligadas ao cotidiano do estudante.” (Pernambuco, 2018, p. 365)

No documento de orientação curricular de Pernambuco, para o ensino fundamental há apenas uma habilidade específica sobre função, destacando a necessidade de trabalhar o conteúdo de forma dinâmica, com ênfase nas representações numérica, algébrica e gráfica.

(EF09MA06PE) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar e resolver situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis, explorando diferentes tecnologias. (Pernambuco, 2018, p. 419)

Em âmbito nacional, a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) inclui o conteúdo de funções na unidade temática Álgebra, cuja finalidade é desenvolver o pensamento algébrico. De acordo com o documento, para esse objetivo ser alcançado:

[...] é necessário que os estudantes identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. (Brasil, 2017, p. 274)

Apesar de não citar explicitamente o termo função, podemos inferir que “leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos” corresponde à lei de uma função. O trecho também faz referência às representações gráficas e simbólicas.

Desse modo, nos documentos oficiais de orientação para o ensino fundamental (BNCC e Currículo de Pernambuco), tanto o pensamento funcional como as representações ocupam um papel de destaque no ensino de matemática.

Um importante programa de Estado em nosso país, o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), busca garantir a qualidade e o acesso ao livro didático a todos os professores e estudantes das escolas públicas. A partir de 1996, o PNLD passou a realizar avaliação pedagógica das obras. Essa análise é efetuada com critérios estabelecidos em edital, e a escolha é feita pelos professores de três em três anos, por meio do Guia de Livros Didáticos disponível no portal do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE). O guia contém resenhas

das obras aprovadas, além de critérios e princípios da avaliação, fichas avaliativas e informações da equipe responsável pelo processo. Segundo dados estatísticos do programa, no ano de 2020, o custo de aquisição dos livros didáticos para os anos finais do ensino fundamental se aproximou de 700 milhões de reais.

Neste artigo, temos como foco o objeto matemático função afim, cuja formalização é proposta no 9º ano do ensino fundamental, incluindo a apresentação de definições, notação própria e representações.

Adotamos como aporte teórico a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida por Raymond Duval, que aponta os registros de representação semiótica como forma de acesso aos objetos matemáticos, que devido à natureza abstrata não podem ser acessados de maneira direta. Para Duval (2009), é importante que o estudante saiba transitar entre os diferentes registros (gráfico, algébrico, tabular, língua natural).

Considerando também a importância dos livros didáticos, analisamos, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semióticas, a abordagem da função afim em livros didáticos do 9º ano do ensino fundamental. Para tanto, estabelecemos como objetivos específicos:

- Identificar a ocorrência dos diversos registros de representação semiótica da função afim;
- Analisar atividades de tratamento e conversão, em particular investigar as abordagens adotadas na conversão entre os registros algébrico e gráfico;
- Verificar o fenômeno da não congruência semântica das conversões entre registros de representação semiótica em atividades envolvendo função afim.

Referencial teórico

Realizar uma pesquisa adotando um determinado referencial teórico requer reflexões que justifiquem sua pertinência na abordagem do objeto de estudo escolhido. Nesse sentido, inicialmente, definiremos o que são registros de representação semiótica. Segundo Duval (2011a, p. 70), existem dois tipos heterogêneos de sistemas semióticos: os códigos e os registros. Os registros devem possuir três funções cognitivas: comunicação, objetivação e tratamento. Os códigos, por sua vez, exercem exclusivamente a função de comunicação e abrangem, por exemplo, o alfabeto que permite a transposição da fala para a escrita.

Segundo Flores e Moretti (2005, p. 3), a comunicação é responsável pela “transmissão de uma mensagem ou de uma informação entre indivíduos”; a objetivação “permite a um sujeito tomar consciência daquilo que até então ainda não o tinha feito”; e o tratamento “transforma uma

representação em uma outra, utilizando unicamente as possibilidades de funcionamento do sistema de representação mobilizado”.

De acordo com Duval (2003), o acesso aos objetos matemáticos se dá por meio de diferentes registros de representação semiótica, devido à abstração típica dos objetos matemáticos que inviabilizam o acesso de maneira direta.

Podemos então considerar que, para a Teoria dos Registros de Representação Semiótica desenvolvida por Raymond Duval, é por meio das representações (gráficas, simbólicas, língua natural, figuras etc.) que se dá o acesso aos objetos matemáticos.

Duval (2011b) destaca a importância de não confundir o objeto com suas representações e aponta que essa confusão pode gerar problemas na aprendizagem, a partir do momento em que uma determinada representação pode não fazer sentido para o estudante e, assim, pode se tornar inútil. Duval expressa essa preocupação na passagem a seguir:

Isto quer dizer que os objetos matemáticos não devem ser jamais confundidos com a representação que se faz dele. De fato, toda confusão acarreta, em mais ou menos longo prazo, uma perda de compreensão e os conhecimentos adquiridos tornam-se rapidamente inutilizáveis ao longo de seu contexto de aprendizagem: seja por não lembrar ou porque permanecem como representações “inertes” que não sugerem nenhum tratamento. A distinção entre um objeto e sua representação é, portanto, um ponto estratégico para a compreensão da matemática. (Duval, 2011b, p. 268)

Dessa forma, a compreensão dos objetos matemáticos pressupõe a coordenação de ao menos dois registros de representação, pois assim evita-se a confusão entre o objeto e sua representação. A coordenação de forma espontânea de distintos registros de representação semiótica é o ponto-chave da aprendizagem matemática.

Neste estudo, consideramos: **registro algébrico** as expressões que utilizam símbolos alfanuméricos (variáveis, coeficientes, ...) e símbolos relacionais ($=$, $<$, $>$), como por exemplo a *lei da função* dada por $y = ax + b$; **registro gráfico**, no caso da função afim, compreende a reta no plano cartesiano; **registro tabular**, quando os dados se apresentam dispostos em uma tabela; e o registro **língua natural** compreende a escrita em língua natural (língua portuguesa).

As funções, assim como outros objetos matemáticos, podem ser representadas a partir de diversos registros de representação semiótica. Segundo a TRRS, a aprendizagem matemática ocorre quando trabalhamos ao menos dois registros, simultaneamente, contribuindo para que não haja confusão entre o objeto representado e sua representação.

Destacamos agora duas atividades cognitivas descritas na TRRS: o tratamento e a conversão.

Tratamento

O tratamento é uma transformação que ocorre dentro de um sistema semiótico; por exemplo, resolver uma equação ou um sistema de equações.

Na função afim, calcular o valor de $f(x)$ em um determinado valor de x é uma atividade de tratamento. Por exemplo, considere $f(x) = x + 3$ e calcule $f(3)$.

$$f(3) = 3 + 3$$

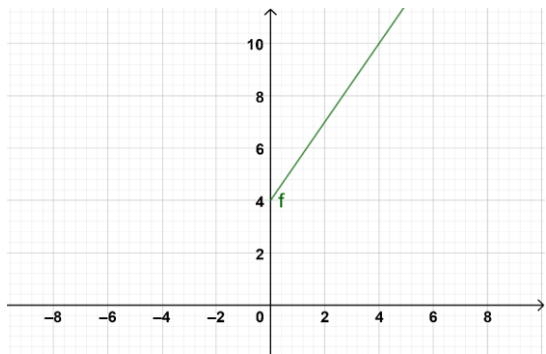
$$f(3) = 6$$

A atividade requer apenas o registro algébrico. Portanto, temos um tratamento.

Conversão

As conversões sugerem uma mudança de registro, ou seja, o registro de partida é diferente do registro de chegada. Nesse processo se conserva a referência aos mesmos objetos, a exemplo da proposta: esboce o gráfico da função definida pela lei $f(x) = 3x + 4$.

Quadro 1 – Exemplo de conversão entre registros algébrico e registro gráfico

Registro de partida	Registro de chegada
$f(x) = 3x + 4$	

Fonte: Elaborado pelos autores (2021).

Realizar conversões em diferentes sentidos, por exemplo, do registro gráfico para o algébrico e vice-versa, exige do estudante estratégias variadas, e os custos cognitivos dessas tarefas são distintos.

As atividades de conversão, segundo Duval (2003), seriam as mais interessantes, pois exigem do estudante a mobilização de ao menos um par de registros. A partir das conversões, o autor identifica o surgimento de dois fenômenos:

- a) As variações de congruência e de não congruência semântica;
- b) A heterogeneidade dos dois sentidos da conversão.

Para Duval (2003), esses fenômenos estão principalmente relacionados com as dificuldades que os estudantes têm em colocar em correspondência duas representações semióticas de registros distintos.

a) Fenômeno de congruência e não congruência semântica

Uma conversão pode ser mais direta ou transparente do que outra, e isso implica ser mais fácil ou mais difícil identificar as unidades de significado dos registros que serão postas em correspondência. Quando uma representação transparece em outra, ou seja, quando a correlação entre as unidades de significado das representações está clara, podemos dizer que existe congruência semântica nessa conversão. Por exemplo, ao localizar pontos no plano cartesiano a partir de alguns pontos dispostos numa tabela, podemos estabelecer uma correspondência direta entre o registro tabular e o registro gráfico; nesse caso, dizemos que existe congruência semântica.

A conversão pode ser não congruente, por exemplo: partindo do registro gráfico de uma função para o registro algébrico (lei da função), não encontramos de forma imediata uma correspondência semântica entre unidades de significado dos dois registros, caracterizando-se como um caso de conversão não congruente.

Segundo Duval (2003), existem conversões explícitas e implícitas; em outros termos, conversões podem ser congruentes ou não congruentes. Para a análise de congruência ou não congruência semântica, Duval (2009) estabeleceu os seguintes critérios.

Quadro 2 – Critérios de não congruência semântica

I. Correspondência semântica dos elementos significantes	Cada unidade de significado simples de uma das representações pode ser associada a uma unidade significante elementar.
II. Univocidade semântica terminal	Estabelece que cada elemento significante elementar da representação de partida corresponde a um mesmo significado na representação de chegada.
III. Ordem dentro da organização das unidades compondo cada uma das duas representações	Refere-se a ordens em que estas unidades se apresentam em cada uma das representações.

Fonte: Adaptado de Duval (2009, p. 68-69).

O exemplo 1, a seguir, propõe a conversão do registro língua natural para o registro algébrico:

(1) Escreva a equação que representa a seguinte sentença: y é igual ao triplo de x mais oito.

Resolvendo essa atividade, encontramos a seguinte equação: $y = 3 \cdot x + 8$. No exercício, temos um caso de congruência semântica, uma vez que todos os critérios são satisfeitos. Cada palavra (registro em língua natural) se relaciona com apenas um símbolo (registro gráfico), o significado dos elementos significantes é preservado em ambos os registros e a ordem é respeitada.

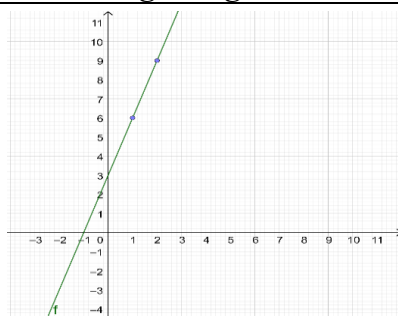
Cabe ressaltar que o critério III não é pertinente no caso de registros que possuem dimensões diferentes. Por exemplo, um gráfico em duas dimensões e um texto em uma dimensão.

Uma conversão é congruente quando satisfaz os três critérios. Se um ou mais critérios não são satisfeitos, temos um caso de não congruência semântica.

b) Fenômeno da heterogeneidade

O fenômeno da heterogeneidade dos dois sentidos na conversão merece considerações. Esse fenômeno chama atenção pelo fato de que o custo cognitivo da conversão é diferente a depender do sentido. Por exemplo, a atividade “considere a função $f(x)=3x+3$ e esboce seu gráfico” diz respeito a uma conversão do registro algébrico para o registro gráfico. Podemos atribuir valores para x e encontrar valores de $f(x)$ recorrendo ao registro tabular como uma representação auxiliar; e usando a abordagem ponto a ponto, esboçar a função no plano cartesiano.

Quadro 3 – Conversão do registro algébrico para o registro gráfico recorrendo a um registro auxiliar e utilizando a abordagem ponto a ponto

Registro algébrico	Registro tabular	Registro gráfico									
$f(x)=3x+3$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th><th>$f(x) = 3x+3$</th><th>$f(x)$</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td><td>$3 \cdot 1 + 3$</td><td>6</td></tr> <tr> <td>2</td><td>$3 \cdot 2 + 3$</td><td>9</td></tr> </tbody> </table>	X	$f(x) = 3x+3$	$f(x)$	1	$3 \cdot 1 + 3$	6	2	$3 \cdot 2 + 3$	9	
X	$f(x) = 3x+3$	$f(x)$									
1	$3 \cdot 1 + 3$	6									
2	$3 \cdot 2 + 3$	9									

Fonte: Elaborado pelos autores (2020).

O sentido oposto gera dificuldades, pela impossibilidade de realizar uma tarefa semelhante e assim estabelecer uma correlação entre elementos do registro gráfico e registro algébrico. Não é

clara, por exemplo, a relação entre a inclinação da reta no registro gráfico e o *coeficiente 3* que multiplica o x no registro algébrico. Nesse caso precisaríamos recorrer a procedimentos que a abordagem ponto a ponto não contempla. Assim, a heterogeneidade no sentido da conversão está relacionada com o fenômeno da não congruência semântica entre registros.

Duval (2003) alerta que, quando um sentido é privilegiado, em geral se tem a ideia de que o treinamento nesse sentido automaticamente desenvolve o sentido oposto, o que não é verdade. Por esse motivo, propõe uma abordagem alternativa para a conversão do registro gráfico para o registro algébrico, que leva em conta variáveis visuais próprias do registro gráfico e unidades simbólicas significativas presentes no registro algébrico.

Conversão entre o registro algébrico e o registro gráfico

Pesquisas anteriores, como as de Maggio, Soares e Nehring (2010), que utilizaram a TRRS como fundamentação teórica, apontam que alguns livros didáticos dão prioridade a algumas conversões em detrimento de outras. A pesquisa analisou atividades envolvendo função afim em dois livros didáticos, e enquanto um deles propõe apenas duas atividades envolvendo a conversão entre o registro em língua natural para o registro algébrico, o outro é um pouco mais distribuído, porém também privilegia uma determinada conversão – nesse caso, o registro em língua natural para o registro algébrico. As autoras concluem que em ambos os livros didáticos o método adotado para a conversão do registro algébrico para o registro gráfico é a abordagem ponto a ponto. Entretanto, Duval sugere que o mais adequado seria a abordagem global de propriedades figurais, destacando que aspectos de não congruência semântica entre essas representações são as causas das maiores dificuldades dos estudantes.

Segundo Duval (2011b), a construção de um gráfico a partir da lei de uma função pode ser feita a partir de três abordagens:

- A abordagem ponto a ponto – que consiste em atribuir alguns valores para x e encontrar os valores de $f(x)$, correspondentes; e com os pontos encontrados, traçar o gráfico no plano cartesiano. Essa abordagem favorece esse sentido de conversão: registro algébrico $\rightarrow$ registro gráfico.
- A abordagem de extensão do traçado difere da abordagem ponto a ponto, por considerar uma quantidade infinita de pontos e por corresponder a atividades de interpolação e extrapolação.

- A abordagem global de propriedades figurais permite que se estabeleçam relações entre as unidades simbólicas significativas (equações) e as variáveis visuais (gráfico).

Observando a expressão algébrica de uma função afim, da forma $f(x) = ax + b$, temos os coeficientes a e b . Alterações nesses coeficientes implicam alterações na representação gráfica da função.

Duval (2011b) destaca as unidades simbólicas significativas e as variáveis visuais referentes ao registro algébrico e gráfico, respectivamente, de acordo com a quadro abaixo:

Quadro 4 – Unidades simbólicas significativas e variáveis visuais

Unidades simbólicas significativas	▪ Os símbolos relacionais ($<$, $>$, $=$, $\dots$); ▪ Os símbolos de operações ou de sinais ($+$, $-$); ▪ Os símbolos de variável; e ▪ Os símbolos de expoente, coeficiente e de constante.
Variáveis visuais	▪ Sentido da inclinação ascendente ou descendente; ▪ Ângulo com os eixos; e ▪ Posição sobre o eixo.

Fonte: Adaptado de Duval (2011b, p. 100-101).

A necessidade de trabalhar a abordagem de interpretação global torna-se ainda mais evidente quando realizamos a conversão do registro gráfico $\rightarrow$ registro algébrico. Duval explica que:

Quando se trata de partir da representação gráfica para encontrar, por exemplo, a equação correspondente ou para utilizar o conceito de inclinação ou de direção, é esta abordagem de interpretação global que se torna necessária. A razão disto se deve ao fato de que o recurso à abordagem ponto a ponto é totalmente inoperante uma vez que tira a atenção das variáveis visuais. A prática sistemática da abordagem ponto a ponto não favorece a abordagem de interpretação global que é em geral deixada de lado no ensino uma vez que depende de análise semiótica visual e algébrica. (DUVAL, 2011b, p. 99)

Dessa maneira, identificar as variáveis visuais pertinentes do registro gráfico contribui para estabelecer conexões com as unidades simbólicas significativas presentes no registro algébrico. Duval defende que:

Para uma grande maioria de estudantes, esta aprendizagem não se faz apenas por meio do treinamento com exercícios de construção no plano referencial, nem por meio de tarefas de leitura que envolve a associação ponto/coordenadas. A maioria dos estudantes limita-se a uma abordagem sincrética e inoperante sem real valor intuitivo das representações gráficas. (DUVAL, 2011b, p.111)

Metodologia

Neste artigo apresentamos uma análise qualitativa e de aspectos quantitativos da introdução e das atividades referentes ao conteúdo função afim em livros didáticos de matemática para o 9º ano do ensino fundamental, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Adotamos o método da análise de conteúdo proposto por Bardin (1977). A autora organiza o método em três etapas: pré-análise; exploração do material e tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação. Segundo Bardin, “o analista, tendo à sua disposição resultados significativos e fiéis, pode então propor inferências e adiantar interpretações a propósito dos objetivos previstos, ou que digam respeito a outras descobertas inesperadas” (1977, p. 101). Neste trabalho a pré-análise compreendeu as leituras iniciais, a revisão bibliográfica, a escolha dos documentos e a formulação de categorias de análise.

Observando as regras de pertinência, representatividade, homogeneidade e exaustividade, optamos por analisar cinco coleções de livros didáticos de matemática do 9º ano do ensino fundamental mais solicitadas em escolas públicas brasileiras, a partir dos dados do PNLD-2020. A escolha das coleções foi realizada por meio de uma consulta ao site do FNDE, na área de dados estatísticos do PNLD, a partir da planilha “Valores de aquisição anos finais do ensino fundamental”. Na planilha, depois de identificar todos os livros de matemática do 9º ano do ensino fundamental, selecionamos os cinco livros com maior quantidade de solicitações por parte das escolas públicas. O quantitativo representa cerca de 80% do total de solicitações de livros didáticos de matemática do 9º ano em todo o país.

O Quadro 5 indica as obras selecionadas para este estudo e suas respectivas codificações.

Quadro 5 – Livros didáticos selecionados e suas codificações

Título do livro didático	Código
A conquista da matemática, 9º ano, ensino fundamental, anos finais / José Ruy Giovanni Júnior, Benedito Castrucci – 4ª edição – São Paulo, FTD, 2018.	LD-1
Teláris matemática, 9º ano, ensino fundamental, anos finais / Luiz Roberto Dante – 3ª edição – São Paulo, Ática, 2018.	LD-2
Matemática – Bianchini, 9º ano, ensino fundamental, anos finais / Edwaldo Bianchini – 9ª edição – São Paulo, Moderna, 2018.	LD-3
Araribá mais – Matemática, 9º ano, ensino fundamental, anos finais / Organizadora Editora Moderna, obra coletiva, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna, editores responsáveis Maria Garcia Gay, Willian Raphael Silva – 1ª edição – São Paulo, Moderna, 2018	LD-4
Matemática realidade & tecnologia, 9º ano, ensino fundamental, anos finais / Joamir Roberto de Souza – 1ª edição – São Paulo, FTD, 2018.	LD-5

Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

Por fim, ainda nessa etapa, a partir de elementos da TRRS, foram estabelecidas categorias e variáveis para refinamento dos dados qualitativos e quantitativos coletados especificamente nos capítulos que abordam função afim nos livros didáticos escolhidos. O Quadro 6 apresenta tais categorias de análise e as variáveis:

Quadro 6 – Categorias de análise e variáveis

Categorias	Variáveis
Registros de representação semiótica da função afim em livros didáticos de matemática para o 9º ano.	● Registro língua natural ● Registro gráfico ● Registro algébrico ● Registro tabular
Transformações de representações semióticas em atividades de função afim em livros didáticos de matemática para o 9º ano.	● Tratamento ● Conversão
Abordagens na conversão entre registro gráfico ↔ registro algébrico.	● Ponto a ponto ● Por extensão do traçado ● Interpretação global de propriedades figurais
Fenômenos de congruência semântica.	● Congruência semântica ● Não congruência semântica

Fonte: Elaborado pelos autores (2021).

Análises e resultados

A seguir apresentamos os resultados obtidos quando identificamos a ocorrência dos diversos registros de representação semiótica da função afim em livros didáticos de matemática para o 9º ano. Analisamos atividades de tratamento e conversão, investigamos abordagens adotadas na conversão entre os registros algébrico e gráfico e verificamos o fenômeno da não congruência semântica das conversões entre registros de representação semiótica em atividades envolvendo função afim.

Diversidade de registros de representação semiótica

Para a TRRS, trabalhar múltiplas representações evita que o estudante confunda o objeto matemático com sua representação. Para identificar a ocorrência dos diversos registros de representação semiótica da função afim em livros didáticos de matemática para o 9º ano, analisamos a diversidade dos registros em 470 itens distribuídos em 191 questões, de acordo com o quadro abaixo. Compreendemos os itens como as solicitações das questões, tais como a, b, c, d etc.

Tabela 1 – Distribuição das atividades em itens e questões

Livros didáticos analisados	Itens	Questões
LD-1	54	28
LD-2	101	43
LD-3	116	39
LD-4	143	60
LD-5	56	21

Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

Os dados da Tabela 1 apontam que o quantitativo de itens e questões nos livros didáticos analisados tem uma variação significativa. Por exemplo, o LD-4 possui quase o triplo de itens que os LD-1 e LD-5. Diante desse fato, optamos por utilizar os valores percentuais para possibilitar a comparação entre as obras, pois dessa forma estabelecemos uma relação proporcional. A Tabela 2 sintetiza a diversidade de registros de representação semiótica nos cinco livros analisados, em que contabilizamos os registros de partida de cada item.

Tabela 2 – Diversidade dos registros de representação semiótica nos livros didáticos analisados

Livros didáticos analisados	Registro algébrico	Registro língua natural	Registro gráfico	Registro tabular
LD-1	48,98%	17,35%	22,45%	11,22%
LD-2	48,07%	37,02%	12,71%	2,20%
LD-3	47,06%	25,98%	23,53%	3,43%
LD-4	45,63%	24,33%	22,43%	7,61%
LD-5	46,67%	18,89%	23,33%	11,11%

Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

O registro algébrico se aproxima de 50% em todas as obras analisadas, e os registros língua natural e gráfico se alternam entre segundo e terceiro lugar. Apesar do registro tabular aparecer de modo explícito menos vezes nos livros analisados, salientamos que ele pode surgir nas resoluções de atividades, uma vez que é um dos procedimentos sugeridos nos materiais estudados. Optamos por não contabilizar registros intermediários por entender que dependem da estratégia de resolução do estudante. O quantitativo maior do registro algébrico decorre do fato de este registro estar presente na maior parte dos tratamentos e conversões, como veremos mais adiante.

Apontamos como inadequada a ênfase no registro algébrico, principalmente para este ano escolar, uma vez que vai de encontro ao que preconizam os documentos oficiais, tais como o Currículo de Pernambuco, que sugere evitar a sistematização precoce, que é um dos fatores que geram dificuldades nos estudantes (Silva, 2020; Silva, 2010; Bica, 2009). Em termos da TRRS,

Duval (2003) destaca que os estudantes têm mais sucesso em atividades de monorregistros (tratamentos), mas desenvolver apenas um registro de representação pode causar o que ele define como enclausuramento de registro, que é a incapacidade do estudante “reconhecer o mesmo objeto matemático em duas de suas representações bem diferentes”. (Duval, 2003, p. 21).

As transformações de representações semióticas

As atividades resolvidas e as atividades propostas foram classificadas em tratamentos e conversões. Consideramos 470 itens para análise, dos quais 202 são atividades de tratamento e 337 são atividades de conversão. Salientamos que o total de tratamentos e conversões é superior ao quantitativo de itens, pois em alguns casos o item solicitava mais de uma conversão ou simultaneamente explorava tanto tratamento como conversão.

A Tabela 3 ilustra a distribuição das atividades entre tratamentos, conversões e os itens que solicitavam, simultaneamente, as duas transformações de representações semióticas.

Tabela 3 – Quantitativo de atividades de tratamento e conversão por livro didático

Livro didáticos analisados	Tratamento	Conversão	Tratamento e conversão
LD-1	44,83%	51,72%	3,45%
LD-2	32,33%	61,65%	6,02%
LD-3	30,61%	65,31%	4,08%
LD-4	38,27%	59,26%	2,47%
LD-5	41,27%	52,38%	6,35%

Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

Em todas as obras, o quantitativo de atividades de conversão é superior ao número de atividades de tratamentos. O quantitativo maior de conversões está de acordo com o que defende a TRRS. Duval (2003, p. 30) diz que “uma das características mais importantes da atividade matemática é a diversidade de registros de representação que ela mobiliza obrigatoriamente”, e conclui que, para entender as dificuldades de aprendizagem em matemática, “é preciso estudar prioritariamente a conversão das representações e não os tratamentos”. As conversões mobilizam ao menos dois registros de representação semiótica e, segundo a TRRS, contribuem para que não haja confusão entre objeto e representação, sendo também responsável por desenvolver no estudante a coordenação entre registros, que é fundamental para aprendizagem em matemática.

Nas atividades classificadas como tratamento, foram identificados tratamentos no registro algébrico e no registro língua natural. A Tabela 4 ilustra a distribuição dos tratamentos contemplados nos livros didáticos analisados.

Tabela 4 – Tratamentos nos livros didáticos analisados

Livros didáticos analisados	Tratamento algébrico	Tratamento em língua natural
LD-1	100%	0%
LD-2	95%	5%
LD-3	93%	7%
LD-4	90%	10%
LD-5	85%	15%

Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

De 202 atividades classificadas como tratamento, apenas 15 eram no registro língua natural, sendo o restante no registro algébrico. O LD-1 não apresenta nenhuma questão envolvendo tratamentos no registro língua natural. A maior frequência de tratamentos em língua natural foi observada no LD-4; entretanto, proporcionalmente o maior quantitativo é do LD-5.

Nas atividades de conversão, estamos interessados em observar quais conversões o livro contempla, ou seja, queremos identificar quais registros estão presentes nas conversões propostas nos livros didáticos, bem como se os livros didáticos propõem atividades que contemplam os dois sentidos da conversão. Em particular, também investigamos as abordagens adotadas na conversão entre o registro algébrico e o registro gráfico.

A Tabela 5 reúne todas as possíveis conversões entre registros da função afim, a partir dos dados obtidos nas análises dos livros didáticos deste estudo. É importante destacar que, para contabilizar as conversões e seus respectivos sentidos, consideramos os principais registros de representação semiótica presentes nas atividades, embora em alguns casos o problema se apresente em mais de um registro.

Tabela 5 – Percentuais de atividades de conversão e seus respectivos sentidos

Registro de partida	Registro de chegada	LD-1	LD-2	LD-3	LD-4	LD-5
Algébrico	Língua natural	6,67%	41,46%	16,30%	10,42%	13,51%
Algébrico	Gráfico	50,00%	15,85%	23,91%	21,88%	13,51%
Algébrico	Tabular	3,33%	0,00%	0,00%	3,13%	0,00%
Língua natural	Gráfico	0,00%	3,66%	3,26%	7,29%	0,00%
Língua natural	Algébrico	23,33%	20,73%	16,30%	20,83%	13,51%
Língua natural	Tabular	0,00%	0,00%	1,09%	2,08%	2,70%
Gráfico	Língua natural	3,33%	8,54%	13,04%	16,67%	2,70%
Gráfico	Algébrico	10,00%	7,32%	25,00%	13,54%	40,54%
Gráfico	Tabular	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Tabular	Algébrico	3,33%	1,22%	1,09%	4,17%	10,81%
Tabular	Língua natural	0,00%	1,22%	0,00%	0,00%	2,70%
Tabular	Gráfico	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

A partir dos dados da Tabela 5, podemos inferir que as conversões mais frequentes envolvem os registros algébrico, gráfico e língua natural, com destaque para os sentidos: algébrico $\rightarrow$ gráfico; língua natural $\rightarrow$ algébrico; gráfico $\rightarrow$ algébrico; e algébrico $\rightarrow$ língua natural. O LD-3 e o LD-4 possuem a distribuição mais equilibrada entre os livros didáticos analisados, e contemplam os dois sentidos nessas conversões. Por outro lado, LD-1, LD-2 e LD5 priorizam as conversões registro algébrico $\rightarrow$ registro gráfico, registro algébrico $\rightarrow$ registro língua natural e registro gráfico $\rightarrow$ registro algébrico, respectivamente. Não há ocorrências de atividades que solicitam a conversão direta envolvendo os registros gráfico e tabular. O registro tabular se apresenta, em todos os livros didáticos analisados, como um registro intermediário nas conversões do registro algébrico para o registro gráfico (abordagem ponto a ponto), bem como na conversão do registro língua natural para o registro algébrico.

Conversão entre o registro algébrico e o registro gráfico

Tomando como referência para esta análise Duval (2011b) e sua categorização das abordagens desta conversão, quais sejam elas: abordagem ponto a ponto; por extensão do traçado; e abordagem global de propriedades figurais, investigamos as abordagens adotadas pelos livros didáticos analisados na conversão entre o registro algébrico e o gráfico.

Em todos os livros didáticos, a abordagem adotada nos exercícios resolvidos é a abordagem ponto a ponto. Os livros LD-2, LD-3 e LD-4 contemplam atividades que apresentam alguns elementos da abordagem global de propriedades figurais.

Encontramos atividades que exploram a abordagem por extensão do traçado nos livros didáticos LD-1 e LD-3; e segundo Duval (2011b), trata-se de uma abordagem que se mantém puramente mental e considera uma infinidade de pontos, diferentemente da abordagem ponto a ponto, mas que também não relaciona as unidades significantes dos registros gráfico e algébrico. Essa abordagem é explorada em poucas atividades e não há menção a ela na parte expositiva de nenhum dos livros didáticos objetos deste estudo.

Análise de congruência e não congruência semântica

Para este artigo destacamos a análise do fenômeno de congruência semântica em uma atividade que propõe a conversão do registro algébrico para o registro gráfico, segundos os critérios estabelecidos por Duval, o que correspondeu ao nosso terceiro objetivo específico.

A Figura 1 é uma conversão do registro algébrico para o registro gráfico. A conversão neste sentido (registro algébrico $\rightarrow$ registro gráfico) está entre as mais exploradas em todos os livros didáticos analisados, sendo a mais frequente do LD-1. A análise busca identificar quais critérios são satisfeitos e, posteriormente, avaliar se existe congruência ou não congruência semântica entre os registros envolvidos nesta conversão.

Figura 1 – Atividade de conversão do registro algébrico $\rightarrow$ registro gráfico

1. Trace no plano cartesiano o gráfico de cada função afim a seguir, sendo x um número real qualquer.

a) $y = x + 1$

d) $y = 1 - 2x$

b) $y = x$

e) $y = -4x$

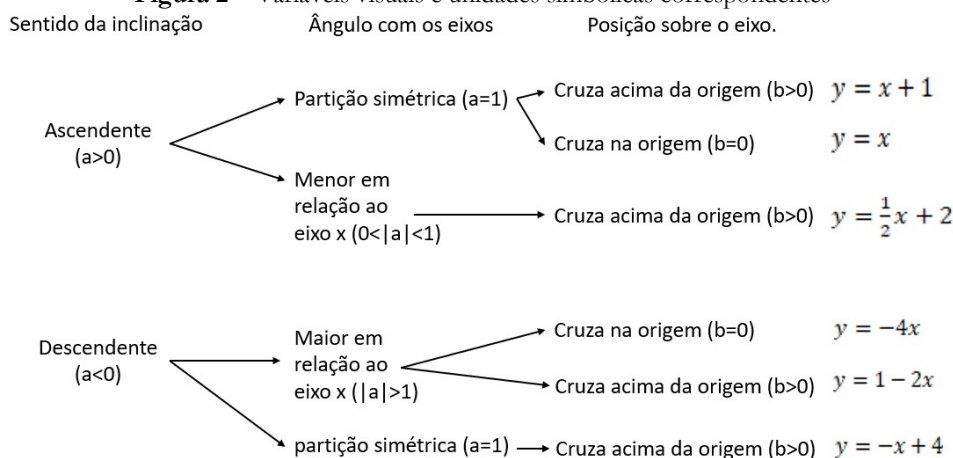
c) $y = -x + 4$

f) $y = \frac{1}{2}x + 2$

Fonte: Giovanni Júnior, Castrucci (2018, p. 255).

O critério (I) é satisfeito, uma vez que é possível estabelecer uma correspondência semântica entre os elementos significativos do registro algébrico e as variáveis visuais do registro gráfico. A Figura 2 ilustra essa relação.

Figura 2 – Variáveis visuais e unidades simbólicas correspondentes

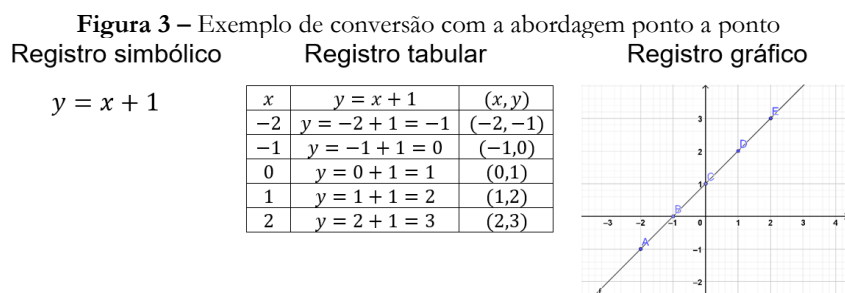


Fonte: Elaborado pelos autores (2021).

O segundo critério, a univocidade semântica terminal (II), não é satisfeito, pois para cada unidade significativa no registro de partida existe mais de um significado no registro de chegada; por exemplo, o *coeficiente a* se relaciona com o sentido da inclinação e com o ângulo com os eixos. Para Duval, “o conceito de inclinação, algebricamente traduzido pelo coeficiente, recobre duas unidades significativas diferentes: uma definida em relação ao sinal e a outra em relação ao inteiro 1”. (2011b, p. 101-102)

Com relação ao terceiro critério, a ordem dentro da organização das unidades compondo cada uma das representações (III), Duval (2009) destaca que não se aplica a casos em que as dimensões dos registros são diferentes. Nesse caso especificamente, o registro algébrico possui uma dimensão, enquanto o registro gráfico é bidimensional. Desse modo, como não satisfaz o critério (II), temos um caso de não congruência semântica.

Se considerarmos a conversão do registro algébrico para o registro gráfico usando a abordagem ponto a ponto adotada em todos os livros didáticos, teremos uma dupla conversão: a primeira do registro algébrico para o registro tabular, e a segunda do registro tabular para o registro gráfico. Para ilustrar, destacamos o item a da Figura 3, $y = x + 1$, para analisar, em detalhes, essa situação.



Fonte: Elaborado pelos autores (2021).

A primeira conversão do registro algébrico para o registro tabular consiste em uma série de tratamentos no registro algébrico e na posterior organização em uma tabela. Nesse caso, vamos considerar essa conversão como congruente, por se aproximar de uma tarefa de codificação, seguindo o entendimento de Silva (2020), mas deixando claro que no procedimento foram realizados apenas tratamentos no registro algébrico. Na segunda conversão, do registro tabular para o registro gráfico, é necessário associar cada par ordenado encontrado com um ponto no plano e traçar a reta que os contém. Nessa conversão, há congruência semântica entre os registros, uma vez que existe correspondência entre os pares ordenados e os pontos no plano, satisfazendo os

critérios (I) e (II). A ordem em que se lê a tabela é a mesma em que os pontos aparecem no plano (III).

De fato, a abordagem ponto a ponto colabora com a conversão do registro algébrico para o registro gráfico, mas fica evidente a dificuldade no sentido inverso diante da impossibilidade de realizar a “dupla conversão” no sentido oposto. Segundo Duval (2011b), a abordagem ponto a ponto não leva em consideração as variáveis visuais e as unidades simbólicas, sendo, para a maioria dos estudantes, uma abordagem sincrética e inoperante. Esse fato impossibilita a compreensão dos estudantes sobre o real valor intuitivo das representações gráficas e transforma a conversão em um conjunto de procedimentos que ao longo do tempo podem perder o sentido.

Dessa forma, a conversão do registro algébrico para o registro gráfico, passando pelo registro tabular as conversões são congruentes, no sentido oposto (registro gráfico $\rightarrow$ registro algébrico) é não congruente, uma vez que o critério (II) da univocidade semântica terminal não é satisfeito, pois as variáveis visuais sentido da inclinação e ângulo com os eixos se relacionam com o coeficiente a .

Conclusões

Ao analisarmos a abordagem de função afim em cinco livros didáticos de matemática para o 9º ano do ensino fundamental, ratificamos a necessidade do trabalho com as diversas representações e em atividades que tenham tratamentos e conversões, sendo importante nas conversões o desenvolvimento nos dois sentidos, pois, conforme afirma Duval (2003), os resultados demonstram que, ao contrário do que se costuma pensar, o desenvolvimento de apenas um dos sentidos da conversão não desenvolve automaticamente o sentido oposto. Nesse sentido, consideramos que este estudo contribui significativamente para a educação matemática, especialmente pelos aspectos que passamos a destacar a seguir.

Destacamos a importância das atividades de tratamento para o desenvolvimento e a apreensão das regras de funcionamento de cada registro. Os tratamentos identificados foram nos registros algébrico e na língua natural. O quantitativo de tratamentos em língua natural é bem inferior ao número de tratamentos no registro algébrico.

Nas análises das conversões, não consideramos os registros intermediários, pois estes iriam depender da estratégia de resolução. Identificamos no enunciado o registro de partida, e as respostas esperadas como registro de chegada. Cabe um estudo aprofundado sobre o papel dos registros intermediários nas conversões entre registros, e sugerimos essa questão para pesquisas futuras.

Consideramos que LD-3 e LD-4 são os livros didáticos que contemplam as conversões entre registros de representação semiótica da função afim de maneira mais equilibrada e exploram os dois sentidos. Por outro lado, LD-1, LD-2 e LD-5 privilegiam alguns registros (e sentidos) em detrimento dos demais.

A partir das análises do fenômeno de congruência semântica, podemos inferir que as atividades de conversão são, em sua maioria, casos de congruência semântica. Constatamos também que conversões envolvendo os mesmos registros podem ter custo cognitivo diferente.

Este estudo lançou o olhar sobre as funções, em particular a função afim, em livros do ensino fundamental, etapa escolar em que este conteúdo é formalizado, por entender que é importante ampliar o debate sobre o estudo de funções. Os documentos oficiais (BNCC, Currículo de Pernambuco) não deixam claro para os professores quais conceitos devem ser trabalhados. O trabalho com as diversas representações, ainda no ensino fundamental, pode contribuir para reduzir as dificuldades dos estudantes no ensino médio.

Referências

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.

BICA, Luis Manuel Peliz Marques. **Funções em livros didáticos**: relações entre aspectos visuais e textuais. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2009. Disponível em: <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/11377> Acesso em: 11 out. 2022.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação é a base. Ministério da Educação, Brasília, 2017.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano**. Trad.: Lênio Abreu Farias e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: LF Editorial, 2009.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo de pensar: os registros de representações semióticas. Org.: Tânia M. M. Campos. Trad.: Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011a.

DUVAL, Raymond; MORETTI. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. Graphiques et équations: L'articulation de deux registres. Trad.: Méricles Thadeu. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 6, n. 2, p. 96-112, maio 2011b. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2011v6n2p96/21794> Acesso em: 11 out. 2022.

FLORES, C.; MORETTI, M. O funcionamento cognitivo e semiótico das representações gráficas: ponto de análise para aprendizagem Matemática. In: Reunião Anual da ANPED, GT19: educação matemática, 28., 2005, Caxambu. Anais... Caxambu: ANPED. p. 1-13. Disponível em: http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_28/funcionamento.pdf Acesso: 10 jan. 2021.

GIOVANNI JR., José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática**, 9º ano. 4ª edição. São Paulo: FTD, 2018.

MAGGIO, Deise Pedroso; SOARES, Maria Arlita da Silveira; NEHRING, Cátia Maria. Registros de representação semiótica da função afim: análise de livros didáticos de matemática do ensino médio. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 5, n. 1, p. 38-47, mar. 2011. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2010v5n1p38/21140> Acesso em: 11 out. 2022.

PERNAMBUCO, Secretaria de Educação e Esportes. **Currículo de Pernambuco**. 2018. Disponível em: <http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/17691/CURRICULO%20DE%20PERNAMBUCO%20-%20ENSINO%20FUNDAMENTAL.pdf> Acesso em: 11 out. 2022.

SILVA, Andreza Santana da. **Registros de representação semiótica e função quadrática: um olhar sobre o ensino e a abordagem no livro didático**. 160 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/39695> Acesso em: 11 out. 2022.

SILVA, Ligia Maria da. **O tratamento dado ao conceito de função em livros didáticos da educação básica**. 125 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010. Disponível em: <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/11460> Acesso em: 11 out. 2022.