

O USO DA IMAGEM FOTOGRÁFICA NO ENSINO DE SIMETRIA NO CONTEXTO DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA

THE USAGE OF PHOTOGRAPHIC IMAGE IN THE TEACHING OF SYMMETRY IN THE CONTEXT OF MATHEMATICS TEXTBOOK

Aníbal Menezes Maciel¹ 

Resumo

A imagem sempre exerceu um papel relevante na constituição da comunicabilidade humana. Na contemporaneidade presenciamos um fenômeno de seu uso abundante na forma de registrar, expressar e promover os acontecimentos. Nesse contexto, ela é utilizada com diversos propósitos nas diferentes áreas de estudo. Apropriamo-nos da imagem fotográfica do ponto de vista do ensino de Matemática. O presente artigo tem como objetivo: analisar o uso da imagem fotográfica em livro didático de Matemática quanto ao ensino de simetria, considerando a articulação entre Cultura Visual e Visualização Matemática. A partir da diversidade de gêneros imagéticos e de suas possíveis funções que podem exercer, no âmbito do movimento da cultura visual, da educação do olhar e do avanço da tecnologia, a fotografia é o tipo mais popular. O tema simetria remonta ao tempo do nascimento da Matemática, cujo conceito está entre os primeiros de que se tem conhecimento no surgimento das ideias matemáticas, sendo utilizado supostamente com intenções diversas. O termo simetria está relacionado ao entendimento de uma boa proporcionalidade, beleza, harmonia e de movimento. O seu entendimento é de suma importância para o desenvolvimento de outros conteúdos matemáticos. Como resultado final, verificamos que a imagem fotográfica, em sua unanimidade, exerceu, nos livros investigados, a função epistêmica, capaz de: mediar, expressar, dizer, comunicar, mobilizar o conteúdo matemático abordado. Dessa forma, a inserção da imagem fotográfica em livros didáticos de Matemática contribui para que o conteúdo de simetria torne-se cognoscível, seja para introduzir, desenvolver ou exercitar o referido assunto.

Palavras chave: Fotografia. Ensino de Matemática. Simetria.

Abstract

The image has always played a relevant role in the constitution of human communicability. In the contemporaneity we witness a phenomenon of its abundant usage in the form of registering, expressing, and promoting the happenings. In this context, it is utilized with various purposes in the different studies areas. We appropriate of photographic image from the point of view of Mathematics teaching. The current article aims: to analyze the usage of photographic image in Mathematics textbooks as for the teaching of symmetry, considering the articulation between Visual Culture and Mathematical Visualization. Parting from the diversity of image genres and their possible functions that they may exert, in the ambit of visual culture movement, the education of looking, and the advance of technology, photography is the most popular type. The theme symmetry goes back to the time of Mathematics birth, which concept is among the firsts of which have been known in the appearing of mathematic ideas, supposedly being utilized with various intentions. The term symmetry is related to the understanding of a good proportioning, beauty, harmony, and movement. Its comprehension is of great importance for the development of other mathematic subjects. As a result, we have verified that the photographic image, in its unanimity, has exerted, in the investigated books, the epistemic function, capable of mediating, expressing, saying, communicating, mobilizing the approached mathematic subject. Thus, the insertion of photographic image in Mathematics textbooks contributes for the symmetry subject becoming knowable, either for introducing, developing, or exercising the referred subject.

Keywords: Photography. Mathematics Teaching. Symmetry.

¹ Professor doutor da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Departamento de Matemática, área de Educação Matemática.

Introdução

Vivemos em uma sociedade da informação, que invade o cotidiano das pessoas, sobretudo permeado pelas imagens. Carlos (2013) constata esse fato e o define como um acontecimento irrefutável na sociedade atual, cuja presença se caracteriza como um dominante cultural. A imagem esteve presente como objeto de construção de sentidos e significados em todo processo de humanização dos indivíduos, desde a antiguidade. No entanto, é na contemporaneidade que ela marca uma presença impactante e sem precedentes. (MACIEL, 2013).

Nesse sentido, especificamente, educadores matemáticos vêm despertando para a pesquisa nessa profícua área, a qual trata como imagens as manifestações do tipo desenho, fotografia, filmes, charges, dentre outras (FLORES, 2010). Tais pesquisas buscam resgatar o valor desses recursos, os quais foram postos em segundo plano em função da formalização da Matemática (D'AMBRÓSIO, 2013). Nesse âmbito, no presente artigo temos como objetivo: analisar o uso da imagem fotográfica em livro didático de Matemática quanto ao ensino de simetria, considerando a articulação entre Cultura Visual e Visualização Matemática.

Um trabalho dessa natureza se justifica sob vários pontos, desde a consideração de aspecto sócio-político, passando pelo pedagógico ou mesmo pela importância para a divulgação e produção do conhecimento matemático.

A nossa pesquisa é de natureza qualitativa. Analisamos o uso da fotografia para fins pedagógicos em livros didáticos de Matemática, relativos ao Ensino Fundamental, anos finais, na qual nos detemos na abordagem do conteúdo de simetria, a fim de compreendermos as potencialidades do uso desse gênero imagético no trato do referido assunto. Trabalhamos com as coleções *Projeto Velear: Matemática* (LOPES, 2012) e *Projeto Teláris: Matemática* (DANTE, 2012), que foram escolhidas aleatoriamente dentre as aprovadas pelo Plano Nacional de Livro Didáticos (PNLD).

Para efeito de análise adotamos a identificação de possíveis funções que a imagem pode exercer, tais como: decorativa, ilustrativa, comunicativa e epistêmica. As duas primeiras estariam relacionadas à categoria associação evocativa, que “ocorre quando a imagem não mantém um vínculo epistêmico com o conteúdo, temática ou assunto anunciado no título da unidade. Sua presença se justifica muito mais como recurso estético-visual que possibilite a retenção da atenção do estudante ao assunto.” (CARLOS, 2006, p. 92).

Enquanto, as duas últimas à categoria complementariedade enunciativa. Esta “ocorre quando a imagem é utilizada como uma modalidade de linguagem capaz de dizer/expressar/comunicar o conteúdo programático da unidade.” (CARLOS, 2006, p. 92). Ou seja, a imagem medeia, evoca o conteúdo em estudo, gera reflexão, contribui na produção de

conhecimento, tem um vínculo epistêmico com o conteúdo.

Articulação entre a Visualização Matemática e Cultura Visual

O tema visualização é abordado por Flores (2012) por meio de uma varredura de conceituações elaboradas por autores diversos, na busca de compreensão dos significados por eles construídos. A autora aponta a dificuldade de se chegar a um consenso conceitual que possa ser adequado à Educação Matemática, e que possa servir como elemento de referência para a análise de processos de ensino e aprendizagem nessa área de conhecimento. Neste trabalho adotamos o que destaca Flores (2012, p. 34, apud ZIMMERMANN; CUNNINGHAM) quando esses autores

definem visualização matemática como sendo “o processo de formação de imagens (mentais, ou com lápis e papel, ou com o auxílio de tecnologias) usando essas imagens de forma eficaz para a descoberta e compreensão da matemática” (1991, p. 3, tradução nossa). Portanto, visualização é entendida não como um fim em si mesma, mas como um meio para o entendimento de conceitos matemáticos.

Por outro lado, Flores (2010, p. 278) entende Cultura Visual como “os aspectos da cultura que são manifestados em sua forma visual (pinturas, fotografias, filmes, imagens científicas)”. Ao mesmo tempo, ressalta sua importância não apenas para o estudo da História das Artes, mas para os mais diversos campos e, de uma maneira específica, para o ensino de Matemática.

Todavia, para uma melhor articulação entre cultura visual e visualização matemática, essa estudiosa resgata o termo visualidade a fim de entender os vários modos de olhar para, de uma forma específica, aprofundar o estudo do olhar em matemática. “[C]ompreender as práticas e as formas pelas quais se foram criando modos de ver significa, também entender e exercitar os modos de olhar em educação matemática” (FLORES, 2010, p. 279).

Nesses termos, como já apontamos no objetivo da pesquisa, está trata do uso pedagógico da imagem fotográfica. De maneira geral, a imagem

[...] se configura, ao mesmo tempo, como um texto, diferente, é claro, do escrito, e, enquanto tal, como codificando um conjunto de mensagem acerca de algum aspecto da realidade natural, cotidiana e histórica. Ora, precisamente, aí seu valor disciplinar. A imagem, assim entendida pode se constituir em objeto de reflexão, portanto, de conhecimento do educando (CARLOS, 2006, p. 98).

Quanto ao gênero em tela, Costa (2005, p. 81) propõe que “[...] os próprios professores e alunos utilizem a fotografia para fazer os seus próprios registros, aprendendo a olhar, a selecionar e a ver o mundo.” (COSTA, 2005, p. 81). Porém, ela argumenta que ainda há resistência da escola em trabalhar com a fotografia e orienta que o professor utilize a imagem fotográfica no cotidiano de sala de aula a partir do “[...] fato de que os registros em foto são mais vivos, perenes e afetivos. São, portanto, elementos indispensáveis para o envolvimento subjetivo do aluno em relação àquilo que é analisado e para a fixação desse conteúdo entre as coisas por ele vividas e, dessa maneira,

conhecidas.” (COSTA, 2005, p. 88).

Entretanto, se antes o livro didático apresentava poucas imagens, especificamente o de Matemática, hoje ele está repleto delas. No caso, precisamos discutir qual o papel que elas podem exercer nesse instrumento tão importante para o ensino, além das funções designadas à própria imagem: decorar, ilustrar, comunicar e mediar a produção de conhecimento, como a de contextualização matemática, entendido como “[...] o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática [...]”. (BRASIL, 2002, p. 43).

Simetria: perspectiva geral

O tema simetria remonta ao tempo do nascimento da Matemática. Almeida (2013) afirma que esse conceito, juntamente com o de paralelismo, está entre os primeiros de que se tem conhecimento no surgimento das ideias matemáticas, no contexto de sua história, sendo utilizados supostamente com objetivos diversos.

Os escritos de Rêgo, Rêgo e Fossa (2006) e de Silva e Lopes (2012) relacionam possíveis justificativas para que povos pré-históricos tenham utilizado padrões simétricos, como forma de expressão, que iam desde questões de caráter utilitário, passando por motivos religiosos, culturais, a aspectos de ordem puramente estéticos.

Silva e Lopes (2012), lembram que figuras com regularidades e simetria eram utilizadas, de forma intuitiva ou não, desde as pinturas rupestres. Esse fato é referendado tanto pela história das Artes como pela História da Matemática. De maneira geral, para esses autores, os povos antigos se inspiravam nas formas encontradas na natureza, em animais, plantas e outros, para compor as suas figuras. De acordo com os PCN, os desenhos produzidos por civilizações da pré-história “continham figuras geométricas em que a simetria era uma das características predominantes.” (BRASIL, 1998, p. 127).

Entretanto, é com os babilônios, juntamente com o registro do surgimento histórico da escrita, através da escrita cuneiforme, que também “começa a história da compreensão da simetria pela humanidade (...), com profundas implicações na maneira como vemos o mundo físico.” (STEWART, 2012, p. 20).

Para Almeida (2013, p. 132), “é o caráter ordenado que existe nessas formas traduzido pela percepção de padrões, o fascínio pela simetria e o estímulo estético, que atrai o interesse do homem por essas configurações”. Ao pintarem seus corpos, por exemplo, imitando os estilos observados na natureza, os homens estavam imprimindo na pintura toda uma carga de significados próprios.

Weyl (1997) relaciona o termo *simetria* ao entendimento de uma boa proporcionalidade e a de um elemento que está integrado a um todo harmoniosamente, como também à noção de equilíbrio. É nesse sentido que a é tomada pela concepção de beleza, desde o tempo da Grécia antiga, tendo inspirado muitos artistas na elaboração de suas obras.

A beleza é envolta pela simetria. Foi com esse sentido que Policleto, autor de um livro sobre proporções e admirado na Antiguidade pela harmoniosa perfeição de suas esculturas, utilizou a palavra “simetria”. Dürer o seguiu quando estabeleceu um conjunto de leis e proporções para a figura humana. (WELLY, 1997, p. 15).

De maneira mais ampla, “o sentido da simetria é a ideia pela qual o homem tem tentado compreender e criar a ordem, a beleza e a perfeição, através dos tempos.” (WEYL, 1997, p.17). Portanto, a simetria é entendida “[...] como sinônimo de proporção, beleza e perfeição, pelo efeito visual que ela oferece e mais pelas criações artísticas do homem, a observação atenta da natureza e aliada a isso como resultado das suas necessidades ao longo de sua história. (RIPPLINGER, 2006, p. 23).

Padrões simétricos têm seduzido todo tipo de civilização ao longo da história, desde as comunidades indígenas, incorporando-se a parte do contexto de suas culturas, nas quais as figuras formadas são repletas de significados, às sociedades mais complexamente estruturadas como, por exemplo, na sociedade portuguesa, cuja presença marcante encontramos nas cerâmicas do Brasil colônia.

A utilização de faixas decorativas em objetos utilitários, peças do vestuário, pisos e paredes está presente em culturas das mais diferentes épocas e lugares do mundo. As faixas formadas pela repetição de padrões contendo geométricos, ou não, decoram antigos vasos gregos assim como enfeitam as cestas de palha trançada e potes de cerâmica de tribos indígenas brasileiras (RÊGO, RÊGO, FOSSA, 2006, p. 58).

O conceito de simetria transcende a Matemática e “faz-se presente em outras áreas do conhecimento como Biologia, Arqueologia, Artes, Física, estabelecendo inter-relações dessas áreas com a Matemática.” (RIPPLINGER, 2006, p. 25), além da Arquitetura, Engenharia, Odontologia e Fisioterapia, entre outras.

Especificamente nas Artes, Santos e Teles (2012) apresentam informações que levam em conta a presença da simetria desde a pré-história, passando pela idade antiga, a média e nos chamados movimentos da Arte Moderna e Pós-moderna. Todavia, é no ensino o foco da nossa abordagem que vemos a seguir.

A simetria na educação básica

Do ponto de vista do ensino da simetria, Araújo e Gitirana (s/d) destacam a importância da simetria aplicada ao mundo físico, ao cotidiano das pessoas, às construções realizadas pelos homens e principalmente à natureza. Eles enquadram o ensino de simetria na perspectiva do

fascínio de uma forma geral de se ensinar geometria e apontam “[...] a onipresença da idéia de simetria na cultura humana, citando, inclusive, no campo da ciência, o testemunho de grandes cientistas do nosso século sobre o papel central deste conceito na formulação das leis maiores do universo.” (ARAÚJO, GITIRANA, s/d, p. 1).

Nesse sentido, Stewart (2012) aponta que a ideia de simetria é fundamental para compreensão da concepção científica, vigente, do universo e suas origens. Além de destacar que “[...] no cerne da teoria da relatividade, de Albert Einstein, encontra-se o princípio de que as leis da física devem ser as mesmas em todos os lugares e em todos os tempos. Ou seja, as leis devem ser simétricas em relação ao movimento do espaço e à passagem do tempo.” (STEWART, 2012, p. 10).

Entretanto, Araújo e Gitirana (s/d, p. 1) ainda referendam observações de que já é definido o papel da simetria na Matemática, todavia quanto a sua função no processo de ensino carece ainda de conhecimento e divulgação.

O estudo da simetria é indicado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática, para estudantes a partir do 4º Ano do Ensino Fundamental. Para esse nível um dos principais objetivos, quanto à simetria, é “[I]dentificar características das figuras geométricas, percebendo semelhanças e diferenças entre elas, por meio de composição e decomposição, simetrias, ampliações e reduções.” (BRASIL, 1998, p. 52).

Objetiva-se, ainda, que o estudante seja capaz de realizar a “[I]dentificação da simetria em figuras tridimensionais (p. 56); Identificação de semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios como número de lados, número de ângulos, eixos de simetria, etc” (BRASIL, 1998, p. 56).

O documento ressalta a formação do aluno quanto à “[S]ensibilidade para observar simetrias e outras características das formas geométricas, na natureza, nas artes, nas edificações.” (BRASIL, 1998, p. 58), indicando a presença desse conceito em contextos extraescolares.

Ou seja, nesse nível estimula-se a capacidade de o aluno identificar, em formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, semelhanças e diferenças entre elas, dentre as quais, em relação às simetrias. O documento observa que

[U]m trabalho constante de observação e construção das formas é que levará o aluno a perceber semelhanças e diferenças entre elas. Para tanto, diferentes atividades podem ser realizadas: compor e decompor figuras, perceber a simetria como característica de algumas figuras e não de outras, etc. (BRASIL, 1998, p. 78).

A partir do 6º Ano do Ensino Fundamental, os PCN indicam o estudo das transformações isométricas, dentre elas a simetria axial (ou seja, reflexão considerando uma reta) e a simetria central (reflexão em relação a um ponto).

O documento dá destaque ao conceito de simetria, afirmando que

[À] primeira vista as transformações podem parecer um assunto que não tem relação com o dia-a-dia, mas, refletindo e observando um pouco, nota-se, por exemplo, que as simetrias estão muito presentes no cotidiano. Em inúmeros objetos físicos ocorrem aproximações de planos de simetria de reflexão. Em representações planas desses objetos, tais planos de simetria reduzem-se a eixos de simetria. No corpo humano pode-se observar (aproximadamente) um plano de simetria. Assim, também a imagem de um objeto no espelho é simétrica a ele. Há eixos de simetria em diversas criações do homem, como desenhos de aeronaves, edifícios e móveis.

As simetrias centrais e de rotação também surgem em diversas situações: desenhos de flores, logotipos de empresas, desenhos de peças mecânicas que giram, copos, pratos, bordados etc. Os exemplos de translação também são fáceis de encontrar: grades de janelas, cercas de jardins, frisos decorativos em paredes, azulejos decorados etc. (BRASIL, 1999, p. 124).

De acordo com Santos e Teles (2012), a simetria compõe o estudo da Geometria das Transformações, mais precisamente o estudo dos movimentos rígidos, ou seja, os movimentos ou combinação de movimentos de um motivo padrão, também denominados de isometrias, “pelo fato de conservarem as distâncias dos pontos que são movidos” (RÊGO; RÊGO; FOSSA, 2006, p. 62).

Farmer (1999, p. 27) define um movimento rígido em um plano como sendo “(...) qualquer maneira de mover todos os pontos do plano de modo que: - A distância relativa entre pontos permaneça a mesma; - A posição relativa dos pontos permaneça a mesma”.

Para Stewart (2012, p. 9), “simetria não é um número nem um formato, é um tipo especial de transformação – uma maneira de mover um objeto. Se o objeto parecer o mesmo depois de movido, a transformação aí presente é uma simetria.”.

De forma explicativa, Ripplinger (2006) endossa essa ideia, ressaltando que a simetria é uma propriedade das figuras, não estando submetida ao crivo de fórmulas e sim a princípios, regras de movimento. Portanto, a simetria “[...] é o resultado de uma regra, de um movimento de acordo com esta regra. A simetria preserva a forma. Conserva características tais como ângulos, comprimento dos lados, distâncias, tipos e tamanhos, mas altera a posição do objeto desenhado”. (RIPLINGER, 2006, p. 23).

salientamos, assim como procede esse autor, de uma maneira mais ampla, que as transformações estão subdivididas em duas, a isometria e a homotetia. Esta é baseada em um movimento modificativo do tamanho da figura, ou seja, na sua ampliação ou redução, enquanto aquela, como já foi dito, é marcada por um movimento rígido, ou seja, que mantém as mesmas características dela.

Paiva e Rêgo (2006) observam que os PCN, além de atestarem a importância do conceito de simetria, frisam o seu potencial de conexão tanto com criações humanas diversas, como em razão de sua presença marcante na natureza. As autoras afirmam que os livros didáticos mais

atualizados têm apresentado alguns avanços na proposta de trabalho com esse conteúdo, mas ainda há muito a ser feito, quanto à sua exploração em sala de aula na Educação Básica.

Em pesquisa realizada junto a professores do Ensino Fundamental, visando identificar suas dificuldades no trabalho com esse tema, essas pesquisadoras concluíram que a primeira delas está relacionada à formação docente inicial. Os professores que participaram do estudo afirmaram não ter estudado esse conteúdo na Graduação. A partir de tal constatação, defendem a importância de cursos de formação continuada que considerem esse conteúdo.

A segunda dificuldade observada pelos professores girou em torno da natureza das propostas de atividades abordando a simetria nos livros didáticos, que eram, segundo eles, muito repetitivas, não estando presentes indicações de como tratar esse tema de maneira diversificada, seja com o auxílio de jogos, materiais concretos, ou o uso de novas tecnologias, dentre outras possibilidades.

Um aspecto que atentamos é a necessidade de os professores compreenderem que o conceito de simetria extrapola o campo da Geometria (Espaço e Forma), na Matemática, estando conectado, direta ou indiretamente, a outros conceitos. Por exemplo, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para a 5ª à 8ª Séries (atuais 6º ao 9º Anos), destacam a presença da simetria no desenvolvimento da noção de probabilidade. “Ao se realizarem experiências para calcular probabilidades, é interessante utilizar materiais manipulativos que permitam explorar a propriedade da simetria (dados, moedas), como também os que não possuem essa simetria (roletas com áreas desiguais para os números)”. (BRASIL, 1998, p. 137).

No campo dos Números e Operações, a simetria é usada ainda para definir números opostos ou simétricos. No livro do 7º Ano do Ensino Fundamental de Dante (2012, p. 22), por exemplo, essa ideia é trabalhada por ele ao “considerar em uma reta numerada o ponto **O**, correspondente ao número zero, como origem. Temos, nesse caso, um exemplo de simetria central, ou seja, uma simetria em relação a um ponto (**O**).” A partir do qual ele toma quaisquer dois pontos em lados opostos, estando a mesma distância da origem para dizer que são *opostos ou simétricos*. A definição segue, na obra, a de *módulo* ou *valor absoluto* de um número inteiro, dada como “a distância do ponto que representa esse número até a origem”. Assim, podemos definir dois números simétricos ou opostos como aqueles que têm o mesmo módulo.

A simetria está presente, ainda, no estudo de Matrizes, em Trigonometria e Geometria Analítica, no final da Educação Básica. As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCM), além da indicação do estudo da simetria no campo da Geometria, fazem referência a esse conceito ao tratar do estudo das funções:

[F]unções do tipo $f(x) = x^n$ podem ter gráficos esboçados por meio de uma análise qualitativa da posição do ponto (x, x^n) em relação à reta $y = x$, para isso

comparando-se x e x^n nos casos $0 < x < 1$ ou $x > 1$ e usando-se simetria em relação ao eixo x ou em relação à origem para completar o gráfico. (BRASIL, 2002, p. 74).

No estudo das funções inversas,

(...) os gráficos de uma função e de sua inversa apresentaram uma característica importante, qual seja, em cada caso, a simetria em relação à bissetriz do primeiro e terceiro quadrantes, ou seja em relação à reta $y=x$. Este fato é natural e ocorre sempre, pois, sendo f inversível, a sua inversa a sua inversa f^{-1} , a cada número real x da imagem de f deve associar o número x do domínio de f , isto é, $g: y = f(x) \in \text{Dom } g = \text{Im } f \rightarrow x \in \text{Im } g = \text{Dom } f$. Assim, se o par ordenado $(x, f(x))$ está no gráfico de f , o par ordenado $(f(x), x)$ estará no gráfico de g . Esses pares ordenados são pontos simétricos em relação à reta que contém as bissetrizes do primeiro e terceiro quadrantes. (<http://ecalculo.if.usp.br/funcoes/inversiveis/fnversiveis.htm>). (BRASIL, 2002, p. 74).

Assim, o conceito de simetria tem um importante papel no estudo das funções, sendo seu domínio essencial para a compreensão das definições aqui destacadas. Pelo que foi até aqui apresentado, é evidente a presença da simetria no âmbito interno da Matemática na Educação Básica, conectando elementos de diferentes campos, somando-se à aplicação desse conceito em outras áreas de conhecimento e no cotidiano, o que justifica sua importância para a formação do aluno.

Enquanto que, na perspectiva de um ensino de Matemática significativo aos moldes do defendido por Rêgo e Rêgo (2006) e Rêgo (2006), o conteúdo de simetria se presta também para efeito de contextualização matemática. Desde a aplicação considerando os aspectos: artístico, profissional, natureza e a própria Matemática, bem como o científico (arquitetura), profissional (pedreiro, costureira, bordadeira, etc) e vida prática.

Tal concepção é referendada por Santos e Teles (2012, p.42) quando afirma que “(...) os movimentos produzem tipos diferentes de transformações isométricas, presentes no nosso cotidiano, podendo ser trabalhados nos anos iniciais do ensino fundamental através de atividades interessantes e contextualizadas”.

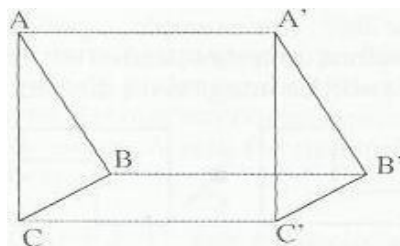
Representações geométricas de alguns tipos de simetria

Nesse estudo estamos tratando basicamente de quatro tipos de movimento no âmbito da Geometria das Transformações, ancorado no que Rêgo, Rêgo e Fossa (2006) apresentam de uma forma compatível com os estudos relativos ao ensino Fundamental das séries finais: translação, reflexão, rotação e translação refletida.

Quanto à simetria de translação ((desenho geométrico 1), os autores ao considerarem o movimento mais simples entre os quatro, afirmam que é o movimento que “compreende a

duplicação do motivo padrão, obtida pelo deslocamento de cada ponto deste a uma distância fixa, na mesma direção e no mesmo sentido de um feixe de retas paralelas” (RÊGO, RÊGO E FOSSA, 2006, p.63). (desenho geométrico 1).

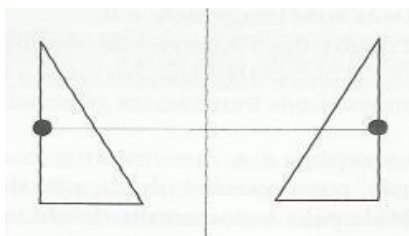
Desenho geométrico 1 - uma translação do triângulo ABC.



Fonte: Rêgo, Rêgo e Fossa (2006, p. 63).

Em relação à simetria de reflexão (desenho geométrico 2), eles a definem como um movimento que duplica o motivo considerado, no caso da figura 08 o triângulo da esquerda, tendo como base o eixo de simetria, ou seja, uma reta que serve de referência, a partir do seguinte critério: “dado um ponto A, a sua imagem refletida, o ponto A', está sobre a reta AA', perpendicular a r, interceptando-a no ponto a, com a equidistante de A e de A'.” (RÊGO, RÊGO e FOSSA, 2006, p. 64).

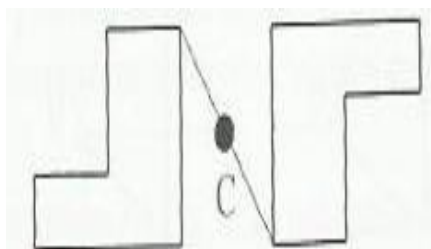
Desenho geométrico 2 - Reflexão com eixo de simetria.



Fonte: Rêgo, Rêgo e Fossa (2006, p. 64).

Já a simetria de “rotação compreende o movimento de todos os pontos do motivo padrão em torno de um ponto C, chamado centro de rotação, considerando um ângulo α entre 0° e 360° .” (RÊGO, RÊGO e FOSSA, 2006, p.64). O polígono da esquerda (Desenho geométrico 3), por exemplo, foi movimentado de uma maneira rígida, ou seja, sem ter havido deformação, através de uma rotação de 180° , tendo como base o ponto C, cujo resultado verifica-se na figura da direita.

Desenho geométrico 3 - Rotação com centro de rotação C.

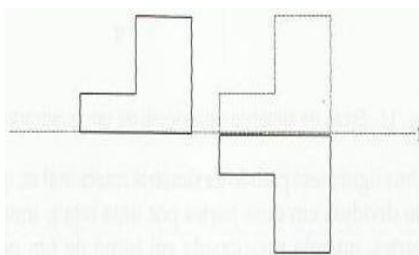


Fonte: Rêgo, Rêgo e Fossa (2006, p. 64).

Por último, a simetria denominada de translação refletida ou glissoreflexão caracteriza-se por gerar, primeiro, um movimento de duplicação do motivo padrão seguido de um movimento

de reflexão desse mesmo motivo que fora duplicado. Assim, no desenho geométrico 4, “o polígono abaixo da reta r é obtido transladando-se o polígono da esquerda ao longo de r e refletindo-o tendo a reta r como eixo de reflexão” (RÊGO; RÊGO; FOSSA, 2006, p. 64).

Desenho geométrico 4 - Translação refletida.



Fonte: Rêgo, Rêgo e Fossa (2006, p. 64).

Investigando a simetria em livros didáticos de Matemática

Análise da coleção Velear

Na coleção de Lopes (2012), o conteúdo de simetria é apresentado explicitamente no livro do 8º Ano, no 7º capítulo, logo após o capítulo destinado ao estudo dos *Produtos notáveis* e imediatamente antes ao estudo dos *triângulos e quadriláteros*. Um pouco depois há o estudo da circunferência, círculo e outras curvas (capítulo 11). Todavia, bem depois do estudo de *área de figuras planas* (Capítulo 3). O autor utiliza-se de 26 imagens para trabalhar esse conteúdo, dentre as quais a metade é de fotografias. Entre outras imagens, no início do tópico denominado de *Simetrias e regularidades*, Lopes incluiu as fotografias 1 e 2. Posteriormente, afirma que “uma figura simétrica tem um padrão que se repete” (LOPES, 2012, p. 108) e as incorpora no âmbito das figuras espelhadas, ou seja, a qual é constituída pela reflexão de uma das partes.

Fotografia 1 - Vista de uma estrutura de cobertura.



Fonte: Lopes (2012, p. 108).

Entendemos que a fotografia 1 oferece certo grau de dificuldade para o que se propõe, principalmente no lugar em que ela se encontra, ou seja, na abertura do Capítulo. O autor poderia sugerir que o aluno, sob a orientação do professor, fizesse um exercício de observação de quais os padrões se repetem na imagem.

Fotografia 2 - Fachada da Igreja Nossa Senhorado Carmo, Ouro Preto MG (A) e de óculos esportivo (B).



Fonte: Lopes (2012, p.108).

(A)



Fonte: Lopes (2012, p.108).

(B)

Já as fotografias 2 (A e B) mobiliza, comunica em forma de aplicação do ideia de simetria evidenciada. No caso da igreja, aborda aspectos da arquitetura, artísticos e culturais, não obstante um pouco de inclinação apresentada na imagem. Enquanto os óculos traz elementos da vida prática.

Posteriormente, o autor utiliza a imagem do *homem vitruviano* (obra de Leonardo da Vinci) para afirmar que “o corpo humano tem uma aparência simétrica” (LOPES, 2012, p. 109), considerando a simetria de reflexão. Ou seja, o autor não afirma que a imagem possui simetria, mas que remete a esse conceito. Esta observação nos serve de parâmetro para a análise de outras coleções, nas quais outros autores não primam pelo rigor conceitual em relação à presença da simetria em elementos da natureza.

Em relação à simetria de reflexão, o livro de Lopes (2012) traz, na sequência, a fotografia 3, seguidas de desenhos para exemplificar a reflexão, enquanto transformação geométrica, como forma de justificar o fenômeno expresso nas referidas imagens.

O autor explica que os nomes ambulância (A) e bombeiros (B), localizados nos carros, são escritos de modo espelhado para que os motoristas de outros carros que estejam dirigindo à frente desses, e supostamente impedindo sua passagem, em caso de emergência, possam identificar os nomes corretamente pelo retrovisor e abrir passagem para esses carros trafegarem livremente, mais rapidamente.

Fotografia 3 - Carros de ambulância e de bombeiros e desenhos dos mesmos carros.



Fonte: Lopes (2012, p.110).

(A)

(B)

Em seguida, para introduzir o conceito de eixo de simetria, o autor se utiliza de letras. No nosso entendimento, poderia ele ter retomado as fotografias já apresentadas para uma melhor fixação do elemento exposto e uma melhor exploração do recurso já utilizado.

Depois desse exemplo o autor retoma o conceito de *eixo de simetria* para apresentar no plano a ideia de que, dado um ponto a certa distância do eixo de simetria, a imagem refletida desse ponto estaria à mesma distância do eixo no lado oposto. É o caso das representações contidas na Figura 48, caracterizando assim a simetria de reflexão.

Quanto à *simetria de rotação*, esta não foi tratada pelo autor a partir de uma imagem fotográfica, mas de um logotipo, definindo um centro e um ângulo de giro. Após esse ponto o livro apresenta a fotografia 4, apenas como forma de aplicação (artística e na arquitetura), advertindo o autor sobre o motivo gerador da peça artística, que corresponde a $1/12$ da circunferência formada. Observamos que essa representação caracteriza também a simetria de reflexão, inclusive considerando toda a imagem, ao que o autor, do mesmo modo, poderia ter se reportado.

Fotografia 4 - Rosácea da Catedral de São Pedro.



Fonte: Lopes (2012, p. 112).

O recurso fotográfico também não foi utilizado para introduzir o conceito de *simetria de translação*, o que foi feito por intermédio de um desenho geométrico artístico que permitiu defini-la matematicamente como o deslocamento de um “ponto p para uma posição p' a uma distância d de p , definindo uma direção pp' e um sentido de p para p' ” (LOPES, 2012, p. 113). No entanto, a fotografia 5 foi empregada para que o autor trabalhasse a ideia de *frisa*, conhecida também por *faixa ou fita*: “uma sequência de reflexões equidistantes em uma mesma direção ou translação” (LOPES, 2012, p. 113).

Fotografia 5 - Faixa ou fita formada por ornamentação grega.



Fonte: Lopes (2012, p. 113).

Em seguida, o autor expõe a fotografia da figura 6 para ilustrar a existência dos três tipos de simetria abordados em uma só representação: reflexão, rotação e translação. No entanto,

detectamos também nessa imagem um movimento do tipo translação refletida, ao qual o autor não se refere.

Fotografia 6 - Arte indígena.



Fonte: Lopes (2012, p. 113).

No mesmo tópico, a seção *Para conhecer mais* traz exemplos de simetria contextualizada na arte (fotografia 7 A e C), na natureza (fotografia 7 B), na cultura indígena (fotografia 7 D) e na vida prática (fotografia 8).

Fotografia 7 - Azulejaria portuguesa, trevo de três folhas, arte plástica e arte indígena.

A arte nacional portuguesa, a azulejaria, é baseada em movimentos simétricos.



(A)

A simetria está presente na natureza.



(B)

O artista plástico Antônio Peticov utiliza simetria em suas obras de arte.



(C)

A simetria está presente na arte dos indígenas brasileiros.



(D)

Fonte: Lopes (2012, p.114).

No exemplo das pegadas na areia (fotografia 8), Lopes (2012) cita, superficialmente, uma consequência dos movimentos rígidos que se trata da combinação de dois ou mais movimentos.

Fotografia 8 - Pegadas na areia.

Simetria no dia a dia

Os movimentos de reflexão, rotação e translação podem ser combinados para produzir outros padrões simétricos. Veja o exemplo das pegadas na areia.

Essas pegadas sugerem uma combinação de dois movimentos: translação (o passo para a frente) seguida de uma reflexão (as pegadas do outro pé).

O que une a reflexão, a rotação e a translação é uma propriedade comum. As três transformações são exemplos de movimentos que preservam as medidas.



Fonte: Lopes (2012, p.114).

No entanto, entendemos que o autor não apresenta o movimento final que se sucedeu: primeiramente, ele trata de uma translação que seria representado por um passo a frente, ou seja, o movimento do pé direito. Depois uma reflexão, representado pelo movimento do pé esquerdo. No entanto, ele não se refere ao movimento gerado por essa combinação. Uma alternativa seria afirmar o primeiro movimento de reflexão, do pé direito para o pé esquerdo e, posteriormente, outra reflexão, agora do pé esquerdo para o pé direito, o que gera uma translação da primeira pegada do pé direito para a segunda pegada do pé direito.

Ou seja, dois movimentos de reflexão seguidos geram um de translação ou “uma translação é o produto de duas reflexões” (RÊGO et al, 2006, p. 170; FARMER, 1999). Salientamos, mais uma vez, a observação do autor, em outro momento, sobre a quase simetria existente nos elementos da natureza, no caso, as pegadas na areia e o trevo de três folhas. Ele sugere o movimento das pegadas como uma combinação, porque no rigor conceitual não podemos afirmar que há uma reflexão entre o pé direito e o pé esquerdo.

Na parte seguinte do Capítulo 7, denominado de *Simetrias*, os conceitos trabalhados são utilizados para abordar questões ligadas a *mosaicos e ornamentação*, quando o autor afirma que a simetria se faz bastante presente na arte e na cultura. No tópico denominado *Ladrilhamento ou pavimentação com polígonos*, o autor dá a seguinte definição: “plano coberto por polígonos sem deixar buraco e sem sobreposição de polígonos” (LOPES, 2012, p. 116). Na fotografia 9 vemos um exemplo dessa situação apresentada pelo autor.

Fotografia 9 - Pavimentação.



Fonte: Lopes (2012, p. 116).

Em resumo, entendemos que Lopes utilizou imagens fotográficas significativas, apesar de tê-las usado somente para desenvolver o conteúdo de simetria de reflexão, o que nos faz levantar a hipótese de que o autor utiliza as fotografias de um arquivo para pesquisa, não sendo

produzidas fotos exclusivas para ilustrar as ideias exploradas no texto. Entretanto todas as fotografias apresentadas exercem a função epistêmica e são classificadas como do tipo complementariedade enunciativa.

Análise da coleção Teláris

Quanto à coleção Teláris, o assunto de simetria é abordado de modo breve e superficial no item 7 do Capítulo 2, livro do 7º ano, após o tratamento dos seguintes conteúdos geométricos, entre outros: *Figuras geométricas, Polígonos, Regiões planas*. O estudo dos *Números inteiros* é realizado no capítulo 1, item 3, no qual encontramos o tópico *Números opostos ou simétricos* e antes da abordagem dos *Números racionais* (capítulo 3) que possui um tópico no item 3 denominado de *Oposto ou simétrico de um número racional*. Das 15 imagens utilizadas para abordar o tema, 7 são fotografias. Dante (2012) introduz, primeiramente, a ideia de *eixo de simetria* a partir da possibilidade de se dobrar uma figura em duas partes iguais, na qual as duas partes coincidam, como ocorre, segundo o autor, nas imagens contidas na fotografia 10, em que as linhas tracejadas indicam os eixos de simetria e, conseqüentemente, aonde a figura deve ser dobrada. Para ele, nesses casos dizemos que as figuras têm simetria ou são simétricas.

Fotografia 10 - Coruja e folha.



Fonte: Dante (2012, p. 73).

Notadamente, é necessário nesse tipo de exemplos, tendo como suporte a fotografia, o cuidado com o significado do que seja figura. Ao dobrarmos a figura no eixo de simetria indicado não ocorrerá o que esperamos, ou seja, uma coisa é dobrar a figura, outra é dobrar a imagem indicada contida nela.

Posteriormente, já na seção de exercícios, o texto traz a seguinte proposta de atividade para o aluno, dentre outras, utilizando também o recurso da imagem fotográfica (11).

Fotografia 11 - Mulher, prédio e leão.



Fonte: Dante (2012, p. 73).

O autor recorre à contextualização na natureza com uma incidência maior em relação a outras, como a arte ou a arquitetura, mas não frisa as limitações dessa escolha, como observado na coleção anterior. Assim, poderia indagar: quais as figuras que indicam uma possível simetria ou uma quase simetria?

Outro aspecto a ser considerado em relação à questão proposta é o fato de que enunciados como o seu (Quais destas figuras apresentam simetria?), pode gerar ambiguidades: a simetria deve ser observada no objeto representado na figura ou em sua imagem registrada na figura? Refere-se ao objeto como um todo ou podemos considerar partes dele? Tais aspectos devem ser cuidados, em especial quando o aluno está tendo os primeiros contatos com um conteúdo.

Dante explora ainda, em seu livro, *figuras com simetria em relação a mais de um eixo*, utilizando figuras geométricas para exemplificar esse ponto e *simétrica de uma figura*, recorrendo a situações de reflexão, utilizando-se de outros gêneros imagéticos para efeito de contextualização. Em relação ao segundo ponto, o autor conclui que, em relação às figuras apresentadas, “a figura e o seu reflexo são simétricos, ou então que uma é simétrica da outra.” (DANTE, 2012, p. 75).

Após propor mais alguns exercícios, o autor finaliza o tópico apresentando as imagens destacadas na fotografia 12, endossando a presença da simetria por toda parte, em especial a ocorrência frequente na arquitetura (A), como também na natureza (B).

Fotografia 12 - Palácio Taj Mahal, cidade de Agra, na Índia e de tigre.



Fonte: Dante (2012, p. 76).

(A)

(B)

O autor tratou no texto apenas sobre a simetria reflexiva, todavia, sem se referir a um tipo de movimento rígido. Não abordou a simetria de rotação, nem a de translação, esta última considerada por Rêgo, Rêgo e Fossa (2012) como, entre os movimentos rígidos, o mais simples, por se tratar simplesmente de uma duplicação do motivo padrão.

No entanto, na página 63 é proposta uma atividade intitulada de *Projeto em equipe: Geometria e decoração*, no qual os alunos deverão criar painéis, a partir das figuras apresentadas no texto em estudo, inspirados no exemplo apresentado na questão, cujo motivo é elaborado através de figuras geométricas, caracterizando o que chamamos de faixa, frisa ou fita, típico de atividades exemplificadoras da simetria de translação. Ou seja, o fato de não ter abordado esse tipo de movimento, no texto, poderá confundir a compreensão de simetria axial pelos alunos.

Concluimos, em relação às fotografias escolhidas, que elas têm boa qualidade técnica,

apesar de o autor ter privilegiado elementos da natureza, ou seja, em cinco das sete fotografias, sem fazer referência às suas limitações, para o que se propõe. Não usou nenhuma foto para exemplificar o tipo reflexão de espelho para o qual não há problemas de quase simetria, apesar de ter utilizado outro gênero para tal. Entretanto todas as fotografias apresentadas exercem a função epistêmica e são classificadas como do tipo complementariedade enunciativa.

Algumas conclusões sobre simetria

De uma maneira geral, com base nas coleções analisadas, concluímos que os autores não recorrem ao conteúdo de simetria, no ano em que é proposto, como base para o desenvolvimento lógico dos conteúdos matemáticos que teriam uma aplicação dos seus conceitos, como foi justificado no corpo desse texto. A abordagem é feita de uma forma isolada, no começo, no meio ou no fim do livro, no 7º ou no 8º ano. Ao que nos parece, segue a lógica de intercalar os conteúdos de geometria ao longo do livro, sem obedecer a um critério coerente.

O caso mais emblemático é o estudo dos números inteiros, o qual, nas duas coleções, é apresentado anteriormente ao de simetria. Temos que considerar que o aluno teria as informações do Fundamental I para construir a ideia de número oposto como sinônimo de simétrico, dois anos depois, comprometendo a ideia da aprendizagem como um elemento processual. Em nenhum dos autores identificamos o cuidado em retomar os conhecimentos prévios. Portanto, fica a pergunta: por que o conteúdo de simetria não é proposto antes do estudo dos números inteiros, no 7º ano?

Também não é feita alusão a um vínculo com os outros conteúdos de geometria, à exceção do livro de Lopes que, no mesmo capítulo em que trata de simetria, aborda também os assuntos de *Mosaicos e ornamentos* e *ladrilhamento ou pavimentação com polígonos*, fazendo uma clara vinculação entre os temas, apesar de propor o estudo de simetria só no 8º ano.

Observamos também no livro de Dante o fato do conteúdo de simetria ser tratado entre os números inteiros e os racionais, no qual neste ele também faz alusão sobre números opostos ou simétricos na reta. Porém, não há um vínculo estabelecido com o capítulo que aborda o conteúdo de simetria, por exemplo, através da observação de que tratar oposto como sinônimo de simétrico só tem lógica na simetria de reflexão ou na de rotação com um movimento de 180º. Procedendo dessa forma o aluno poderá compreender melhor que o estudo de simetria é bem mais amplo.

Outro aspecto para o qual atentamos é o fato de que, apesar de a simetria de translação ser o mais simples dos movimentos e da sua larga aplicação nas artes e na construção, pouco é tratado nos livros analisados, a não ser por Lopes. Enquanto a translação refletida não é citada por

nenhuma dos três autores observados.

Ademais, a título de sugestão, entendemos que o conteúdo de simetria deva ser introduzido no 7º ano, antes da abordagem do assunto relativo aos números inteiros para lhe dar sustentação lógica, como também aos assuntos inerentes à geometria, podendo ser tratado nesse momento os movimentos de reflexão e de rotação. No 8º ano poderia ser retomado seu estudo para contemplar os movimentos de translação e translação refletida, contribuindo para a construção de conceitos geométricos.

Quanto ao uso das fotografias, entendemos que elas foram utilizadas, além de razões estéticas, como recurso pedagógico de valor epistêmico, potencializado pelo vínculo com a ideia de contextualização matemática, na qual os aspectos ligados à natureza, à vida prática, às artes e à arquitetura (científico) se fazem presente com maior incidência. De maneira geral, essas constatações demonstram a importância da imagem fotográfica como mediadora no desenvolvimento do conteúdo de simetria.

Referências

ALMEIDA, Manoel de C. **O nascimento da Matemática: a neurofisiologia e pré-história da Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2013.

ARAÚJO, Abraão J.; GITIRANA, Verônica. **Construção do conceito de simetria rotacional através de um ambiente no cabri-géomètre: análise de uma sequência didática**. Disponível em http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_23/construcao_conceito.pdf. Acessado em 25.03.2014.

BRASIL, Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. 5ª a 8ª séries. MEC/SEF, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. PCN +: ensino médio. **Orientações educacionais complementares aos parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio**. Brasília; Ministério da Educação, 2002.

CARLOS, Erenildo J. O emprego da imagem no contexto do livro didático de língua portuguesa. In: Revista Temas em Educação. **Políticas e práticas curriculares em tempo de globalização**. v. 15, n. 01, João Pessoa: Editora UFPB, 2006b. p. 87-100.

_____. Revista Temas em Educação. **Educação e Cultura Visual na sociedade contemporânea**. v. 22, n. 1, João Pessoa: UFPB, jan - jun, 2013. p. 110-119.

COSTA, Cristina. **Educação, imagem e mídias**. São Paulo: Cortez, 2005.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Prefácio. In: ZALESKI FILHO, Dirceu. **Matemática e Arte**. Coleção Tendências em Educação Matemática, Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

DANTE, Luiz R. **Projeto Teláris: Matemática**. 1ª ed, 4 v, 6º a 9º ano. São Paulo: Ática, 2012.

FARMER, David W. **Grupos e Simetria: um guia para descobrir a matemática**. Trad: Cristina Izabel Januário. Coleção Prazer da Matemática. Lisboa: Gradiva, 1999. Trad: Cristina Izabel Januário.

FLORES, Cláudia R. **Cultura visual, visualidade, visualização matemática**. ZETETIKÉ-FE-Unicamp v.18, Número temático 2010. p. 271-293.

_____. Pesquisa em visualização na educação matemática: conceitos, tendências e perspectivas. In: Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v.14, n.1, 2012. p. 31-45.

LOPES, Antônio J. **Projeto Velear: Matemática**. 1. Ed., 4 v, 6º a 9º ano. São Paulo: Scipione, 2012.

MACIEL, Aníbal de M. O posicionamento da fotografia perante o estudo da imagem. In: **Anais do VI Colóquio Internacional de Políticas e Práticas Curriculares**. 2013.

PAIVA, Jussara P. A. A. RÊGO, Rogéria G. do. O uso de faixas decorativas das carrocerias dos caminhões brasileiros no ensino de simetria. In: RÊGO, Rogéria G., RÊGO, Rômulo M., FOSSA, John A., PAIVA, Jussara P. A. A. **Padrões de Simetria: do cotidiano à sala de aula**. João Pessoa: editora Universitária/UFPB, 2006.

RÊGO, Rogéria G., RÊGO, Rômulo M. A inserção da cultura popular no ensino da Matemática: o uso de faixas decorativas das carrocerias dos caminhões brasileiros. In: RÊGO, Rogéria G., RÊGO, Rômulo M., FOSSA, John A., PAIVA, Jussara P. A. A. **Padrões de Simetria: do cotidiano à sala de aula**. João Pessoa: editora Universitária/UFPB, 2006.

RÊGO, Rômulo M. Refletindo sobre a intervenção didática. In: RÊGO, Rogéria G., RÊGO, Rômulo M., FOSSA, John A., PAIVA, Jussara P. A. A. **Padrões de Simetria: do cotidiano à sala de aula**. João Pessoa: editora Universitária/UFPB, 2006.

RÊGO, Rômulo M.; RÊGO, Rogéria G.; FOSSA, John A. Faixas decorativas, simetrias e isometrias. In: RÊGO, Rogéria G., RÊGO, Rômulo M., FOSSA, John A., PAIVA, Jussara P. A. A. **Padrões de Simetria: do cotidiano à sala de aula**. João Pessoa: editora Universitária/UFPB, 2006.

RIPPLINGER, Heliane M. G. **A simetria nas práticas escolares**. Disponível em <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Grzybowski_RipplingerHM.pdf>. Acesso em: 03 mar. 2014.

SANTOS, Luciana F.; TELES, Rosinalva A. Aportes mútuos na relação entre simetria e artes visuais em livros didáticos de Matemática para os anos iniciais. In: Revista REMATEC. **Arte, Matemática e Educação Matemática**, ano 7, n. 10, Natal RN: jan - jun 2012.

SILVA, Rodrigo S.; LOPES, Daniela C. V. O uso de materiais concretos digitais para o ensino e aprendizagem de simetria no ensino fundamental. In: **Revista de Matemática, Ensino e Cultura (REMATEC)**, Ano 7, nº10, EDUFRRN, jan-jun 2012. p.57-82.

STEWART, Ian. **Uma história da simetria na Matemática**. Tradução: Claudio Carina. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

WEYL, Hermann. Simetria. Tradução: Victor Baranauskas. São Paulo: Edusp, 1997.