

A FRAÇÃO COMO MEDIDA A PARTIR DA CONSTRUÇÃO DO INSTRUMENTO MUSICAL GANZÁ

THE FRACTION AS A MEASUREMENT FROM THE CONSTRUCTION OF THE MUSICAL INSTRUMENT GANZÁ

Amanda Couto Almeida¹ 

Fabiana Fiorezi de Marco² 

Resumo

Este artigo apresenta resultados de uma dissertação desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia e tem como objetivo analisar o significado de fração como medida a partir da construção do instrumento musical ganzá com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. A proposta didática foi organizada na forma de uma história em quadrinhos, fundamentada na perspectiva da resolução de problemas, tendo como eixo a construção do instrumento musical, o que possibilitou explorar os significados de fração como medida e como divisão. A análise dos registros e dos diálogos produzidos pelos estudantes evidenciou que, inicialmente, não havia clareza quanto à compreensão do conceito de fração como medida. No entanto, ao longo das atividades e das discussões realizadas em sala de aula, os estudantes puderam reelaborar suas compreensões e avançar na apropriação desse conceito. Como produto educacional, foi elaborada uma unidade didática composta por propostas que articulam a construção de instrumentos musicais a fundamentos básicos da música, com o objetivo de favorecer a exploração do conceito de fração. Espera-se que o trabalho incentive professores a desenvolverem práticas que integrem música e matemática, contribuindo para a aprendizagem dos estudantes.

Palavras-chave: Fração. Histórias em quadrinhos. Ganzá. Resolução de problemas.

Abstract

This article presents the results of a dissertation developed in the Postgraduate Program in Science and Mathematics Education at the Federal University of Uberlândia and aims to analyze the meaning of fractions as a measure through the construction of the ganzá musical instrument with 8th-grade students. The didactic proposal was organized in the form of a comic strip, based on the perspective of problem-solving, with the construction of the musical instrument as its central theme, which made it possible to explore the meanings of fractions as a measure and as a division. The analysis of the records and dialogues produced by the students showed that, initially, there was no clarity regarding the understanding of the concept of fractions as a measure. However, throughout the activities and discussions held in the classroom, the students were able to rework their understandings and advance in the appropriation of this concept. As an educational product, a didactic unit was developed, composed of proposals that articulate the construction of musical instruments with basic music principles, with the aim of promoting the exploration of the concept of fractions. It is hoped that this work will encourage teachers to develop practices that integrate music and mathematics, contributing to student learning.

Keywords: Fraction. Comics. Ganzá. Problem solving.

Introdução

Este artigo é um recorte de uma dissertação (Costa, 2022) desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (Mestrado Profissional) e no Grupo

¹ Escriba: Escola Cristã de Uberaba - amandacouto173@gmail.com - <https://lattes.cnpq.br/5307604670999951> - <https://orcid.org/0000-0001-5121-8833>.

² Universidade Federal de Uberlândia - fabiana.marco@ufu.br - <https://lattes.cnpq.br/3302431723262783> - <https://orcid.org/0000-0002-7126-5626>.

de Estudos e Pesquisa em Ensino de Matemática e Atividade Pedagógica³ da Universidade Federal de Uberlândia, e aborda as frações e a música a partir do interesse e das experiências formativas da primeira autora. O trabalho foi orientado a partir de aspectos relativos à construção de instrumentos musicais para se explorar a ideia da fração como medida e não da relação dos sons para se trabalhar as frações.

A partir de pesquisas em documentos educacionais oficiais, percebeu-se que a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), com a resolução CEB n.3, de 26 de junho de 1998, defende a abordagem da música no ensino em função da possibilidade da realização de uma proposta interdisciplinar e esse mesmo destaque é feito nas Diretrizes Municipais de Uberlândia, município em que foi desenvolvida a pesquisa. Em busca de pesquisas que pudessem subsidiar esse trabalho, foram realizadas buscas no Banco de Teses e Dissertações da Capes⁴, por dissertações voltadas para o ensino de Matemática, com abordagem para o Ensino Fundamental e que trabalhassem as frações a partir da música. As palavras chaves utilizadas na busca foram: "música", "frações", "ensino fundamental", "matemática", sendo utilizadas de uma só vez e os critérios de refinamento foram: tipo (dissertação de mestrado), área do conhecimento (ensino de ciências e matemática), área de concentração (ensino de matemática). Foram encontrados 14 resultados nessa pesquisa e apenas duas delas não atendiam ao nosso objetivo.

A partir das leituras dos trabalhos encontrados, elaboramos uma proposta com o intuito de realizá-la com estudantes de 8º ano, de uma escola municipal de Uberlândia-MG. Entretanto, no momento de seu desenvolvimento, vivenciávamos o tempo de distanciamento social em função da pandemia causada pelo coronavírus (COVID-19). Assim, para a realização do estudo em questão, a primeira autora convidou estudantes do 8º ano da rede municipal de ensino e realizou a proposta em sua casa com a devida autorização dos responsáveis e atendeu aos procedimentos de prevenção e distanciamento em relação ao Covid-19, como o uso de álcool gel e máscaras, além de um espaço arejado como era recomendado pela Organização das Nações Unidas, à época. A forma presencial era necessária em função de algumas situações envolverem a construção de instrumentos musicais que poderiam sofrer modificações caso a modalidade fosse a remota.

A proposta de ensino foi elaborada a partir da perspectiva da resolução de problemas adotada por Marco (2004) e sua estrutura foi organizada a partir de Histórias em Quadrinhos (Barbosa *et al.*, 2004) que envolvia, em sua narrativa, a construção de instrumentos musicais. Assim, a questão de investigação que norteia este artigo é: Como preencher a terça parte do

³ <https://gepemape.com>.

⁴ Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 28 ago.2022.

comprimento de duas latinhas, sem a utilização de qualquer instrumento de medida não convencional? Para tanto, temos como objetivo, neste artigo, analisar o significado de fração como medida a partir da construção do instrumento musical Ganzá com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental.

Atendendo à organização do texto, explicitamos inicialmente os pressupostos teóricos que nos orientaram; a seguir, com o intuito de desvelar nosso objeto de investigação, qual seja, o significado de fração como medida, fazemos a análise de uma discussão ocorrida com dois estudantes de 8º ano; e, por fim, concluímos com algumas considerações sobre o estudo.

Referencial Teórico

A ideia primitiva das representações fracionárias, conforme alega Roque (2012), tem origem em indícios encontrados nos livros de História de Heródoto. Esses registros apontam que o faraó dividia a terra igualmente entre os egípcios e cobrava um imposto com base nessa repartição. Quando as enchentes no Rio Nilo ocorriam e alguns lotes eram perdidos, era necessário fazer uma nova medição da terra a fim de recalcular o pagamento do imposto devido.

Em relação à unidade de medida padrão utilizada para a cobrança de impostos pelo faraó, Rodrigues (2015) e Marco e Rodrigues (2020) afirmam que era utilizado o cúbito egípcio, representado pela medida do cotovelo até a ponta do dedo maior do faraó (524 mm).

Segundo Moreira (s/d⁵), a necessidade de representar as sobras dos pedaços que não tinham como ser medidos com o cúbito inteiro, deu origem às representações fracionárias.

Os responsáveis por essa marcação eram os chamados estiradores de corda, pois mediam os terrenos com cordas nas quais uma unidade de medida estava marcada. Essas cordas eram esticadas e se verificava quantas vezes tal unidade de medida cabia no terreno, pois nem sempre cabia à unidade de medida inteira. Por essa necessidade surgiu o uso do número fracionário. (Moreira, s/d, p. 1).

Oliveira e Basniak (2021) afirmam que para entendermos os elementos fundamentais do processo da fração como medida é necessário buscá-los nas práticas das diversas civilizações, ou seja, os indícios culturais que instigaram a formação das primeiras ideias do conceito da fração. Para tanto, esses autores indicam que tal ideia:

⁵ Disponível em: http://www.jornalonline.com.br/2009/jan/pages/historia-origem-necessidade-numeros-fracionarios-jornalonline.com.br_edicao025. Acesso: 11 set. 2020.

- coincide com a gênese histórica das frações, que surgiu da necessidade de medir quantidades contínuas;
- a magnitude numérica é considerada;
- há necessidade de determinar uma unidade de medida;
- há ruptura com a ideia e propriedades dos números naturais, sendo necessário um novo campo numérico dos números racionais, favorecendo a compreensão dos números fracionários. (Oliveira; Basniak, 2021, p. 17).

Para os autores, as frações surgiram da necessidade de medir quantidades contínuas, além da necessidade de se estabelecer uma unidade de medida padrão.

Ao refletir sobre o movimento histórico relatado por Roque (2012) em relação ao surgimento da fração no Egito Antigo, percebemos que a autora se fundamenta em Caraça (1951) e afirma que esse processo de medição se organiza como uma comparação de grandezas de mesma espécie. Devido ao fato, dos egípcios buscarem o cúbito de faraó como padrão estabelecido para medir os comprimentos dos terrenos, a autora reafirma que ação de medir envolve, como defende Caraça (1951), o estabelecimento de uma unidade de medida para fazer essa comparação, além da busca em expressar essa medida (quantas vezes é maior, menor ou igual ao objeto em relação à unidade estabelecida) a partir de uma linguagem matemática, chegando-se a um resultado final.

Ainda, analisando o processo de criação da ideia de fração no Antigo Egito, percebemos que toda situação que conduziu para o surgimento das frações teve origem pela necessidade gerada pelo problema da repartição de terras de forma igualitária devido às enchentes do Rio Nilo (Roque, 2012; Rodrigues, 2015; Marco; Rodrigues, 2020).

Ao problematizarmos esse momento histórico, de forma prática, encontramos os aspectos defendidos por Marco (2004) quando expõe que um problema surge de uma situação inesperada que pode ou não ter uma solução alcançável e imediata.

Por inesperado entendemos um momento nebuloso em que o sujeito depara-se com o problema e este passa a ser seu, ou seja, o sujeito envolve-se no problema com suas emoções e ansiedades, hesitações, alegrias, propiciando-lhe rever seus pensamentos e procurar analisá-los. (Marco, 2004, p. 9).

O inesperado, segundo Marco (2004), pode envolver o sujeito em uma situação dilemática – momento no qual as ideias se apresentam de uma forma desorganizada – necessitando de elaboração que vai culminar na formulação de possibilidades de solução. Por situação dilemática entende-se

[...] uma manifestação de hesitação e dúvida, momento espontâneo do aluno que tem suas bases nas formas sensitivas do pensamento e surge da sua relação imediata do sujeito com o meio quando esse precisa resolver o problema e se encontra diante da escolha de possibilidades de solução. (Marco, 2004, p.24).

A autora afirma que a resolução de problema decorre do movimento do sujeito em um processo de problematização a partir de situações de incertezas geradas por uma necessidade pessoal ou coletiva. Em outras palavras, trata-se de:

- a) Uma situação de hesitação e impasse que necessita de conhecimentos diversos (matemáticos ou não).
- b) Estabelecimento, por parte do estudante, de reflexões e investigações na busca da criação de processos próprios de resolução.
- c) Ampliação de novos conhecimentos pelo sujeito.

Acerca das situações dilemáticas, Marco (2004) aponta a necessidade de que essas possuam como objetivo elementos que possam desencadear nos sujeitos o desenvolvimento da criatividade e a apropriação de conceitos matemáticos, sendo o professor o organizador da proposta e o estudante, o investigador.

A resolução de problema, nessa perspectiva, é vista como uma situação na qual o problema é desencadeador do processo de aprendizagem, uma vez que o aluno está inserido em um movimento de pensamento e elaboração de conhecimentos, visando resolver o problema enfrentado, por meio da utilização de conceitos matemáticos. (Marco, 2004, p. 2).

Nesse sentido, para o processo de resolução de problemas, Marco (2004) afirma ser importante que o estudante reavalie constantemente suas estratégias, analisando e avaliando seus possíveis erros.

Essa mesma autora também afirma que o contexto não deve ser entendido à parte do sujeito e vice e versa, mas em uma organização conjunta onde situações dilemáticas conduzam o estudante a se conscientizar da sua necessidade de estar naquele movimento, de participar e de solucionar aquele problema. Assim, “[...] não são todas as necessidades sentidas pelo estudante que se caracterizam por problemas, mas sim aquelas que causam desafio e despertam interesse em querer resolvê-las e que, ao resolvê-las, sente-se prazer e realização, como ao vencer um jogo.” (Marco, 2004, p. 21).

Sobre os modos de se trabalhar o registro de problemas de forma didática e atrativa, Barbosa *et al.* (2004) defendem ser por meio de uma narrativa que permita também a exploração da linguagem e do visual sendo, portanto, histórias em quadrinhos uma boa opção.

Em relação ao ensino específico da matemática Barbosa *et al.* (2004) destacam que muitas dificuldades dos estudantes estão associadas à forma como o professor de matemática aborda o assunto, sua metodologia e os recursos didáticos que se utiliza. Deste modo, defendem que a história em quadrinhos pode ser uma forma de atrair os estudantes para início do diálogo de algum conceito matemático, além de possibilitar o desenvolvimento de

uma proposta interdisciplinar, uma vez que essa forma de narrativa pode permitir a abordagem de fazer relações com situações em que a matemática não é tão evidente.

Diante do exposto, entendemos que organizar o ensino e estabelecer objetivos específicos em relação ao ensino e aprendizagem de seus estudantes, deve ser um dos aspectos essenciais do trabalho do professor. Assim, na próxima seção, apresentamos a organização do percurso realizado pela pesquisadora e dois dos estudantes em relação a construção do instrumento musical Ganzá e a apreensão do conceito de fração como medida.

Metodologia e descrição do estudo

A pesquisa foi realizada a partir de um estudo com estudantes do 8º ano do ensino fundamental da cidade de Uberlândia-MG. Para este artigo, selecionamos diálogos de dois estudantes e os denominados pelos nomes fictícios Maria e João com o intuito de preservar suas identidades.

Em relação às características do instrumento musical construído e apresentado neste trabalho, o Ganzá (Figura 1), destacamos que se trata de um instrumento musical de percussão parecido com chocalho, muito utilizado na música popular brasileira, especialmente em gêneros como o samba, o forró, o coco e o maracatu. Ele pode ser feito de um tubo oco de metal ou plástico em formato cilíndrico, preenchido com areia ou grãos de cereais. Por meio de pequenos giros, o músico pode controlar a maneira como os grãos se movimentam dentro do tubo, permitindo a variação de intensidade de acordo com os tempos fortes e fracos do ritmo⁶ (Costa, 2022).

A sua construção, no estudo, teve por objetivo explorar o significado de fração como medida e os materiais necessários para esta construção foram 2 latas de milho em conserva, grãos de arroz, pedras pequenas, fita adesiva, tinta spray e folha sulfite.

Figura 1 – Um tipo de Ganzá



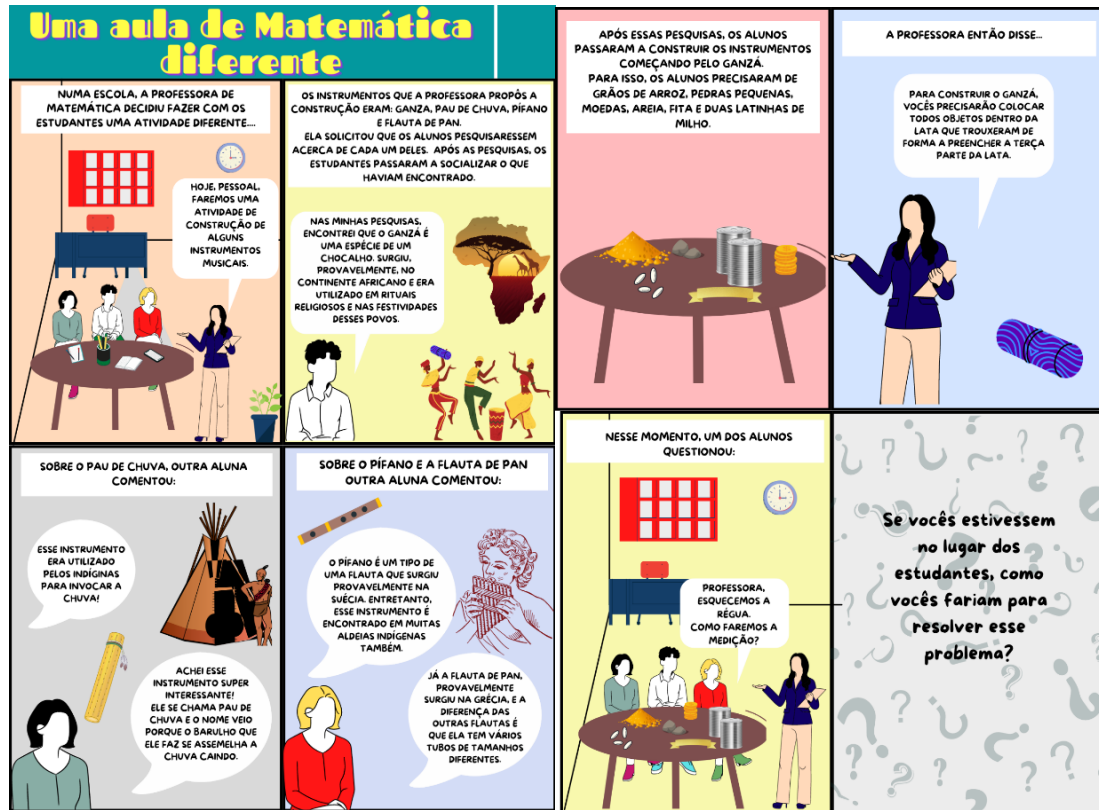
Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Ganz%C3%A1>. Acesso em 09 abr. 2021.

⁶ Disponível em: <https://www.policiamilitar.mg.gov.br/portal-pm/deeas/conteudo.action?conteudo=229516&tipoConteudo=noticia#:~:text=Ganz%C3%A1%20%C3%A9%20um%20instrumento%20musical,de%20cereais%20ou%20pequenas%20contas>. Acesso em 11 jul. 2022.

A FRAÇÃO COMO MEDIDA A PARTIR DA CONSTRUÇÃO DO INSTRUMENTO MUSICAL GANZÁ

Com intuito de mobilizar os estudantes para a construção desse instrumento, foi apresentada parte da história em quadrinhos (Figura 2) elaborada pela primeira autora:

Figura 2– História em Quadrinhos



Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Ganz%C3%A1>. Acesso em 09 abr. 2021.

Para a construção do Ganzá, após a leitura da história em quadrinhos, a pesquisadora (primeira autora) explicou aos estudantes que seria feita a construção do instrumento com a utilização de duas latinhas e alguns objetos para colocar dentro delas como arroz, pedras etc. Para a confecção desse instrumento, era necessário preencher a terça parte do comprimento total das duas latinhas juntas e os estudantes foram desafiados a propor soluções para a resolução desse problema sem a utilização de um instrumento de medida padrão.

Na próxima seção, apresentamos os diálogos e as reflexões realizadas durante esse momento, bem como as análises feitas a partir das falas de dois dos estudantes durante o movimento de resolução da situação.

Análise e Reflexão dos resultados

A escolha por realizar uma proposta que proporcionasse, em sua prática, a discussão dos significados da fração como medida encontra fundamento em Saito (2017, p. 919) quando alega que “[...] não devemos ensinar matemática por meio da história, nem repetir o percurso histórico na formação de um conceito matemático, mas [...] buscar no processo

histórico o movimento do pensamento no contexto de formação deste conceito”. Neste sentido, a discussão ocorrida nesta cena foi provocada pelo seguinte problema: *Como preencher a terça parte do comprimento das latinhas, sem a utilização de qualquer instrumento de medida convencional?*. Tal provocação gerou o seguinte diálogo:

Maria- Pode medir com o lápis?
Professora- Vocês irão fazer do jeito que vocês quiserem. Aqui está uma folha para vocês fazerem algumas anotações.
João- Vou usar meu dedo, 15 cm.
Professora- Como você tem certeza que são 15 cm?
Maria- Esse tamanho da latinha é igual a um palmo meu. [Maria comparando as latinhas com seu palmo].
Professora- Lembrando que queremos encontrar a terceira parte gente!
Maria- Você quer a terça parte de uma ou das duas latinhas?
Professora- Das duas juntas.

Mesmo os estudantes sendo questionados a buscarem uma unidade de medida padrão não convencional, ainda estavam presos à questão da utilização da unidade de medida padrão centímetros e parecem não compreender o significado de medida como uma comparação entre dois objetos, como define Caraça (1951). Parece-nos, ainda, que os estudantes não compreendiam que a modificação do objeto utilizado como padrão influencia o registro da representação do comprimento em forma numérica, como ocorre no seguinte diálogo.

João- Eu na minha opinião acho que é 5. Então eu acho que tudo mede 15cm e um terço é 5cm.
Professora- Se vocês tivessem a régua, como vocês iriam pensar?
Maria- Eu ia medir em centímetros e dividir por 3!
Professora- Mas, vocês não têm a régua. Qual é a primeira coisa que vocês deveriam fazer?
João- Saber a medida!
Professora- Mas a régua é o que para vocês?
João- O dedo!
Maria- O palmo.
Professora- O palmo é o que?
Maria- Um instrumento de medição.
Professora- O que então vocês vão escolher para medir o objeto? Seu dedo?
Maria- Meu dedo.
João- Pode ser o celular ou uma caneta.

Na tentativa de encontrarem uma unidade de medida não padronizada, os estudantes buscaram diversos tipos de objetos que pudessem auxiliar na satisfação da necessidade promovida pela situação proposta.

Maria escolheu utilizar seu dedo como unidade de medida. Essa ação reflete uma estratégia muito comum vivenciada pela humanidade que, em meio às situações do cotidiano, utilizavam partes do corpo humano como unidade de medida (Roque, 2012).

O estudante João estava indeciso sobre qual instrumento escolher para utilizar como unidade de medida: celular, caneta etc., mas decidiu utilizar o instrumento pífano (outro instrumento de medida que havia sido construído).

Maria sugeriu ao seu colega que escolhesse a embalagem de um chocolate - prestígio - para realizar a medição, pois ela tinha o comprimento de sua largura ou de sua altura menor que o comprimento total das latinhas juntas.

A decisão de João em utilizar um objeto maior que a latinha para realizar a medição, proporcionou oportunidade para que a professora direcionasse os estudantes a pensarem sobre o significado da ação de medir, ou seja, a pensar sobre a ação de comparação de elementos de uma mesma grandeza (Caraça, 1951). O estudante percebeu que o objeto que escolheu para a comparação deixaria o processo um pouco mais complexo e, com as sugestões da professora e de Maria, decidiu procurar outro objeto para estabelecer a comparação, tendo em vista a sugestão feita por Maria para que ele escolhesse um objeto que fosse menor que o tamanho das latinhas - a embalagem do prestígio, por exemplo.

Essa ação oportunizou um momento para que os estudantes dialogassem, a partir das sugestões da pesquisadora, qual seria a melhor forma de fazer a comparação em relação à disposição da embalagem de prestígio, ou seja, a forma como eles a colocariam (na vertical ou na horizontal) para a comparação necessária e qual seria a consequência para todo processo. A decisão tomada pelos estudantes foi a de que seria interessante utilizar o comprimento correspondente à largura da embalagem. Assim, começaram a medir e chegaram a um novo problema: O que fazer com parte do comprimento que não cabia a embalagem inteira do prestígio? Ou seja: **O que fazer com a sobra?**

Para resolver esse problema, os estudantes decidiram fazer dobras na embalagem de prestígio. Nesse momento, a pesquisadora trouxe para reflexão a importância de se analisar a melhor disposição do papel antes de fazer as dobras, uma vez que se fosse alterada a disposição da embalagem, influenciaria diretamente no modo como expressar a medida estabelecida como unidade padrão. No diálogo a seguir estão presentes tais reflexões:

Professora- Vamos lá, João! Você usou a embalagem na horizontal ou na vertical?

João- Na horizontal e depois na vertical.

Maria- Se você começa medir com a embalagem na horizontal você não deveria continuar nessa mesma disposição?

João- Não necessariamente...

Professora- Por que não?

João- Eu peguei 1 inteiro esticado para cima, depois peguei a embalagem deitada e dobrei e medi... Posso escrever isso...

Professora- Mas você concorda comigo que vai ser diferente? Medir com a embalagem considerando a largura e depois considerando o comprimento não é a mesma coisa, pois não representa a mesma unidade, o mesmo tamanho...

A FRAÇÃO COMO MEDIDA A PARTIR DA CONSTRUÇÃO DO INSTRUMENTO MUSICAL GANZÁ

João- Então vamos medir de novo...
Maria- Não, João! Tem que ser tudo na mesma posição...
João- Ah! Entendi! Tem que ser tudo na mesma medida...
Maria- Se você dobrar a embalagem na horizontal, a sobra vai dar meio pacotinho.

Os estudantes perceberam que ao fazer a comparação, houve uma sobra que não cabia uma embalagem inteira do prestígio. Portanto, essa situação dilemática (Marco, 2004) proporcionou novas indagações aos estudantes sobre **como** utilizar a embalagem para medir a parte do comprimento que faltava.

Voltando a questão do problema das sobras da medição com a embalagem de prestígio, para resolver o impasse no qual se encontravam, houve o seguinte diálogo:

Professora- E esse pedacinho que sobrou? O que fazer com a embalagem para caber nesse pedaço que sobrou?
Maria- cortar, tirar...
João- dobrar até chegar na medida...

A pesquisadora também solicitou aos estudantes que fizessem o registro, em um quadro, da medida do comprimento total das latinhas para que depois fossem analisados os resultados encontrados.

Quadro 1- Registro da medida do comprimento total da lathinha

Estudante	Instrumento de medida	Comprimento total da lathinha
Maria	Seu polegar	3 polegares e meio polegar
João	Embalagem de prestígio	1 prestígio e 10 dobras

Fonte: Elaborado pela autora

Após esse registro, a pesquisadora questionou o motivo de os registros das medidas serem diferentes, uma vez que ambos tinham latinhas com comprimentos iguais. Os estudantes explicaram que era devido ao fato de terem escolhido unidades de medidas diferentes. A pesquisadora lembrou que na história da humanidade, diversas civilizações também não tinham a mesma unidade de medida: no Egito usavam o cúbito do faraó, outras civilizações o palmo, o polegar, o côvado etc (Roque, 2012).

Esse fato, conduziu os estudantes a buscarem um único objeto como unidade de medida padrão e decidiram utilizar a borracha de Maria. Um dos grandes dilemas para os estudantes era a disposição espacial da borracha, ou seja, se utilizariam como parâmetro de medida o comprimento da borracha ou sua largura.

Sem chegar a uma solução para esta questão, os estudantes abandonaram a ideia de utilizar a borracha e decidiram utilizar um papel com o tamanho da borracha para que pudessem realizar novamente as medições e as dobras necessárias, caso houvesse sobras no comprimento das latinhas. De fato, essa estratégia foi sugerida pela pesquisadora com o intuito de orientar os estudantes a relacionarem as quantidades de papéis inteiros em relação às suas dobras.

A partir do novo processo de medição, João e Maria encontraram sobras, ou seja, perceberam que haveria a necessidade de dobrar o papel com a medida da borracha para encontrar a parte que faltava do comprimento das latinhas. O processo foi conduzido pela pesquisadora de forma que os estudantes realizassem a escrita das medidas encontradas, primeiramente por extenso e, depois, convertendo para a linguagem simbólica.

Após encontrarem a medida do comprimento das latinhas que eram 6 inteiros e $\frac{1}{4}$ da medida da borracha, os estudantes precisavam descobrir a terça parte desta medida. Foi questionado pela pesquisadora como os estudantes conseguiriam encontrar a terça parte de 6 inteiros. Maria e João responderam que pensariam na divisão por 3. A partir dessa consideração, foi sugerido que os estudantes utilizassem esse princípio em relação a representação fracionária e registraram em papel $\frac{6}{3} \quad \frac{\frac{1}{4}}{3}$.

Entendemos que a compreensão e as representações das frações pelos estudantes apresentaram alguns equívocos durante todo o processo e que não podem ser descartados no processo de ensino e aprendizagem, conforme defendido por Picolo, Teixeira, Vitório (2010). Um desses equívocos, foi que durante o processo das dobras do papel, os estudantes esqueceram de fazê-las considerando que a unidade de medida era a largura do papel.

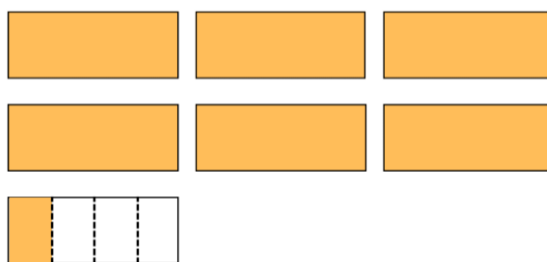
Ao resgatarmos os processos realizados pelos estudantes acerca da maneira como foram utilizados os papéis na medição das latinhas, resgatamos também um processo importante acerca da unidade de medida padrão. As reflexões feitas pelos estudantes demonstraram que a consideração da medida do comprimento em relação a grandeza ou largura ou altura poderia influenciar no processo final de forma que as dobras deveriam ser feitas considerando-se o estabelecimento da grandeza que foi definida pelos estudantes: a medida da largura do papel.

Para Moura *et al.* (2018, p. 5), “Ao eleger o que vamos medir em um objeto estamos destacando uma grandeza a ser medida. Portanto, quando pensou em medir o objeto, você pode ter escolhido uma dessas grandezas: comprimento, massa, volume, capacidade, área, entre outras.”.

No caso da proposta realizada, os estudantes decidiram escolher a largura do papel para realizar a medição, portanto, ao final, a análise feita das partes menores que o inteiro deveria ser a mesma. Entretanto, a medição realizada pelos estudantes não considerou a questão de que os papéis dos estudantes não estavam subdivididos na mesma quantidade de partes, logo o princípio da igualdade para realizar a comparação não se realizaria.

Para investigar o equívoco obtido nesse processo, a pesquisadora entregou aos estudantes 6 papéis inteiros e 1 papel dobrado que correspondia à fração $\frac{1}{4}$, como apresentado na figura 3:

Figura 3-Representação dos papéis utilizados pelos estudantes



Fonte: Elaborado pela autora

A partir da observação do material entregue, ocorreu o seguinte diálogo:

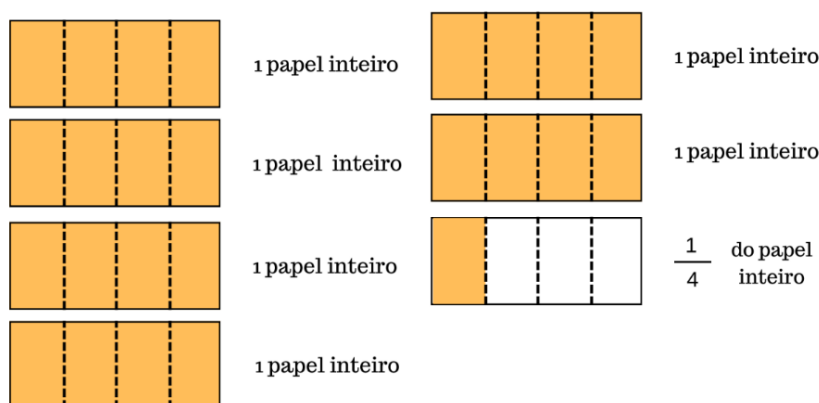
Professora - O que não deu certo antes? Quando encontramos a medida do comprimento da latinha e fomos medir a terça parte, tínhamos que analisar que o papelzinho inteiro estava igual a $\frac{1}{4}$?

Maria e João - Não. Porque os primeiros 6 papéis inteiros não estavam dobrados e o papel do $\frac{1}{4}$ estava. Logo, antes de dividir por 3, temos que igualar as partes que vamos fazer a comparação para depois fazer a divisão por 3.

João - Ah esquecemos de fazer isso!

A partir do diálogo acima, os estudantes perceberam que antes de dividirem por 3, eles precisavam representar a unidade de medida inteira (os papéis inteiros) na mesma subdivisão que a unidade de medida (os papéis) que estava dobrada em 4 partes para, ao final, realizarem a comparação. Os estudantes perceberam, então, a necessidade de que para realizar a comparação era necessário considerar as partes menores que tinham sido formadas e analisar a unidade de medida inteira (os papéis inteiros) considerando essas partes menores. Para isso, a pesquisadora solicitou que os estudantes dobrassem as unidades inteiras na mesma quantidade de partes que a unidade que representava a fração $\frac{1}{4}$ (Figura 4).

Figura 4-Papéis inteiros divididos em 4 partes

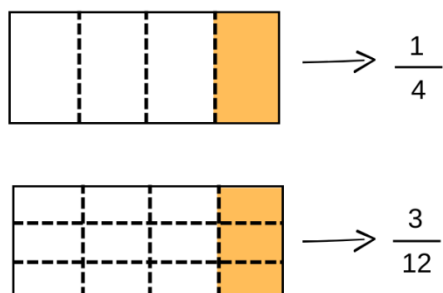


Fonte: Elaborado pela autora

Dessa forma, os estudantes foram incentivados pela pesquisadora a dobrar cada uma das unidades inteiras (papéis inteiros) de acordo com a nova configuração estabelecida, em função das partes menores obtidas pelas dobras, ou seja, dividir por 3, tendo em vista, que o objetivo era encontrar a terça parte do comprimento total das latinhas.

Os estudantes observaram que ao fazer as dobras obtiveram, ao final, 12 partes menores e que juntando os 6 papeizinhos teríamos $12 \times 6 = 72$ partes no total. E em relação a fração $\frac{1}{4}$, os estudantes perceberam que apesar de a unidade (o papel inteiro) estar dividido em 12 partes menores, apenas 3 delas sobrepunham a medida $\frac{1}{4}$ (Figura 5):

Figura 5-Subdivisão de $\frac{1}{4}$ por 3 partes



Fonte: Elaborado pela autora

Os estudantes perceberam que nessa nova configuração, $\frac{3}{12}$ estava representada a mesma parte que $\frac{1}{4}$. Da mesma forma, 6 inteiros poderiam ser escritos como $\frac{72}{12}$. Como as frações estavam subdivididas em partes iguais, era possível juntarem $\frac{3}{12} + \frac{72}{12}$ para encontrarem a porção resultante $\frac{75}{12}$.

Após toda esta discussão, foi percebido pela pesquisadora um equívoco: os estudantes utilizaram o papel disposto de duas formas distintas (na vertical e na horizontal) para a comparação que era solicitada. Assim, a pesquisadora entregou novamente para os estudantes o papel do tamanho da borracha e solicitou que medissem o comprimento total desse objeto:

Para ajudar o João, a professora pegou a latinha e o papel (unidade de medida) e pediu para ele ajudar a demarcar cada vez que a professora o utilizava.

Professora: Um, dois, três, quatro, cinco, seis... Agora para terminar de medir a gente teria que dobrar o papel, certo? Só que quando vocês foram medir o resto ($\frac{1}{4}$) vocês viraram o papelzinho antes de dobrar.

João: Só que a gente virou a papel na vertical para medir por isso ficou errado.

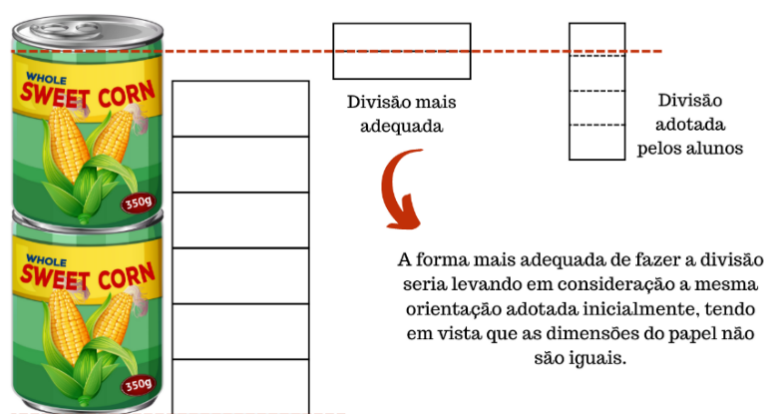
Professora: Exatamente! Se a gente utilizar o papel da maneira certa, dá quanto?

João: Dá meio!

Professora: Isso!! Dá metade, não um quarto. A gente tinha feito essa discussão nas aulas anteriores, que deveríamos medir com o papel na horizontal e para medir a sobra também o papel teria que estar no mesmo sentido, horizontal. Então, a medida da latinha seria seis e meio.

A questão que havia passado despercebida era a posição do papel que foi utilizado para fazer a comparação, pois os estudantes tinham definido que iriam utilizar o papel na horizontal para fazer a medição da latinha. Entretanto, no momento de medir o espaço que havia sobrado, os estudantes mudaram a posição do papel para encontrarem as sobras. (Figura 6).

Figura 6-Representação do erro no processo de medição das latas

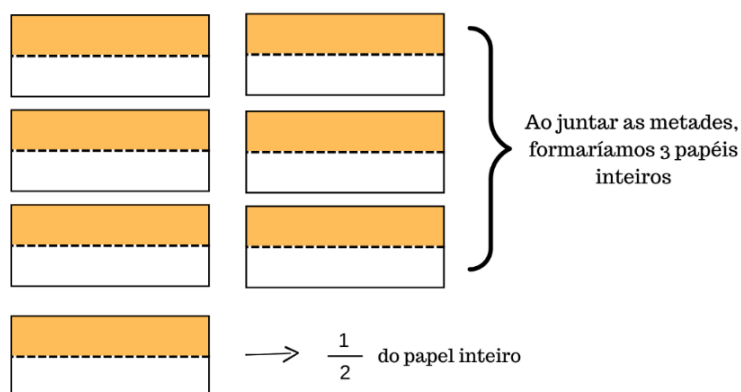


Fonte: Elaborado pela autora

A partir desse entendimento, os estudantes descobriram que a medida do comprimento da latinha seria 6 inteiros e $\frac{1}{2}$. Os estudantes continuaram o processo e, antes de descobrirem a terça parte, subdividiram todos os papéis inteiros da mesma forma.

Um aspecto analisado pelos estudantes a partir do manuseio dos papéis foi que a quantidade de vezes para dobrá-los não é a mesma para obter a quantidade de partes desejada. Por exemplo, para se obter duas partes menores, foi preciso que os estudantes dobrassem o papel apenas uma vez. A partir dessas ações, os papéis ficaram subdivididos da seguinte maneira (Figura 7).

Figura 7- Dobrando os 6 papéis inteiros na metade



Fonte: Elaborado pela autora

Como o objetivo era encontrar a terça parte das latinhas, os estudantes dobraram mais uma vez os papéis de forma a subdividir em 3 partes e a conclusão a que chegaram foi a de que, ao final, cada inteiro teria 6 partes menores.

Foi nesse momento do diálogo que houve elementos disparadores para a pesquisadora poder comentar o principal equívoco do processo anterior. Não houve, por parte da pesquisadora, a devida ênfase em lembrar aos estudantes que estava sendo utilizada a largura do papel para medir as latas. Entretanto, quando foram dobrar os papéis, fizeram as dobras desconsiderando o fato de que era a largura do papel a unidade de medida padrão.

É perceptível que durante o processo de medição não houve, por parte dos estudantes, atenção e cuidado em cada passo para perceber se estava sendo feita a comparação corretamente das grandezas, como havia sido discutido. Analisamos que o fato ocorrido foi importante uma vez que propiciou aos estudantes viver e dialogar sobre a ação equivocada e rever o caminho a ser seguido.

Professora- Vamos analisar o significado disso no papel. Quando medimos a lata, medimos quanto cabe ou o comprimento?

João- O comprimento!

Professora- Após as dobras, quando foi feita a análise final dos papéis que foram utilizados na medição, foi analisado a área de cada papel. Entretanto, no processo de medição das latas, na verdade estávamos fazendo a comparação utilizando a medida da largura desses papéis. Então, olhando para nosso papel,

quantas subunidades correspondem a medida da largura desse papel?

João- dois!

Professora- Isso, são dois porque não estamos medindo na vertical. Se estivéssemos medindo na vertical daria quanto?

João- Três.

Professora- Então, nós vamos analisar somente as subunidades que correspondem a largura do papel. Como a gente poderia fazer esse desenho em forma de fração?

Maria- $\frac{1}{6}$?

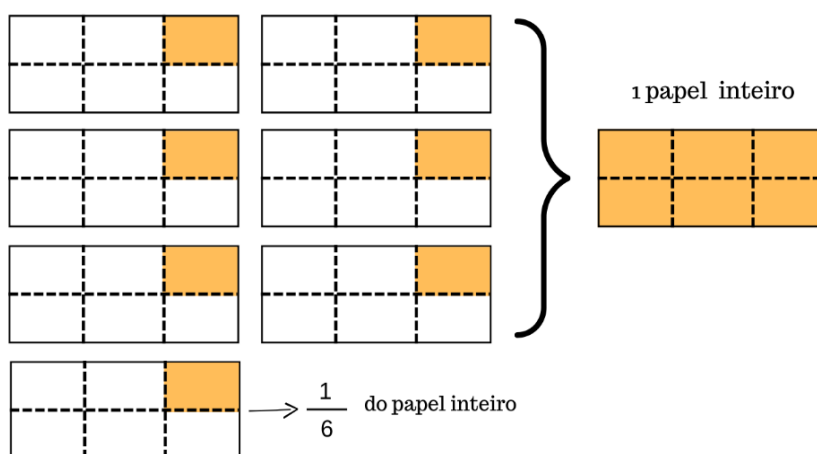
João- $\frac{2}{6}$ na minha opinião, pois nesses 3 papeizinhos temos que 2 subunidades correspondem a largura do papel.

Professora- Quando a gente dobrou a primeira vez, dobramos na metade. Analisando as subunidades menores, se juntarmos, quantos papéis inteiros seriam formados?

João e Maria- 3 papéis inteiros.

Professora- Isso! O que estamos fazendo é uma composição, ou seja, pegando as partes menores que um inteiro e agrupando-as para ver se juntas equivalem ao papel inteiro, que é o que eu tinha no início e foi a unidade escolhida de comparação.

Figura 8- Reestruturação das sobras dos papéis



Fonte: Elaborado pela autora

Diante do exposto, concordamos com Moura *et al.* (2010, p. 216) que “Para que a aprendizagem se concretize para os estudantes e se constitua efetivamente como atividade, a atuação do professor é fundamental ao mediar a relação dos estudantes com o objeto do conhecimento, orientando e organizando o ensino”.

A partir da mediação feita pela pesquisadora, os estudantes perceberam a necessidade que tinham de agrupar as partes menores que o inteiro, para visualizarem se era possível formar uma unidade. Inferimos que as problematizações realizadas pela pesquisadora acerca do instrumento utilizado - papel -, puderam auxiliar a melhor compreensão dos estudnates sobre as ideias de medida e grandeza consideradas na apropriação do conceito de fração como medida.

Considerações Finais

Percebemos que o movimento da compreensão do significado da fração como medida é um processo cuidadoso que precisa intencionalidade do professor para orientar as discussões e provocar a reflexão de diversos aspectos como o estabelecimento de unidade de medida padrão, a comparação de uma mesma grandeza, dentre outros aspectos que foram expostos na análise apresentada.

A contextualização em uma proposta que envolvia a construção de um objeto musical possibilitou que os estudantes se sentissem desafiados a resolver o problema, para que pudessem construir seu próprio Ganzá e pudessem utilizá-lo posteriormente. As histórias em quadrinhos, possibilitaram uma forma mais atrativa para que os estudantes tivessem contato com o registro do problema da construção do Ganzá.

Entendemos que as contribuições registradas nesse trabalho têm como objetivo incentivar outros professores a organizarem o ensino de frações de modo mais significativo e compreensivo para seus estudantes.

Referências

- BARBOSA, Alexandre; VERGUEIRO, Waldomiro; RAMA, Angela; RAMOS, Paulo. VILELA, Túlio. **Como usar as histórias em quadrinhos na sala de aula**. Editora Contexto, São Paulo, SP, 2006. (versão kindle).
- CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. 1ª edição. Lisboa, 1951.
- COSTA, Amanda Couto da. **Ensinando fração a partir da construção de instrumentos musicais**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, 2022. DOI: <http://doi.org/10.14393/ufu.di.2022.614>. Disponível em: <https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/36650>.
- MARCO, Fabiana Fiorezi de; RODRIGUES, Carolina Innocente. Ensino de frações com estudantes do 6º ano do ensino fundamental: um episódio no Egito antigo. **ACTIO: Docência em Ciências**, v. 5, p. 1-23, 2020. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/12457>. Acesso em 07 nov. 2022.
- MARCO, Fabiana Fiorezi de. **Estudo dos processos de resolução de problema mediante a construção de jogos computacionais de matemática no ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação: Educação Matemática) — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2004. 141p.
- MOREIRA, Sílvia Mendes. **Origem da necessidade de números fracionários!** Sem data. Disponível em: http://www.jornalonline.com.br/2009/jan/pages/historia-origem-necessidade-numeros-fracionarios-jornalonline.com.br_edicao025. Acesso em: 04 ago. 2020.
- MOURA, Manoel Orisvaldo de. Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. In: **Revista Diálogo Educ.**, Curitiba, v.10, n. 29, p.205-229, jan./abr.2010.
- OLIVEIRA, Vania Sara Doneda de; BASNIAK, Maria Ivete. Frações e suas múltiplas interpretações: reflexões sobre o ensino e a aprendizagem. In: **HISTEMAT, SBHMat**, v.7, p.1-

20, 2021. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/29450/1/Doneda2021Fra%C3%A7%C3%B5es.pdf>. Acesso em: 09 jul. 2022.

PICOLO, Kátia Luzia; VITÓRIO, Sônia Maria; TEIXEIRA, Thaise Bússolo. Considerações sobre práticas pedagógicas com ênfase no ensino da Geometria. **Revista de Iniciação Científica**, volume 5, nº 1, Universidade do Extremo Sul Catarinense (UNESC), 2010. Disponível em: <https://periodicos.unesc.net/ojs/index.php/iniciacaoocientifica/article/view/168/173>. Acesso em: 28 de jul.2022.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática**: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Editora Zahar, 2012.

STANIC, George Milan Alexander; KILPATRICK, Jeremy. **Perspectivas históricas sobre resolução de problemas no currículo de matemática**. Em RI Charles, & EA Silver (Eds.), The Teaching and Assessment of Mathematical Problem Solving (pp. 1-22). Reston, VA: NCTM/Lawerance Erlbaum Associates. 1989. Disponível em: <https://docplayer.com.br/43504016-Perspectivas-historicas-da-resolucao-de-problemas-no-curriculo-de-matematica-1.html>. Acesso em: 28 jul. 2022.