



A MOBILIZAÇÃO DA TRANSNUMERAÇÃO E O DESENVOLVIMENTO DA HABILIDADE DE CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ROTEIRO À LUZ DOS PRINCÍPIOS DA ENGENHARIA DIDÁTICA

THE MOBILIZATION OF TRANSNUMERATION AND THE DEVELOPMENT OF GRAPH CONSTRUCTION SKILLS IN ELEMENTARY EDUCATION: A FRAMEWORK IN LIGHT OF DIDACTIC ENGINEERING PRINCIPLES

Anderson José Gomes Ferreira¹ D Valquíria Dutra Leite²

Chang Kuo Rodrigues³

Resumo

O presente artigo relata uma experiência de aprendizagem elaborada à luz dos princípios da Engenharia Didática e voltada à mobilização da transnumeração e ao desenvolvimento da habilidade de construção de gráficos por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental. As atividades de produção e tratamento de dados foram realizadas por ocasião do desenvolvimento de um projeto que teve como tema a problemática do lixo eletrônico. Participaram da pesquisa 17 estudantes do 7º Ano do Ensino Fundamental. Para a mobilização da transnumeração, os estudantes procederam ao levantamento quantitativo e tipificação dos produtos eletrônicos a serem descartados em suas residências e, posteriormente, pela totalidade da turma. Para o desenvolvimento da habilidade de construção de gráficos, os estudantes construíram, individualmente, um primeiro gráfico com o uso de papel e lápis e um segundo gráfico com o uso de tecnologias digitais. Os resultados indicaram que as atividades propostas se mostraram eficazes para a mobilização da transnumeração. Todavia, os estudantes enfrentaram impasses e dificuldades na construção de gráficos, o que demandou orientações e intervenções diretivas do professor. Sendo assim, concluiu-se que a habilidade de construção de gráficos não é facilmente adquirida pelos estudantes.

Palavras-chave: Educação Matemática. Educação Estatística. Transnumeração. Gráficos Estatísticos. Literacia Estatística.

Abstract

This article reports a learning experience based on the principles of Didactic Engineering and focused on the mobilization of transnumeration and the development of graph construction skills by students in the final years of Elementary School. Data production and processing activities were carried out during the development of a project whose theme was the problem of electronic waste. 17 students from the 7th year of elementary school participated in the research. For the mobilization of transnumbering, the students carried out a quantitative survey and typification of electronic products to be discarded in their homes and, later, by the entire class. For the development of the graph construction skill, the students individually constructed a first graph using paper and pencil and a second graph using digital technologies. The results indicated that the proposed activities proved to be effective in mobilizing transnumbering. However, the students faced impasses and difficulties in the construction of graphs, which demanded guidance and directive interventions from the teacher. Therefore, it was concluded that the skill of building graphs is not easily acquired by students.

Keywords: Mathematics Education. Statistical Education. Transnumbering. Statistical Charts. Statistical Literacy.

¹ Universidade Federal de Juiz de Fora - dinhogferreira@yahoo.com.br - https://orcid.org/0000-0002-4755-9069

² Universidade Federal de Juiz de Fora - <u>valkikilcv@gmail.com</u> - https://orcid.org/200000-0003-3921-0198

³ Universidade Federal de Juiz de Fora - <u>changkuockr@gmail.com</u> - https://orcid.org/0000-0001-8716-6078

Introdução

Este artigo trata de um recorte, sob a perspectiva dos procedimentos metodológicos, da dissertação de Mestrado intitulada "O pensamento estatístico nos anos finais do Ensino Fundamental: o desenvolvimento da transnumeração e da construção de gráficos", concluída por Ferreira (2022) e vinculada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, da Universidade Federal de Juiz de Fora e, também, pertencente ao projeto de pesquisa "Educação Estatística: desafios e possibilidades no ensino e na aprendizagem".

O interesse em desenvolver o presente estudo se deve a duplo motivo. Primeiro, o crescente uso de imagem em detrimento à escrita pela sociedade, que faz com que o poder de síntese e comunicação dos gráficos seja cada vez mais valorizado. E segundo, a necessidade de mobilização da transnumeração e do desenvolvimento da habilidade de construção de gráficos, principalmente na Educação Básica, tanto para a promoção do espírito científico e reflexivo, como para o exercício da cidadania e o posicionamento crítico diante do mundo e da realidade vivida.

No contexto de um mundo contemporâneo cada vez mais imagético, os gráficos constituem o principal instrumento de visualização e divulgação das informações estatísticas. Todavia, gráficos com informações distorcidas e incorretas (algumas vezes intencionalmente, outras vezes não) são bastante comuns na mídia e na literatura.

Por isso, propomos e relatamos neste artigo uma série de ações pedagógicas de produção e tratamento de dados, no campo da Educação Matemática e da Educação Estatística, voltadas à mobilização da transnumeração e ao desenvolvimento da habilidade de construção de gráficos por estudantes do Ensino Fundamental.

Essas ações foram elaboradas em consonância com os princípios da Engenharia Didática, metodologia de pesquisa proposta Artigue (1996) e considerada um marco da Didática da Matemática Francesa.

Referencial Teórico

A Estatística – ciência que se dedica à produção e à análise de dados para a extração de conclusões e tomada de decisões diante de incertezas – levanta e responde questões de todo tipo a respeito do mundo (Crespo, 2002; Moore, 2005; Bussab; Morettin, 2010). Com efeito, tomamos conhecimento de muitos fenômenos da realidade a partir dos dados produzidos e tratados com o emprego de ferramentas estatísticas. Por isso, a mobilização do pensamento estatístico é um objetivo educacional que perpassa todos os níveis de ensino, desde a educação infantil até a educação superior e, ainda, em diferentes áreas do conhecimento.

O pensamento estatístico, de acordo com Campos, Wodewotzki e Jacobini (2018), pode

ser definido como a

[...] capacidade de relacionar dados quantitativos com situações concretas, admitindo a presença da variabilidade e da incerteza, escolher adequadamente as ferramentas estatísticas, enxergar o processo de maneira global, explorar os dados além do que os textos prescrevem e questionar espontaneamente os dados e os resultados. (Campos; Wodewotzki; Jacobini, 2018, p. 44).

Já a transnumeração é um dos elementos do pensamento estatístico, até mesmo porque

[...] ocorre quando encontramos formas de obter dados (por meio de medição ou classificação) que capturam elementos significativos do sistema real. Ela permeia toda a análise de dados estatísticos, ocorrendo toda vez que mudamos nossa maneira de ver os dados, na esperança de que isso nos traga um novo significado. Podemos olhar através de muitas representações gráficas para encontrar várias realmente informativas. Podemos reexprimir os dados por meio de transformações e reclassificações, procurando novos insights. Podemos tentar uma variedade de modelos estatísticos. E no final do processo, a transnumeração acontece novamente quando descobrimos representações de dados que ajudam a transmitir nossos novos entendimentos sobre o sistema real a outras pessoas. (Wild; Pfannkuch, 1999, p. 227, tradução nossa).⁴

Em síntese, três aspectos da transnumeração são realçados por Chick (2004, p. 168, tradução nossa): "a captura de medidas do mundo real, a reorganização e o cálculo com os dados e a comunicação dos dados por meio de alguma representação".

Sendo assim, entendemos a transnumeração como um processo dinâmico de formação e alteração de representações dos dados de algum fenômeno da vida real (por exemplo, em tabelas, gráficos, medidas de tendência central e de dispersão) no intuito de facilitar a compreensão desse fenômeno.

Os gráficos, de acordo com Crespo (2002, p. 38), são uma "forma de apresentação dos dados estatísticos, cujo objetivo é o de produzir, no investigador ou no público em geral, uma impressão mais rápida e viva do fenômeno em estudo". Em seguida, o autor aponta a simplicidade, a clareza e a veracidade como requisitos indispensáveis para que um gráfico seja realmente útil.

Nesses termos pode-se afirmar que:

Não existe uma única ferramenta estatística tão poderosa quanto um gráfico bem escolhido. Nosso sistema olho-cérebro é o processador de informações mais sofisticado já desenvolvido e, por meio de exibições gráficas, podemos fazer bom uso desse sistema para obter uma visão profunda da estrutura dos dados. Uma enorme quantidade de informações quantitativas pode ser transmitida por gráficos; nosso sistema olho-cérebro pode resumir vastas informações

⁴Transnumeration occurs when we find ways of obtaining data (through measurement or classification) that capture meaningful elements of the real system. It pervades all statistical data analysis, occurring every time we change our way of looking at the data in the hope that this will convey new meaning to us. We may look through many graphical representations to find several really informative ones. We may re-express the data via transformations and reclassifications looking for new insights. We might try a variety of statistical models. And at the end of the process, transnumeration happens yet again when we discover data representations that help convey our new understandings about the real system to others. Transnumeration is a dynamic process of changing representations to engender understanding. (Wild; Pfannkuch, 1999, p. 227).

rapidamente e extrair características marcantes, mas também é capaz de focar em detalhes. Mesmo para pequenos conjuntos de dados, existem muitos padrões e relacionamentos que são consideravelmente mais fáceis de discernir em exibições gráficas do que por qualquer outro método analítico de dados. (Chambers *et al.*, 1983, p. 1, tradução nossa).⁵

Além disso, cumpre-nos recorrer, mais uma vez, aos autores (Chambers *et al.*, 1983) para lembrar que os gráficos, ao apresentarem os dados de forma pictórica (ou, em outras palavras, geométrica), também desempenham outros papeis importantes quando permitem ao analista de dados: 1) explorar os dados minuciosamente; 2) procurar padrões e relações; 3) confirmar ou refutar expectativas sobre os dados; 4) descobrir novos fenômenos; 5) confirmar ou refutar suposições sobre os dados e os procedimentos estatísticos utilizados; e 6) formular um diagnóstico e sugerir soluções ou ações corretivas.

Por essas razões, destacamos o quão é necessário propor e discutir ações pedagógicas que promovam a mobilização da transnumeração e o desenvolvimento da habilidade de construção de gráficos, sobretudo na Educação Básica.

Na próxima seção, relataremos o planejamento e a implementação de uma série de ações pedagógicas voltadas a esse fim e elaboradas à luz dos princípios da Engenharia Didática.

Metodologia de Pesquisa

A Engenharia Didática, metodologia de pesquisa com abordagem qualitativa, foi proposta por Michèle Artigue na década de 1980 e fez uma comparação entre o trabalho didático do professor e o trabalho do engenheiro, que requer conhecimentos científicos próprios de seu domínio e enfrenta problemas complexos para a sua realização (Souza, 2013; Pommer, 2013).

A Engenharia Didática articula prática de ensino e prática de pesquisa a partir de experiências realizadas em ambiente de sala de aula e desenvolvidas em quatro etapas consecutivas: 1) análises prévias; 2) concepção e análise *a priori* das situações didáticas da engenharia; 3) experimentação; e 4) análise *a posteriori* e validação (Artigue, 1988).

De acordo com Silva, Lozano e Rodrigues (2017, p. 161), "a Engenharia Didática como procedimento metodológico, dá ao professor a possibilidade de prover fundamentação teórica, ampliar seus conhecimentos e formar um elo entre teoria e prática".

Do mesmo modo, Pivatto e Schuhmacher (2013, p. 83) asseveram que "o aporte da

⁵ There is no single statistical tool that is as powerful as a well-chosen graph. Our eye-brain system is the most sophisticated information processor ever developed, and through graphical displays we can put this system to good use to obtain deep insight into the structure of data. An enormous amount of quantitative information can be conveyed by graphs; our eye-brain system can summarize vast information quickly and extract salient features, but it is also capable of focusing on detail. Even for small sets of data, there are many patterns and relationships that are considerably easier to discern in graphical displays than by any other data analytic method. (Chambers *et al.*, 1983, p. 1).

Engenharia Didática para o ensino como campo metodológico, refere-se à possibilidade de apresentar a fundamentação teórica para que o professor conheça o significado e amplie o leque de opções, formando elo entre a teoria e a prática de sala de aula".

Uma vez justificada a eleição da Engenharia Didática, vamos às etapas do itinerário da pesquisa.

Análises Prévias

As Análises Prévias, primeira etapa da Engenharia Didática, caracterizam o funcionamento do ensino habitual de um certo saber como um ponto de partida para determinar as possíveis condições de existência de um ponto de funcionamento mais satisfatório. Nesse sentido, para Pommer (2013), o ensino tradicional é visto como um estado de equilíbrio de um sistema dinâmico, mas pouco satisfatório por apresentar falhas de natureza diversa. A Engenharia Didática nos leva a refletir sobre essas fragilidades para propor intervenções de melhoria e aprimoramento.

As análises prévias contemplam três dimensões: 1) a dimensão epistemológica, associada às características do saber analisado; 2) a dimensão cognitiva, associada às características do público e/ou estudante, ao qual se dirige o ensino; e 3) a dimensão didática, associada às características do funcionamento do sistema de ensino.

Análises Prévias: Dimensão Epistemológica

A Estatística compreende três ramos: a Estatística Descritiva, a Inferência Estatística (também chamada Estatística Indutiva ou Inferencial) e o Cálculo das Probabilidades (Lopes, 2013).

Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), ao delinearem um quadro que mostra a considerável evolução no ensino de Estatística, apontam diferentes enfoques pedagógicos a partir da segunda metade do século XX. No final dos anos 1950, a Estatística foi integrada ao currículo do ensino secundário e a ênfase recaiu sobre o estudo do Cálculo das Probabilidades. Mais tarde, a Estatística foi introduzida no ensino primário e a ênfase recaiu sobre a representação de dados e as medidas de tendência central. Posteriormente, a Estatística passou a ser vista como "trabalho com dados". E atualmente, o ensino de Estatística apresenta três vertentes:

(i) com ênfase no processo de Análise de Dados, tal como ela é utilizada no dia a dia na sociedade (é o caso da Inglaterra); (ii) como capítulo da Matemática, frequentemente designado por Estocástica, sublinhando aspectos conceptuais e/ou computacionais (como na França); e (iii) como 'state' istics, ou seja, como instrumento auxiliar para o estudo dos mais variados assuntos e disciplinas escolares (caso da Suécia). A última tendência refere-se à forma como a Estatística é usada por outras disciplinas – o que assume grande importância, se ela recebe reduzida atenção em Matemática. As duas primeiras tendências dizem respeito ao modo como a Estatística é abordada na disciplina de Matemática –

com ênfase nos aspectos matemáticos ou na sua utilização em diversos campos. (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2009, p. 104, grifo dos autores).

No Brasil, as diretrizes oficiais e os documentos relativos às propostas curriculares, elaborados pelo Ministério da Educação, recomendam o ensino de Estatística desde as séries iniciais do processo escolar até o Ensino Médio (Brasil, 2018).

Com relação à mobilização da transnumeração, Lopes (2010) destaca a ênfase dada, no currículo brasileiro de Matemática, ao trabalho de coleta, organização e análise de informações; à construção e interpretação de tabelas e gráficos; e à determinação da probabilidade de sucesso de um determinado evento por meio de uma razão. Ademais, é recomendado o desenvolvimento de pesquisas próximas da realidade dos estudantes.

Em Estatística, o estudo dos gráficos é emblemático pois, como bem nos assegura Rumsey (2019), o estudante encontra

[...] gráficos todos os dias; pode abrir um jornal e, sem muito esforço, provavelmente encontrará vários gráficos. Ter uma lupa de estatístico para ajudálo a interpretar as informações é algo crítico para que possa identificar os gráficos enganosos antes de chegar a conclusões erradas e, possivelmente, tomar atitudes. (Rumsey, 2019, p. 25).

Desta forma, espera-se que o processo de ensino e de aprendizagem contemple o desenvolvimento de três habilidades específicas relativas aos gráficos: a leitura, a interpretação e a construção.

Logo, fica evidente que a mobilização da transnumeração e o estudo dos gráficos constituem objetivos imediatos no ensino de Estatística na Educação Básica.

Análises Prévias: Dimensão Cognitiva

Os avanços da computação gráfica e o advento e a democratização de *softwares* informáticos específicos simplificaram a construção de gráficos em termos técnicos e operacionais e, dessa forma, o uso de gráficos tornou-se rotineiro na análise de dados (Bussab; Morettin, 2010).

Wallgren e outros (1996, p. 13, tradução nossa) admitem que "existe um número quase infinito de diferentes tipos de gráficos". A título exemplificativo, citamos os tipos mais conhecidos e estudados no ambiente escolar: gráficos de barras, gráficos de linhas, gráficos de áreas, gráficos de setores, gráficos polares, pictogramas, histogramas, polígonos de frequências, gráficos de dispersão, diagrama caule-e-folhas e caixa-de-bigodes (*boxplot*).

Como a mobilização da transnumeração e o trabalho de construção de gráficos apresentam diferentes graus de complexidade, principalmente devido à natureza e às características dos dados,

Revista de Educação, Ciências e Matemática v.14 n.3 e9002 2024

⁶ There is an almost infinite number of different kinds of charts. (Wallgren et al., 1996, p. 13).

é necessário identificar e respeitar o estágio em que se encontram os estudantes.

Posto isso, com relação à mobilização da transnumeração, Van de Walle (2009) orienta que os estudantes, ao lidarem com a Estatística, tenham

[...] experiências informais, mas significativas com conceitos básicos de Análise de Dados ao longo de seus anos escolares. Da EI à 3ª série, os estudantes podem começar essa compreensão aprendendo como os dados podem ser categorizados e exibidos em várias formas gráficas. Quando os alunos chegarem à 5ª série, eles já devem ter tido muitas experiências em coletar e organizar conjuntos de dados como também representar dados em várias formas gráficas para melhor mostrar o que os dados indicam. Eles devem começar a aprender sobre conceitos estatísticos, tais como média, mediana e moda. Nas séries finais do EF, os alunos devem continuar a fundamentar esse conhecimento básico, desenvolvendo uma melhor compreensão dessas representações e estatísticas conforme aprendem sobre novas representações tais como gráficos de caixa, gráficos de "ramo-efolha" e gráficos de dispersão. (Van de Walle, 2009, p. 485).

Nesse mesmo sentido, mas referindo-nos agora especificamente ao estudo dos gráficos, Friel, Curcio e Brigth (2001) sugerem uma sequência (Quadro 1) para ordenar a abordagem dos diferentes tipos de gráficos na Educação Básica, e que também deve levar em consideração os níveis de escolaridade e o conhecimento matemático dos estudantes.

→ Tabelas como ferramentas representacionais ou de organização ← 1º ao 2º Ano -→ 3º ao 5º Ano — → 6º ao 9º Ano • Gráficos de objetos • Gráficos de imagens • Gráficos de linha • Gráficos de barras (com • Gráficos de barras uso de linhas de grade (empilhados ou usando para facilitar a leitura de vários conjuntos de frequências; rotulagem de dados) barras com valores • Diagramas de caule-enuméricos) folhas Gráficos de setores Gráficos de setores (leitura da ênfase (leitura e construção) primária) Histogramas • Diagramas de caixa • Gráficos de linha → Introdução e uso da escala ← → Desenvolvendo conhecimentos de matemática ← → Complexidade de dados ←

Quadro 1 - Progressão sugerida para a introdução de tipos de gráficos (leitura e construção).

Fonte: Friel, Curcio e Brigth (2001, p. 147, tradução nossa).

Logo, fica evidente que a compreensão do estágio cognitivo dos estudantes é um fator relevante ao propor experiências de aprendizagem e oportunidades de mobilização da transnumeração e de desenvolvimento da habilidade de construção de gráficos.

Outro aspecto que chama a atenção é o fato de que os estudantes infanto-juvenis sejam capazes de aprender todos os tipos de gráficos ainda na Educação Básica (Quadro 1), pois na contramão disso, o que se vê tradicionalmente é a abordagem do ensino de gráficos restrita aos tipos mais correntes e triviais, o que configura um entrave à formação gráfica dos estudantes.

Com efeito, Cazorla (2002, p. 51) observa que, "de modo geral, os gráficos no Ensino Fundamental e Médio se limitam ao gráfico de barras, circular, de linhas e aos pictogramas, às vezes ligados ao levantamento de dados da própria escola".

Análises Prévias: Dimensão Didática

O estudo dos gráficos objetiva o desenvolvimento de três habilidades específicas: a leitura, a interpretação e a construção de gráficos. Porém, é preciso pontuar que essas habilidades são bem distintas entre si.

Leinhardt, Zaslavsky e Stein (1990, p. 12-13, tradução nossa) esclarecem que a "interpretação depende e requer reação a um dado pedaço de dados (por exemplo, um gráfico, uma equação ou

ISSN 2238-2380

um conjunto de dados), e a construção requer a geração de novas partes que não são dadas".

No entanto, o ensino tradicional de gráficos tem privilegiado o desenvolvimento das habilidades de leitura e interpretação em detrimento da habilidade de construção.

De acordo com Batanero (2001, p. 79, tradução nossa), "os professores por vezes assumem que a produção de tabelas e gráficos é muito simples e passam pouco tempo a ensiná-los".

Observação semelhante é feita por Lopes (2013) quando afirma que:

Apesar de a inclusão da Estatística e da Probabilidade no currículo de Matemática de vários países ser explícita e efetiva, o mesmo não ocorre dentro das salas de aula. Estes temas, em geral, têm sido colocados ao final dos programas de ensino e, assim, nem sempre estudados pelos alunos, por falta de tempo, por falta de convicção do seu real interesse ou por falta de domínio teórico-metodológico do professor sobre os conceitos estatísticos e probabilísticos. Consequentemente, ainda têm foco limitado nas pesquisas produzidas em Educação Matemática. (Lopes, 2013, p. 58).

A ênfase dada à leitura e à interpretação de gráficos também é resultado da histórica influência dos exames de admissão para o ensino superior na organização dos currículos. Com efeito, questões que demandam leitura e interpretação de gráficos sempre estiveram presentes nesses exames.

Relegar a construção de gráficos gera uma lacuna ou omissão no processo de aprendizagem que traz uma grave consequência: os estudantes deixam de construir representações gráficas próprias e, dessa forma, perdem oportunidades de mobilização da transnumeração. Nesse contexto, a utilização preferencial de gráficos já prontos, elaborados e veiculados pela mídia, faz com que a habilidade de construção seja pouco ou nada explorada.

O entendimento de que o processo de construção de gráficos é simples nos afigura um grave equívoco. Construir gráficos requer a consideração de aspectos analíticos, decisórios e técnicos, tais como defendem Bright, Curcio e Friel (2001).

Antes de construir um gráfico, o estudante deverá analisar as questões-chave, que constam de um *checklist* proposto por Wallgren e outros (1996): É melhor utilizar um gráfico, uma tabela ou um texto descritivo? É melhor utilizar um único gráfico ou vários gráficos? Qual é o público-alvo? Qual é o papel do gráfico? Que tipo de gráfico devo escolher? Como o gráfico deve ser apresentado? Qual deve ser o tamanho do gráfico? Que tecnologia devo escolher?

Na sequência, o estudante deverá analisar os dados disponíveis no que diz respeito: 1) à estrutura: dados transversais e dados de séries temporais; 2) ao tipo de variável: qualitativa nominal, qualitativa ordinal, quantitativa discreta e quantitativa contínua; 3) à unidade de medida (no caso

⁷ [...] interpretation relies on and requires reaction to a given piece of data (e.g., a graph, an equation, or a data set), construction requires generating new parts that are not given. (Leinhardt *et al.*, 1990, p. 12-13).

⁸ Los profesores suponen, a veces, que la elaboración de tablas y gráficos es muy sencilla y dedican poco tiempo a su enseñanza. (Batanero, 2001, p. 79).

dos dados quantitativos): valor absoluto ou valor relativo; e 4) ao nível de mensuração: escala nominal, escala ordinal, escala intervalar e escala razão.

Essas análises são necessárias para a escolha do tipo de gráfico mais adequado aos dados e ao objetivo da representação. Conhecer as especificidades de cada tipo de gráfico auxilia a escolha e a construção de gráficos adequados e corretos, pois diferentes tipos de gráficos são adequados para diferentes tipos de dados. Sendo assim, Silva (2006, p. 232) recomenda a "escolha da forma gráfica em função do objetivo da representação ou da natureza das variáveis a representar" (Quadro 2).

Quadro 2 - Tipos de gráfico em função do objetivo da representação.

Representação de	Objetivo	Tipo de gráfico
Componentes ou categorias	Mostrar proporções ou partes do todo	Gráfico de barras Gráfico circular (para poucas categorias) Gráfico de pontos
Quantidades (em valor absoluto ou relativo)	Mostrar ou ordenar variáveis ou categorias em função da dimensão importância, etc.	Gráfico de barras Gráfico de pontos
Séries temporais	Mostrar a evolução de uma ou mais variáveis ou categorias	Gráfico de barras (para séries curtas) Gráfico de áreas Gráfico de linhas
Frequências	Mostrar a distribuição de frequência de uma variável	Histograma Caixa-de-bigodes Diagrama caule-e-folhas (para poucas observações)
Correlações	Mostrar a relação entre duas variáveis	Diagrama de dispersão
Muitas variáveis	Caracterizar ou padronizar um indivíduo estatístico	Gráfico polar

Fonte: Adaptado de Silva, 2006, p. 232

Depois de escolher o tipo de gráfico, o estudante deverá iniciar a construção propriamente dita, o que requer a definição e a formatação dos elementos que integram o gráfico.

Segundo Friel, Curcio e Brigth (2001), os gráficos são compostos por: 1) componentes estruturais (eixos, escalas, grades, marcações de referência); 2) dimensões visuais (pontos, linhas, áreas e ângulos); 3) rótulos (títulos e designações de eixos); e 4) plano de fundo (cor, grade e imagens sobre os quais o gráfico é sobreposto).

Observação semelhante é feita por Silva (2006) ao enumerar cinco elementos dos gráficos, a saber: a) o título; b) os eixos de valores e de categorias (baseados nos sistemas de coordenadas); c) a legenda; d) as identificações dos dados; e) as linhas auxiliares (Figura 1).

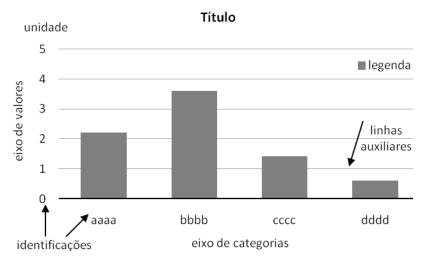


Figura 1 - Elementos de um gráfico.

Fonte: SILVA, 2006, p. 79.

Por fim, depois de construir o gráfico o estudante deverá analisar as questões-chave, que constam de um segundo *checklist* proposto por Wallgren e outros (1996): O gráfico é fácil de ler? O gráfico pode ser mal interpretado? O gráfico tem o tamanho e a forma certos? O gráfico está no lugar certo? O gráfico beneficia por ser colorido? O gráfico foi experimentado por alguém do público-alvo?

Como bem podemos observar, a construção de gráficos não é intuitiva, direta e imediata, como pode parecer à primeira vista. Pelo contrário, é reflexiva e metódica. Todavia, Leinhardt, Zaslavsky e Stein (1990, p. 12, tradução nossa) ressaltam que "as tarefas de construção não aparecem na literatura com a mesma frequência que as tarefas de interpretação".

Constatação semelhante é feita por Friel, Curcio e Brigth (2001) quando afirmam que as pesquisas se concentram em objetivos ligados à leitura e à interpretação de gráficos e, dessa forma, poucos estudos abordam a construção ou invenção do gráfico ou escolha do gráfico.

Concepção e Análise a priori das situações didáticas da Engenharia

A Concepção e Análise *a priori*, segunda etapa da Engenharia Didática, caracteriza as escolhas efetuadas pelo investigador, em âmbito global e local, para controlar os comportamentos dos estudantes e o sentido desses comportamentos. Em outras palavras, o investigador estabelece nesta fase os objetivos pretendidos e os resultados esperados.

A Concepção e Análise *a priori* contempla duas variáveis: 1) as variáveis macrodidáticas (ou globais), que dizem respeito à organização global da engenharia; e 2) as variáveis microdidáticas

⁹ Construction tasks do not appear in the literature as frequently as do interpretation tasks (Leinhardt et al., 1990, p. 12).

(ou locais), que dizem respeito à organização local da engenharia.

Nesta pesquisa, as variáveis de comando globais (ou macrodidáticas) são:

- A perspectiva da abordagem da Estatística como Análise de Dados, de acordo com diferentes autores;
- 2) A inserção dos estudantes em um ambiente de aprendizagem via projeto, com temas de relevância para o processo de ensino. Nesse caso, o projeto é direcionado à problemática do lixo eletrônico.

As variáveis de comando locais (ou microdidáticas) são:

- 1) As diferentes abordagens de mobilização da transnumeração por meio de atividades;
- A realização da pesquisa sobre o lixo eletrônico pelos estudantes: a produção dos dados e a organização dos dados;
- 3) A escolha pelo tipo de tabelas e gráficos;
- A representação dos dados em gráficos a serem construídos com o uso de papel e lápis e com o uso de tecnologias digitais.

O plano do processo de ensino, no qual incidem as variáveis locais, prevê a inserção de estudantes da Educação Básica em um ambiente de aprendizagem via projeto com o intuito de desenvolver a literacia, o raciocínio e o pensamento estatístico por meio de uma sequência de atividades individuais e coletivas ligadas entre si.

A temática escolhida para o projeto foi o lixo eletrônico¹⁰. A razão que justifica o projeto é a conscientização dos estudantes para a importância de dar destinação adequada ao lixo eletrônico por eles produzido e, dessa forma, amenizar impactos ambientais negativos, notadamente a contaminação do solo e dos lençóis freáticos. Com efeito, condutas ambientalmente incorretas colocam em risco a saúde, a segurança e o bem-estar da sociedade.

O projeto intitulado "Lixo Eletrônico: Interrelacionando Possíveis Leituras" é fruto de uma pesquisa desenvolvida por Leite (2022), o qual também ampara o presente trabalho, na forma de parceria entre membros do projeto de pesquisa "Educação Estatística: desafios e possibilidades no ensino e na aprendizagem".

O projeto contou com a participação de 116 estudantes de uma escola pública federal de Juiz de Fora, distribuídos em quatro turmas do 7º Ano do Ensino Fundamental. Foram selecionados para o estudo uma amostra de 17 estudantes, com idades entre 12 e 14 anos.

As ações foram desenvolvidas em seis encontros, com duração de uma hora e meia, realizados ao longo do segundo semestre de 2020, de forma síncrona e virtual, em um contexto de

¹⁰ Segundo Forti (2019, p. 3), "o termo 'lixo eletrônico' se refere aos equipamentos elétricos e eletrônicos e seus componentes que foram descartados pelo proprietário como lixo, sem a intenção de reutilização".

suspensão das aulas presenciais, devido à pandemia da COVID-19¹¹, e da utilização de um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), para a realização das aulas e a comunicação entre os estudantes e a professora (Leite, 2022).

Juntamente com a descrição do plano do processo de ensino, formulamos hipóteses a serem comparadas com as devolutivas dos estudantes e que servirão para validar ou não a engenharia. À vista disso, aventamos uma hipótese simples e bem específica, para efeito de validação, assim expressa formalmente: a construção de gráficos estatísticos, com o uso de papel e lápis e com o uso de tecnologias digitais, desenvolvida em um ambiente de aprendizagem via projeto, pode potencializar, em estudantes do 7º Ano do Ensino Fundamental, o desenvolvimento do pensamento estatístico e, mais especificamente, da transnumeração.

A seguir, apresentaremos como ocorreu a fase da experimentação da Engenharia Didática.

Experimentação

A Experimentação, terceira etapa da Engenharia Didática, consiste na implementação do plano do processo de ensino com o grupo de estudantes escolhido. Em outras palavras, nesta fase, ocorre a realização da engenharia propriamente dita: o contato entre o professor/pesquisador e o grupo, a realização das atividades e o registro das produções dos estudantes e das observações feitas durante a pesquisa.

No primeiro encontro, convidamos os estudantes a conhecerem a problemática e os objetivos que engendraram o projeto. Em seguida, apresentamos dois infográficos (Figuras 2 e 3), ambos relativos à temática do projeto, para observação e análise. Esses infográficos serviram para exemplificar a presença das informações estatísticas na mídia, contextualizar o projeto e sensibilizar os estudantes com a problemática do lixo.

¹¹ Segundo a Pan American Health Organization (PAHO, 2021), a "COVID-19 é uma doença infecciosa causada pelo coronavírus SARS-CoV-2 e tem como principais sintomas febre, cansaço e tosse seca. Outros sintomas menos comuns e que podem afetar alguns pacientes são: perda de paladar ou olfato, congestão nasal, conjuntivite, dor de garganta, dor de cabeça, dores nos músculos ou juntas, diferentes tipos de erupção cutânea, náusea ou vômito, diarreia, calafrios ou tonturas".

Figura 2 - Infográfico Coleta de Lixo no Brasil – Caminho dos Resíduos em 2018.



Fonte: https://g1.globo.com/globonews/globonews-em-ponto/video/mais-de-40-do-lixo-coletado-no-pais-tem-destino-inadequado-8070879.ghtml. Acesso em: 02 ago. 2020.

Figura 3 - Infográfico Coleta de Lixo no Brasil – Recursos Aplicados.



Fonte: https://g1.globo.com/globonews/globonews-em-ponto/video/mais-de-40-do-lixo-coletado-no-pais-tem-destino-inadequado-8070879.ghtml. Acesso em: 02 ago. 2020.

Dessa forma, tratamos de três problemas centrais: a quantidade de lixo que chega aos aterros sanitários, a quantidade de lixo que tem destino inadequado e o custo envolvido com os serviços de coleta.

No segundo encontro, propomos aos estudantes a realização de uma pesquisa estatística e descrevemos os procedimentos para a produção de dados. Sendo assim, orientamos os estudantes a procederem ao levantamento quantitativo e tipificação dos produtos eletroeletrônicos a serem descartados em suas residências. Nesta atividade, os estudantes mobilizaram a transnumeração por meio da captura de dados do mundo real e passaram a adquirir familiaridade com o método estatístico. Para propiciar a identificação, o contato e a exploração de diferentes formas de registro dos dados, permitimos aos estudantes utilizassem desenhos, anotações, textos, listas, tabelas e

assim por diante, de forma pessoal e criativa.

No terceiro encontro, descrevemos novos procedimentos em continuidade ao processo de produção de dados. Desta vez, solicitamos aos estudantes procederem ao levantamento quantitativo e tipificação dos produtos eletrônicos a serem descartados pela totalidade da turma.

Aqui, cumpre-nos pontuar que a realização desta atividade estava originalmente prevista para ocorrer com os estudantes organizados em grupos e em experiência de trabalho cooperativo. No entanto, em contexto de isolamento social, devido à pandemia de COVID-19, foi preciso fazer algumas adaptações. Por isso, solicitamos aos estudantes compartilhassem entre si, via grupo de *WhatsApp*, as observações individuais registradas em decorrência do encontro anterior.

Sendo assim, depois de disponibilizadas as observações individuais, solicitamos aos estudantes a organização e compilação dos dados de toda a turma. Nesta atividade, os estudantes mobilizaram a transnumeração por meio do cálculo e organização dos dados em tabelas e, dessa forma, continuaram a adquirir familiaridade com o método estatístico.

No quarto encontro, descrevemos os procedimentos para o tratamento e a representação gráfica dos dados. Sendo assim, orientamos os estudantes a construírem, individualmente, um primeiro gráfico com o uso de papel e lápis e um segundo gráfico com o uso de tecnologias digitais. Nesta atividade, os estudantes mobilizaram a transnumeração na passagem dos dados tabulares para a representação gráfica e, assim, continuaram a adquirir familiaridade com o método estatístico.

Aqui, cumpre-nos destacar que esta atividade comtemplou, de forma mais direta e contundente, os nossos principais objetivos: a mobilização da transnumeração e, mais especificamente, o desenvolvimento da habilidade de construção de gráficos.

No quinto encontro, solicitamos aos estudantes que apresentassem os gráficos construídos aos colegas de classe e justificar a escolha do tipo de gráfico. Desta forma, procuramos oportunizar um momento de troca de experiências e partilha de conhecimento. Ao término de cada apresentação, coube à professora tecer breves comentários sobre as produções do estudante, no intuito de destacar os pontos positivos, apontar as fragilidades e propor adequações para superálas.

Aqui, cumpre-nos pontuar que a realização desta atividade demandou bastante tempo para ser concluída, o que requereu a extensão do horário de trabalho e o agendamento de outros dois encontros para a conclusão das apresentações. No entanto, consideramos necessárias a análise e a comunicação dos dados, tendo em vista a completude da pesquisa e a aquisição de familiaridade com o método estatístico.

No sexto e último encontro, confrontamos o saber empírico dos estudantes e o saber

científico do professor por meio da comparação do modo de cada um construir o gráfico. Sendo assim, foi apresentado o gráfico construído pelo professor, fiel às regras consensuais da representação gráfica (Figura 4).

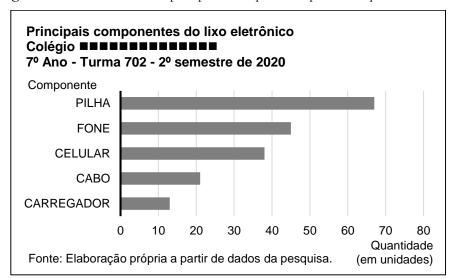


Figura 4 - Gráfico elaborado pelo professor para a etapa 6 da sequência didática.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Por fim, apresentamos a Regra dos Três Erres (3R) da Ecologia – Reduzir, Reutilizar e Reciclar – preconizada pelos ambientalistas como forma de minimizar os impactos da geração de lixo e como atitudes esperadas em favor da natureza e de um mundo melhor.

Como podemos ver, as situações e ações de aprendizagem do plano do processo de ensino procuraram, em todos os momentos, afirmar o protagonismo e a autonomia dos estudantes, ainda que sempre sob a tutela do professor. Nesse contexto, o professor é visto como problematizador e mediador do processo de aprendizagem, cuja função é direcionar os estudantes na construção autônoma do pensar.

A seguir, trataremos da última fase da Engenharia Didática, da análise *a posteriori* e validação.

Análise a posteriori das situações didáticas e Validação

A Análise *a posteriori* e Validação, quarta etapa da Engenharia Didática, consiste no confronto entre as análises *a priori* e *a posteriori* para verificar a validade das hipóteses aventadas na investigação. Na Engenharia Didática, a validação ou refutação das hipóteses é essencialmente interna, ou seja, não há necessidade da avaliação externa de um grupo de especialistas ou de outrem (Artigue, 1988; 1996; Almouloud, 2007).

Em outras palavras, procuramos mostrar nesta fase o quanto as situações e ações de aprendizagem do plano do processo de ensino contribuíram para o alcance dos objetivos propostos e, assim, diante do primeiro objetivo, de mobilização da transnumeração, entendemos que as

atividades do plano do processo de ensino se mostraram válidas no que diz respeito aos procedimentos de produção e tratamento de dados.

Com efeito, os estudantes tiveram oportunidade de percorrer todas as etapas do método estatístico: 1) Definição do problema; 2) Planejamento da resolução; 3) Coleta dos dados; 4) Organização dos dados; 5) Apresentação dos dados; e 6) Análise dos dados (Crespo, 2002; Bussab; Morettin, 2005; Moore, 2010). Sendo assim, puderam vivenciar os desafios inerentes à realização de uma pesquisa estatística e todo o trabalho pertinente.

Todavia, diante do segundo objetivo de desenvolvimento da habilidade de construção de gráficos, cumpre-nos refletir sobre os impasses e o enfrentamento de dificuldades dos estudantes no processo de construção dos gráficos, tanto no ambiente papel e lápis quanto no ambiente computacional.

Como resultado das atividades de produção de dados, os estudantes levantaram uma quantidade consideravelmente elevada de categorias e valores de variáveis, o que os conduziu a um primeiro impasse: a limitação dos gráficos de mostrar muitas categorias e muitos valores de variáveis em uma única imagem.

Alguns estudantes ignoraram essa limitação e construíram gráficos demasiadamente sobrecarregados, visto que optaram por mostrar todas as categorias levantadas em um único gráfico (Figuras 5).

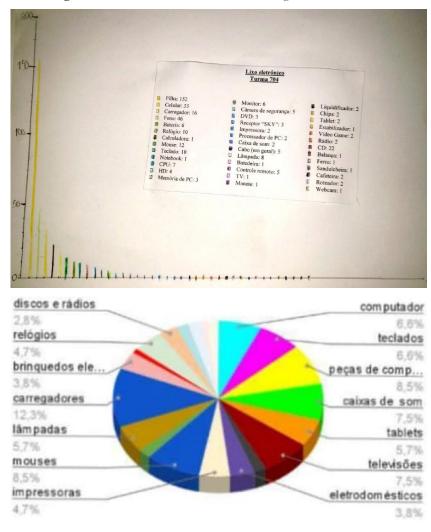
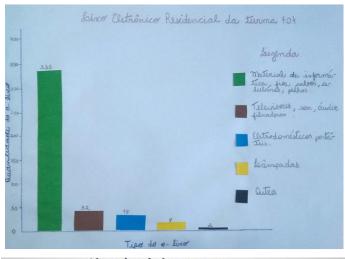


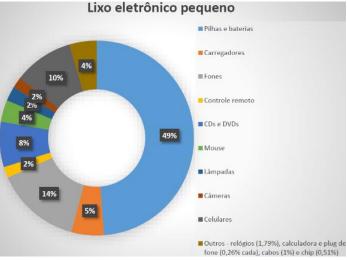
Figura 5 - Gráficos elaborados com categorias em excesso.

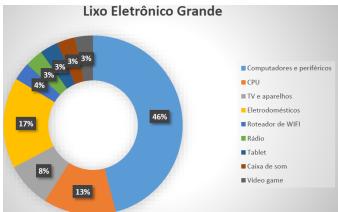
Fonte: Dados da pesquisa.

Outros estudantes, por sua vez, superaram esse impasse por meio da reorganização das categorias de acordo com um certo critério, por exemplo, similaridade ou tamanho dos itens de lixo eletrônico (Figura 6).

Figura 6 - Gráficos elaborados com categorias por itens similares (acima) e por tamanho dos itens (ao centro e abaixo).







Fonte: Dados da pesquisa.

Constatado esse fato, foi preciso esclarecer aos estudantes que os gráficos precisam ser, necessariamente, simples, claros e verdadeiros. Além disso, foi preciso alertá-los de que: 1) gráficos plotados com muitas categorias dificultam a leitura e a interpretação, principalmente em gráficos circulares; 2) é aconselhável agrupar os dados por um critério de semelhança, reunir as categorias

de menor expressão em uma categoria 'Outros' ou ainda plotar no gráfico apenas os valores mais relevantes e, por conseguinte, de maior evidência; e 3) no contexto do cotidiano, sobretudo na literatura e na mídia, gráficos demasiadamente sobrecarregados são relativamente incomuns, pois ocupam muito espaço na página ou na tela (Cazorla, 2002).

Nessa mesma direção, foi preciso esclarecê-los ainda da perda de informação decorrente da construção de qualquer tipo de gráfico, ou seja, o preparo de uma tabela ou gráfico supõe uma primeira redução estatística, uma vez que os valores originais das observações individuais são perdidos na passagem para a distribuição de frequência, um conceito complexo na visão de Batanero (2001). Além disso, foi preciso esclarecê-los de que a redução estatística decorrente da construção de tabelas e gráficos é pequena diante da sintetização dos dados e facilidade de interpretação proporcionadas por eles, isto é, há um ganho auferido com a construção de tabelas e gráficos.

Outro problema bastante comum foi o emprego de cores, padrões e sombreamentos sem moderação (Figura 7) e o uso de desenhos alegóricos meramente ornamentais ou de certa forma dispensáveis (Figura 8), o que evidencia uma preocupação excessiva com a apresentação estética e uma certa influência dos gráficos multicoloridos frequentemente veiculados na mídia.

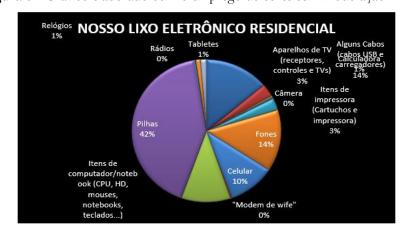
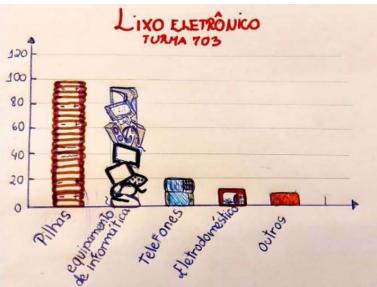


Figura 7 - Gráfico elaborado com o emprego de cores sem moderação

Fonte: Dados da pesquisa



Figura 8 - Gráficos elaborados com emprego de cores com a presença de desenhos alegóricos



Fonte: Dados da pesquisa.

Constatado esse fato, foi preciso esclarecer aos estudantes, segundo Cazorla (2002), que: 1) o emprego de cores, padrões e sombreamentos deve ser feito com moderação e refinamento; 2) cores, padrões, sombreamentos e desenhos alegóricos podem obliterar a mensagem do gráfico e ainda distrair ou perturbar o leitor; 3) gráficos multicoloridos elevam consideravelmente os custos de impressão; e 4) em caso de opção pelo uso de cores, padrões e sombreamentos, é preciso ter o cuidado de produzir bons contrastes.

Uma ocorrência indesejável, digna de atenção e registro, foi verificada na construção de gráficos no ambiente papel e lápis. Alguns estudantes, por comodidade e rapidez, optaram por reproduzir à mão o gráfico construído no ambiente computacional.

Ao todo, os 17 estudantes participantes da pesquisa construíram 35 gráficos. Em geral,

esses gráficos contemplaram satisfatoriamente os requisitos de integridade e qualidade. Porém, como já mencionado anteriormente, identificamos fragilidades relacionadas à densidade gráfica e à decoração gráfica.

Outras fragilidades, também dignas de atenção e registro, foram observadas no emprego das técnicas de construção e formatação dos elementos que integram e estruturam os gráficos: títulos de gráfico genéricos, incompletos ou inexistentes; títulos dos eixos de valores e de categorias inexistentes; escalas de valores com intervalos irregulares e desproporcionais e sem especificação de unidade métrica; textos escritos com palavras inclinadas a 45 graus ou com letras colocadas uma abaixo da outra; legendas desnecessárias e posicionadas inadequadamente; linhas auxiliares colocadas em intervalos irregulares e não traçadas o mais finas possível; eixo de categorias sem destaque em relação às linhas auxiliares por meio de cor diferente ou espessura maior; valores numéricos incluídos na área de plotagem de modo a sobrecarregar o gráfico; uso de gráficos tridimensionais de modo a tornar o gráfico complexo e confundir o leitor; e fontes de dados não indicadas.

Essas fragilidades, de modo algum, invalidaram a hipótese originalmente aventada. Pelo contrário, a inserção dos estudantes do 7º Ano do Ensino Fundamental no ambiente de aprendizagem via projeto possibilitou-lhes realizar uma série de atividades de produção e tratamento de dados que demandaram a mobilização do pensamento estatístico e, mais especificamente, da transnumeração (Chick, 2004; Ferreira, 2022). Dentre essas atividades, merecem menção especial a construção de gráficos com o uso de papel e lápis e o uso de tecnologias digitais.

Com relação à reprodutibilidade e obsolescência da engenharia, compete-nos sugerir a inclusão de atividades que consistam na busca de gráficos, na mídia e na literatura, que apresentem incorreções, como a supressão de elementos essenciais, ou que sejam complexos e de difícil entendimento para o leitor. Do mesmo modo, também sugerimos a busca de infográficos relativos ao tema do projeto como forma de exemplificar o uso simultâneo de texto (informação verbal) e imagens (informação gráfica) para ilustrar e facilitar a compreensão de algum fenômeno da vida real.

Considerações Finais

O ambiente de aprendizagem via projetos ora proposto, na sua simplicidade e com todas as suas limitações e restrições, procurou relacionar a Matemática, a Estatística e a Educação Ambiental ao cotidiano dos estudantes e, além disso, contemplar uma série atividades de produção e tratamento de dados a serem realizadas em um contexto de pesquisa em Educação Estatística.

As atividades individuais e coletivas do plano do processo de ensino, devidamente correlacionadas entre si e organizadas em etapas à luz dos princípios da Engenharia Didática, possibilitaram aos estudantes o emprego de técnicas transnumerativas em três aspectos: a captura de medidas do mundo real; a organização e o cálculo com os dados; e, por fim, a comunicação dos dados por meio de gráficos.

Sendo assim, do ponto de vista da mobilização da transnumeração, reconhecemos que as ações e situações de aprendizagem foram eficazes ao demandar dos estudantes, em diferentes momentos, a transformação dos registros (essencialmente dados numéricos) para um melhor entendimento do fenômeno em estudo.

No entanto, do ponto de vista do desenvolvimento da habilidade construção de gráficos, reconhecemos que as fragilidades reveladas pelos estudantes, notadamente quanto à densidade e à decoração gráfica, evidenciaram a necessidade de orientações específicas e intervenções diretivas do professor.

Logo, concluímos que o processo de construção de gráficos não é intuitivo, direto e imediato como pode parecer. Pelo contrário, é reflexivo e metódico e, portanto, carece de cuidados a abordagem desse assunto.

Diante da constatação de que a habilidade de construção de gráficos não é facilmente adquirida pela maioria dos estudantes, afirmamos a necessidade de investigações futuras que ampliem o entendimento da mobilização da transnumeração e do processo de construção de gráficos, em suas dimensões analítica, decisória e técnica.

Referências

ALMOULOUD, S. A. G. Fundamentos da didática da matemática. Curitiba: UFPR, 2007.

ARTIGUE, M. Ingénierie Didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3, 281-308, 1988.

ARTIGUE, M. Engenharia didáctica. In: BRUN, J. (Org.). **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget. 1996, p. 193-217.

BATANERO, C. **Didáctica de la Estadística**. Grupo de Investigación em Educación Estadística, ISBN 84-699-4295-6, Universidad de Granada, Espanha, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018. Disponível em: http://download.basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 18 jul. 2024.

BUSSAB, W. O.; MORETTIN, P. A. Estatística básica. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

BRIGHT, G.; CURCIO, F.; FRIEL, S. Making sense of graphs: Critical factors than influence comprehension and instructional implications. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 32, n. 2, p. 124-158, 2001.

CAZORLA, I. M. Uma relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de parâmetros estatísticos na leitura de gráficos. 2002. 315 f. Tese (Doutorado em Educação Estatística) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. **Educação Estatística**: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

CHAMBERS, J. M., CLEVELAND, W. S., KLEINER, B. e TUKEY, P. A. **Graphical methods for data analysis**. Nova York: Chapman and Hall, 1983.

CHICK, H. Tools for Transnumeration: Early Stages in the Art of Data Representation. In: PUTT, I.; FARAGHER, R.; MCLEAN, M. (Eds.). Mathematics Education for the Third Millennium, Towards 2010. Proceedings of the 27th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, **Annals...** Sydney: MERGA, 2004. p. 167-174.

CRESPO, A. A. Estatística Fácil. 17. ed. São Paulo: Saraiva, 2002.

FERREIRA, A. J. G. **O Pensamento Estatístico nos Anos Finais do Ensino Fundamental:** o Desenvolvimento da Transnumeração e da Construção de Gráficos. 2022. 162 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2022.

LEINHARDT, G.; ZASLAVSKY, O.; STEIN, M. K. Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. Review of Educational Research, v. 60, n. 1, p. 1-64, 1990.

LEITE, V. D. Implicações de um projeto sobre o lixo eletrônico na aprendizagem de objetos estatísticos: reflexão e crítica. 2022. 226 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2022.

LOPES, C. E. Os Desafios para Educação Estatística no Currículo de Matemática. In: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S. C.; ALMOULOUD, S. A. (Orgs.). **Estudos e Reflexões em Educação Estatística**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2010. p. 47-64.

LOPES, P. A. Uma visão geral da Estatística. In: COUTINHO, C. Q. S. C. (Org). **Discussões sobre o Ensino e a Aprendizagem da Probabilidade e da Estatística na Escola Básica**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2013. p. 19-38.

MOORE, D. S. A estatística básica e sua prática. Trad. Cristiana Filizola Carneiro Pessoa. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2005.

PAHO. **Pan American Health Organization**. Disponível em: <<https://www.paho.org/pt/covid19>>. Acesso em: 27 mar. 2022.

PIVATTO, W.; SCHUHMACHER, E. As Contribuições da Engenharia Didática enquanto Campo Metodológico para o Ensino de Geometria Esférica. **RECM- Revista de Educação, Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 3, n. 1, 2014. Disponível em: https://publicacoes.unigranrio.edu.br/recm/article/view/2071. Acesso em: 24 nov. 2024.

POMMER, W. M. A Engenharia Didática em sala de aula: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares. São Paulo: [s.n.], 2013. Disponível em: https://silo.tips/download/wagner-marcelo-pommer-a-engenharia-didatica-em-sala-de-aula-elementos-basicos-e. Acesso em: 18 ago. 2022.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. Investigações Matemáticas na Sala de Aula. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

RUMSEY, D. J. Estatística para leigos. Rio de Janeiro: Alta books, 2019.

SILVA, A. A. Gráficos e mapas: representação de informação estatística. Lisboa: Lidel, 2006.

SILVA, R. M.; LOZANO, A. R. G.; RODRIGUES, C. K. A FAMLIA DEZMEDIDA NA PRÁTICA DE FINANÇAS. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 6, n. 3, 2017. Disponível em: https://publicacoes.unigranrio.edu.br/recm/article/view/4236. Acesso em: 24 nov. 2024.

SOUZA, C. A. Influências da Engenharia Didática Francesa na Educação Matemática no Brasil: a circulação e a apropriação de ideias. *In*: VII CIBEM-Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática, 2013, Montevideo-Uruguay. **Actas** [...]. Montevideo-Uruguay: 6 al 20 de setiembre de 2013, p. 7575-7583.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

WALLGREN, A.; WALLGREN, B.; PERSSON, R.; JORNER, U.; HAALAND, J. **Graphing Statistics & Data**: Creating Better Charts. California: Sage Publications, 1996.

WILD, C. J.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. **International Statistical Review**, Auckland, v. 67, n. 3, p. 223-265, 1999.