

ANÁLISE DAS DEMONSTRAÇÕES DO TEOREMA DE PITÁGORAS ELABORADAS POR SALOMÃO SEREBRENICK

ANALYSIS OF THE DEMONSTRATIONS OF THE PYTHAGOREAN THEOREM DEVELOPED BY SALOMÃO SEREBRENICK

Quezia Alves Andrade Amorim¹ 

Enoque da Silva Reis² 

Resumo

O objetivo deste trabalho é analisar as demonstrações do Teorema de Pitágoras elaboradas pelo brasileiro naturalizado Salomão Serebrenick. O personagem central se destacou exercendo diversas ocupações, contribuindo muito para o avanço da ciência nacional, inclusive no que diz respeito à Educação Matemática, já que foi o principal redator da primeira revista que difundia tais conhecimentos, a *Revista Brasileira de Matemática Elementar*, criada em 1929. Como referencial teórico-matemático, nos baseamos nos conceitos de ponto, plano, reta, segmento de reta, congruência, ângulos, retas paralelas e perpendiculares, triângulos, quadriláteros, equivalência e área. O Teorema de Pitágoras consiste em $a^2 = b^2 + c^2$, e as demonstrações do mesmo, apresentadas por Serebrenick, foram construídas a partir de relações lineares, todas provas geométricas que comparam áreas dos quadrados projetados a partir dos catetos com o quadrado projetado a partir da hipotenusa. Espera-se que o trabalho apresentado contribua para a divulgação do conhecimento científico, valorização de ciência produzida no Brasil e principalmente no que diz respeito ao ensino-aprendizagem de matemática no âmbito nacional.

Palavras-chave: Teorema de Pitágoras. Salomão Serebrenick. Educação Matemática.

Abstract

The aim of this paper is to analyze the demonstrations of the Pythagorean Theorem developed by the naturalized Brazilian mathematician Salomão Serebrenick. The central figure stood out by performing various roles and making significant contributions to the advancement of national science, including in the field of Mathematics Education, since he was the main editor of the first journal that disseminated such knowledge, the *Revista Brasileira de Mathematica Elementar*, created in 1929. As a theoretical-mathematical framework, we rely on the concepts of point, plane, line, line segment, congruence, angles, parallel and perpendicular lines, triangles, quadrilaterals, equivalence, and area. The Pythagorean Theorem consists of $a^2 = b^2 + c^2$, and the demonstrations presented by Serebrenick were constructed from linear relations, all of them being geometric proofs that compare the areas of the squares projected from the legs with the square projected from the hypotenuse. It is expected that the present work will contribute to the dissemination of scientific knowledge, the appreciation of science produced in Brazil, and especially to teaching and learning of mathematics at the national level.

Keywords: Pythagorean Theorem. Salomão Serebrenick. Mathematics Education.

¹ Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Rondônia (UNIR). Endereço para correspondência: Rua Tiradentes, 810, bairro Liberdade, Estância Turística Ouro Preto do Oeste, Rondônia, Brasil, CEP: 76920-000. ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6918-5259>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/1521339046666907>. E-mail: queziaalvesandrade@gmail.com

² Pós-Doutor em Matemática área de concentração em Ensino de Matemática pela Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD). Docente na Universidade Federal de Rondônia (UNIR), Ji-Paraná, Rondônia, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Rio Amazonas, número 51, bairro Jardim dos Imigrantes, Ji-Paraná, Rondônia, Brasil, CEP: 78960-000. ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6631-9688>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/9473552850029489>. E-mail: enoque.reis@unir.br

Introdução

O Teorema de Pitágoras já foi objeto de demonstração por diversos matemáticos brasileiros. Trata-se de um resultado amplamente explorado na educação básica, bem como nos cursos de graduação e pós-graduação voltados às ciências exatas. Sua aplicabilidade extrapola o âmbito escolar, estando presente em diferentes áreas do cotidiano, como a arquitetura, a navegação e muitas outras. Esse Teorema estabelece a seguinte relação: $a^2 = b^2 + c^2$, em que a representa o maior lado do triângulo retângulo, denominado hipotenusa, enquanto b e c correspondem aos catetos.

Entre os brasileiros que se dedicaram a apresentar demonstrações do Teorema de Pitágoras, destacam-se André Pinto Rebouças, Benjamin Constant Botelho Magalhães, Augusto Carlos da Silva e Raymundo Teixeira Mendes. Neste trabalho, será enfatizada a demonstração elaborada por Salomão Serebrenick, brasileiro naturalizado em 1933 (Dias, 2002). De acordo com *Loomis*, em uma das obras mais citadas a respeito do tema:

This celebrated proposition is one of the most important theorems in the whole realm of geometry [...]. Although the practical application of this theorem was known long before the time, of Pythagoras he [...] first demonstrated it about 540 B.C. [...]. This famous theorem has always been a favorite with geometers. (Loomis, 1931, p. 03)

Em outras palavras, o autor afirma que o Teorema em questão é um dos mais importantes da Geometria, sendo amplamente utilizado muito antes do período em que viveu Pitágoras. Ressalta ainda que se trata de um resultado célebre, considerado um dos preferidos entre os geômetras. Acrescenta que Pitágoras o teria demonstrado pela primeira vez por volta de 540 a.C., destacando que essa proposição ficou registrada na história como a 47ª proposição.

Pitágoras, além de suas contribuições matemáticas, cultivava a oração, prezava pela moral e condenava o luxo. Teve numerosos discípulos, aos quais ensinava não apenas matemática, mas também Filosofia e outros campos do saber, pois acreditava que “*to regard everything fragmentary in knowledge as more harmful than ignorance even*” (Loomis, 1931, p. 10).

Na obra *A History of Greek Mathematics*, de Thomas Heath (1921), que reúne produções atribuídas aos pitagóricos, há uma discussão específica acerca da demonstração do Teorema de Pitágoras, apresentada em uma subseção do livro. Veja, a seguir, o sumário na Figura 01:

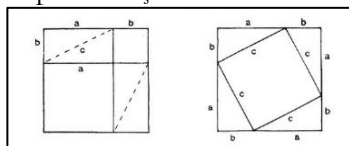
Figura 01 — Sumário evidenciando a seção “Geometria Pitagórica”

V. PYTHAGOREAN GEOMETRY	141-169
Pythagoras	141-142
Discoveries attributed to the Pythagoreans	
(a) Equality of sum of angles of any triangle to two right angles	143-144
(b) The “Theorem of Pythagoras”	144-149
(c) Application of areas and geometrical algebra (solution of quadratic equations)	150-154
(d) The irrational	154-157
(e) The five regular solids	158-162
(f) Pythagorean astronomy	162-165
Recapitulation	165-169

Fonte: Heath (1921, p. xii)

Uma dessas subseções trata do período em que ocorreu a generalização da demonstração do Teorema de Pitágoras, destacando a possibilidade de que a proposição tenha sido originalmente comprovada por meio dos métodos de Euclides. Nessa discussão, é apresentada a seguinte Figura 02:

Figura 02 — Representação do Teorema de Pitágoras 1



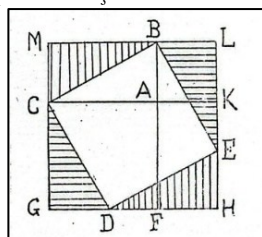
Fonte: Heath (1921, p. 149)

Sabe-se que não há certeza quanto à demonstração atribuída a Pitágoras, uma vez que ele próprio não deixou registros escritos (Loomis, 1931). Além disso, tudo o que era produzido na Escola Pitagórica era considerado conhecimento coletivo, cuja autoria, em geral, era creditada ao mestre que, à época, era Pitágoras (Ferguson, 2011). Dassiê e Carvalho (2004) acrescentam que Rebouças “perpetua um erro” ao atribuir equivocadamente uma demonstração a Pitágoras, a qual possivelmente já havia sido elaborada por outros antes dele, ou mesmo por aqueles que tiveram acesso a seus ensinamentos.

O Teorema em questão pode ser visualizado a partir das relações expressas na Figura 03. Nela, os segmentos de reta a , b e c correspondem, respectivamente, ao cateto maior, ao cateto menor e à hipotenusa de um triângulo retângulo. O Teorema estabelece que a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os lados a e b , equivalem à área do quadrado construído sobre o lado c . Formalmente, essa relação pode ser expressa pela equação: $a^2 + b^2 = c^2$.

Na *Revista Brasileira de Matemática Elementar*, à qual nos dedicaremos nos tópicos seguintes, encontra-se uma representação acompanhada da demonstração do Teorema em questão, cuja autoria é atribuída, de forma provável, a Pitágoras. Observa-se, pela Figura 03, que essa representação dialoga diretamente com a anteriormente apresentada:

Figura 03 — Representação do Teorema de Pitágoras 2



Fonte: Serebrenick (1930, p. 146)

Considerando que o nome deste Teorema está relacionado à atribuição de sua generalização a Pitágoras, desenvolvida na Escola Pitagórica, torna-se relevante apresentar como ele é identificado. A demonstração clássica do Teorema de Pitágoras foi apresentada anteriormente e, em forma de equação, expressam-se da seguinte maneira: $BC^2 = CA^2 = AB^2$.

Entre as diversas estratégias existentes para a demonstração do Teorema em questão, o presente trabalho concentra-se na análise e na reescrita explicativa das demonstrações apresentadas por Salomão Serebrenick. A seguir, será exposta uma breve explanação acerca da trajetória desse notável engenheiro.

Vida de Salomão Serebrenick

Engenheiro civil (1931), climatologista e jornalista, Salomão Serebrenick contribuiu de diferentes maneiras para o desenvolvimento do Brasil e para a difusão de ideais políticos, científicos, culturais e outros.

Filho de Samuel Serebrenick e Dora Serebrenick, era natural de Briceni, na região histórica da Bessarábia (atual Moldávia), onde nasceu em 23 de janeiro de 1909. Naturalizou-se brasileiro em 1933 (Dias, 2002). Faleceu em 26 de novembro de 1992 e foi lembrado, pelo Jornal do Brasil do Rio de Janeiro (edições 00218, 00231 e 00228), nos três anos subsequentes à sua morte, sempre com imenso respeito e apreço.

Escreveu diversas obras, entre as quais se destacam: Aspectos da superfície do sol, resultado de um estudo inédito sobre as manchas solares observadas na primeira semana de 1930; Peculiaridades da problemática judaica no Brasil; Breve história dos judeus no Brasil, elaborada com propriedade em razão de sua origem judaica; Classificação meteorológica dos climas do Brasil, apresentada no IX Congresso Brasileiro de Geografia; Aspectos geográficos do Brasil, manual escolar utilizado durante vários anos; e Mapa climatológico do Brasil (Dias, 2002).

Em publicação do jornal Manchete (1978, p. 83), registra-se que “Salomão Serebrenick considera que alguns ambientalistas invertem às vezes, equivocadamente, a relação de causa e efeito na análise de certas catástrofes ecológicas”, sendo essa citação apresentada como legenda de uma fotografia sua¹. Por mais que seja interessante e rico apresentar as figuras, no que se referem às da Revista Manchete não serão reproduzidas neste trabalho, pois não foi possível estabelecer comunicação com os atuais detentores dos direitos autorais. Como o periódico já não existe mais e houve muitas mudanças em relação à administração de seu acervo, optou-se por respeitar tais limites legais. Assim, em lugar das imagens originais, o leitor encontrará aqui uma breve descrição

delas, acompanhada do link para acesso direto na Hemeroteca Digital da Biblioteca Nacional, de modo que ainda possa apreciar e compreender o material consultado.

Curioso que o Jornal da Orla (1982, p. 03), apresenta uma foto de Serebrenick, que pode ser observada na Figura 04, com uma matéria bem similar, onde o título é “Chuvas: o homem desequilibrando a natureza” em que basicamente disserta sobre as chuvas não serem o fator responsável pelas grandes catástrofes pluviais e sim que as mesmas decorrem de condições hidrográficas topográficas e urbanistas e que não está havendo nenhuma alteração no clima da Terra. Além disso, Serebrenick é citado como um dos maiores especialistas em climatologia no país.

Figura 04 — Serebrenick



Fonte: Jornal da Orla (1982, p. 03).

Cursou Engenharia na Escola Polytechnica da Bahia. Ainda antes de concluir a graduação, quando residia nesse estado, esteve à frente da direção da *Revista Brasileira de Matemática Elementar*. Em 1931, mudou-se para o Rio de Janeiro, onde fixou residência, o que comprometeu a continuidade da revista, publicada apenas entre 1929 e 1932. Nesse mesmo ano, alterou o título da publicação para *Revista Brasileira de Matemática*. Casou-se com Berta Serebrenick, com quem teve duas filhas, Suzana e Iná (Dias, 2002).

Exerceu diversos cargos de grande relevância, entre os quais: diretor de estudos e projetos e diretor de planos e obras da Comissão do Vale do São Francisco; chefe da seção de climatologia do Ministério da Agricultura; membro da subcomissão de critérios técnicos para localização da nova capital federal; e integrante da equipe de estudos para a construção da barragem de Três Marias (Dias, 2002). Atuou ainda como consultor científico do jornal Manchete, do Rio de Janeiro.

Construiu também uma trajetória docente diversificada no ensino superior, atuando em diferentes áreas do conhecimento e em distintas instituições. Na Universidade Rural do Rio de Janeiro, lecionou as disciplinas de hidrologia e meteorologia; na Escola Livre de Engenharia do Rio de Janeiro, dedicou-se ao ensino da matemática; e, na Universidade Federal do Rio de Janeiro, ministrou literatura judaica. Além de sua atuação como professor, desempenhou papel de destaque como conselheiro da Associação Brasileira de Engenharia Sanitária (Dias, 2002).

Dominava vários idiomas — português, inglês, alemão, francês, russo, romeno e hebraico —, nos quais também atuava como tradutor (Dias, 2002). Foi autor do livro “70 segredos da Língua Portuguesa”, obra apreciada por Ernesto Geisel, presidente do Brasil entre 1974 e 1979. Geisel, ao assumir a presidência, já tinha o propósito de conduzir uma abertura política gradual que permitisse, futuramente, a ascensão de um civil ao cargo máximo do país (Duarte, 2011, p. 6).

Uma busca por seu nome, entre aspas, para garantir a busca estrita por apenas essas palavras juntas, na Hemeroteca Digital revelou diversas ocorrências registradas por página. As menções mais frequentes encontram-se em periódicos como *Manchete* (RJ), com 102 registros; *Jornal do Brasil* (RJ), com 36; e *Correio da Manhã* (RJ), com 29 menções a Serebrenick.

Grande parte das referências localizadas no jornal *Manchete* (RJ) deve-se à sua atuação como consultor científico. Nessas ocasiões, ora aparece apenas como “Serebrenick” *Manchete* (1972, p. 16) edição 1068, ora como “Professor Serebrenick” *Manchete* (1972, p. 32), edição 1071.

Foram identificados também repetidos anúncios do livro “70 segredos da língua portuguesa”, sendo o primeiro em 1990 e o último em 1994, representando a maioria das menções a essa obra na Hemeroteca. Mesmo considerando o contexto de inflação crescente e de mudanças monetárias, chama a atenção a variação do preço do livro ao longo do período. No primeiro anúncio localizado, referente à edição de 1988, custava c\$ 150ⁱⁱ, valor equivalente a cerca de 4% do salário mínimo vigente.

Posteriormente, após um anúncio em que o presidente foi mencionado, a edição de 1991 passou a custar c\$ 800, o que representava pouco mais de 12% do salário mínimo da época. O anúncio era bem sucinto e dizia que Humberto Barreto presenteou o presidente Ernesto Geisel com livro onde ele, “como bom gramático, [o transformou] no seu livro de cabeceira” *Manchete* (1990, p. 107), edição 1994.

Em março de 1994, o valor chegou a CR\$ 3.800, correspondendo a aproximadamente 586% do salário mínimo vigente. Embora o Plano Real tenha sido implantado em 1994, a nova moeda entrou em circulação apenas em julho. Na data da publicação do último anúncio, a moeda em vigor era o Cruzeiro Real, atrelado à Unidade de Valor Real (URV), cujo valor era atualizado diariamente. A primeira cotação da URV foi de CR\$ 647,50.

Nesse contexto, a valorização do livro de Serebrenick foi bastante significativa. Atualmente, o título encontra-se listado na plataforma Amazon por R\$ 131,00, embora não esteja disponível para compra. Ressalte-se que a obra aparecia com frequência na seção “*Best-Sellers Bloch*” do jornal *Manchete* (RJ).

Ainda em 1994, em memória a Serebrenick, o Instituto de Tecnologia ORT/Brasil, do qual foi fundador, inaugurou em sua sede no Rio de Janeiro uma sala em sua homenagem (Manchete, 1994, p. 11).

O periódico destacou sua trajetória e algumas de suas funções, ressaltando o respeito e o carinho de que era alvo por parte da instituição, da qual foi professor, presidente e membro do conselho geral da ORT Mundial. Lecionou matemática na Escola Industrial ORT, inaugurada em 1945 e transformada em 1970 em instituto de tecnologia (Dias, 2000).

As menções a Serebrenick no Jornal do Brasil (RJ) concentram-se em temas relacionados à educação, ao ensino e, sobretudo, à política, especialmente durante sua candidatura a deputado estadual. Esse periódico também publicou o comunicado oficial de seu falecimento, além de notas em memória de aniversário de morte no primeiro, segundo e terceiro anos após sua partida.

Já no Correio da Manhã (RJ), as referências a Serebrenick são, em grande parte, ligadas à sua atuação como climatologista. Um exemplo é a matéria intitulada “Obras do Vale do São Francisco: dois engenheiros vão fazer estudos especializados no exterior”:

O presidente da República autorizou dois engenheiros da comissão do Vale do São Francisco a se ausentarem do país, pelo prazo de 90 dias, para a realização de estudos sobre [...] controle de cheias, navegação fluvial, hidroeletricidade e irrigação de grandes áreas. em empreendimentos de vulto que estão sendo realizadas na Argélia, Tunísia e Marrocos, Itália, Canadá, Estados Unidos e México. Esses engenheiros - Salomão Serebrenick e Galdino Mendes Filho, respectivamente chefes das divisões de estudos e projetos e construções e conservação daquela instituição - farão, na viagem, estudos a serem aproveitados na represa do São Francisco superior (Três Marias) [...]. (Correio da Manhã, 1954, p. 4).

Em 1957, o jornal noticiou que Serebrenick havia sido vítima de furto de um talão de cheques no valor de 127 cruzeiros, mediante falsificação de assinatura (Correio da Manhã, 1957, p. 3). Após a denúncia, a reportagem destacou a eficiência da ação policial, que identificou e prendeu os responsáveis pelo delito.

O periódico também registrou sua atuação política, mencionando sua candidatura a deputado estadual pela ARENA. Em matéria de 1966, com o título “Professor vê futuro na infância”, ressaltou-se sua defesa da valorização da população jovem, com a afirmação de que “deve ser procurada a gratuidade ou forte barateamento do ensino e do material escolar” (Correio da Manhã, 1966, p. 4). Nessa mesma publicação, constava ainda que Serebrenick era:

ANÁLISE DAS DEMONSTRAÇÕES DO TEOREMA DE PITÁGORAS ELABORADAS POR SALOMÃO SEREBRENICK

[...] membro da Comissão Interministerial de Coordenação dos Planos de Investimento no setor de Saneamento, do Conselho Diretor da Associação Brasileira de Engenharia Sanitária e da Associação de Geógrafos Brasileiros, exerceu durante 15 anos os cargos de Diretor de Estudos e Projetos e de Planos e Obras da Comissão do Vale do São Francisco. Professor de ensino superior, publicou cerca de 40 trabalhos sobre assuntos científicos, técnicos e administrativos.” (Correio da Manhã, 1966, p. 4)

A trajetória de Serebrenick já se destacava por seus inúmeros trabalhos, como se pode verificar em diversas manchetes da época. Em uma publicação que coincide com sua candidatura a deputado estadual, sua imagem foi registrada em evidência no Manchete (1966, p. 116)ⁱⁱⁱ.

Um de seus reconhecimentos mais significativos ocorreu quando conquistou o primeiro lugar no Concurso de Monografias promovido pelo Clube de Engenharia, conforme noticiado (Figura 05) em 23 de dezembro de 1970:

Figura 05 — Matéria do prêmio do Concurso de Monografias

ENGENHARIA E DESENVOLVIMENTO — Hoje, 23, a partir das 17h30min, no auditório do Clube de Engenharia, à Av. Rio Branco, 124, realiza-se a solenidade de entrega dos prêmios aos vencedores do Concurso de Monografias promovido pelo clube, sob o tema: **Engenharia e o Desenvolvimento Nacional**. O primeiro prêmio coube ao trabalho do eng. Salomão Serebrenick, na categoria aberta aos engenheiros, arquitetos e engenheiros agrônomos, que correu com o pseudônimo de “Radar”; segundo lugar, o eng. José Couri Neto e terceiro, o eng. Antônio Manoel de Siqueira. O clube, que comemora o 90.º aniversário de fundação, estará, assim, em sessão comemorativa, tendo como motivação a premiação dos concorrentes ao aplaudido concurso monográfico. A comissão julgadora dos trabalhos foi constituída dos engenheiros Hélio de Almeida, presidente do clube; Francisco Saturnino de Brito Filho, presidente da Federação Brasileira de Associações de Engenheiros; Luís Simões Lopes, presidente da Fundação Getúlio Vargas; ex-prefeito Alim Pedro e do presidente do **CORREIO DA MANHÃ**, Maurício Nunes de Alencar.

Fonte: Correio da Manhã (1970, p. 13)

A cerimônia de entrega desse prêmio foi registrada pelo jornal Manchete (RJ) (1971, p. 113), onde é possível identificá-lo à direita na fotografia publicada^{iv}.

São múltiplas as áreas em que Serebrenick é mencionado pela imprensa brasileira, revelando sua influência e relevância não apenas no campo da Matemática, mas também em outros âmbitos do conhecimento. Antes de prosseguir para a análise das demonstrações do Teorema de Pitágoras

elaboradas por Serebrenick, torna-se indispensável apresentar o referencial teórico matemático, a fim de situar o leitor quanto à linguagem que será empregada nessas análises.

Referencial Teórico

Este tópico é reservado à apresentação dos conceitos teóricos matemáticos que fundamentam este trabalho. Tais conceitos se fazem necessários para a compreensão da análise das demonstrações do Teorema de Pitágoras elaboradas por Serebrenick. Para tanto, utilizou-se como referência o volume 9 da coleção *Fundamentos de Matemática Elementar*, de Osvaldo Dolce e José Nicolau Pompeo, publicado em 2013. A obra tem como foco a Geometria Plana e serviu de base para a construção do referencial teórico matemático aqui apresentado. Nela, os autores afirmam que as proposições geométricas são aceitas mediante demonstração, enquanto as proposições primitivas — como postulados ou axiomas — são aceitas sem a necessidade de prova. Já objetos fundamentais da Geometria, como o ponto, a reta e o plano, bastam ser descritos ou mencionados para que sejam compreendidos.

Ao elaborarmos qualquer texto com a linguagem matemática adequada, é usual o emprego de símbolos específicos. Assim, apresentamos a seguir o Quadro 01 com os símbolos matemáticos que serão utilizados ao longo deste trabalho:

Quadro 01: Símbolos Matemáticos

Símbolo	Significado
$\in$	Pertence
$\notin$	Não pertence
$=$	Igual
$\overleftrightarrow{AB}$	Reta que passa pelos pontos A e B
$\overline{AB}$	Segmento de reta delimitado pelos pontos A e B
$\equiv$	Congruente
$\approx$	Equivalente
$\cup$	União
$\cap$	Interseção
$\parallel$	Paralelo
$\perp$	Perpendicular
$\subset$	Está contido

Fonte: Autoria própria

Estes são os conceitos matemáticos essenciais para a compreensão das demonstrações:

Ponto: é indicado por uma letra maiúscula do alfabeto latino, como A, B, C... De acordo com o postulado da existência, tanto em uma reta quanto fora dela há infinitos pontos, assim como em um plano.

Plano: noção primitiva definida a partir da existência de três diferentes pontos, sejam eles A, B e C quaisquer.

Reta: é representada por uma letra minúscula latina (a, b, c...). Pode ser descrita como o conjunto infinito de pontos que passa por dois pontos distintos em ambas as direções. É comum representá-la por $AB^{\leftrightarrow}$, utilizando dois pontos quaisquer. Pelo postulado da determinação da reta, dois pontos distintos determinam uma única reta. As retas podem ser concorrentes, quando possuem apenas um ponto em comum, ou paralelas, quando são coincidentes^v ou coplanares^{vi} e não apresentam nenhum ponto em comum (Dolce; Pompeo, 2013). Quando um ponto pertence a uma reta, por exemplo, o ponto A pertencente à reta s, escreve-se matematicamente $A \in s$. Caso contrário, representamos $A \notin s$.

Segmento de reta: corresponde a uma parte da reta delimitada por dois pontos. Se os pontos extremos forem A e B, o segmento será $AB^{\overleftrightarrow{}}$. Os segmentos podem ser: colineares, quando estão na mesma reta; adjacentes, quando são consecutivos e colineares; ou congruentes, quando obedecem aos três postulados: reflexivo (todo segmento é congruente a si mesmo: $AB^{\overleftrightarrow{}} \equiv AB^{\overleftrightarrow{}}$), simétrico (se $AB^{\overleftrightarrow{}} \equiv CD$ então $CD \equiv AB^{\overleftrightarrow{}}$) e transitivo (se $AB^{\overleftrightarrow{}} \equiv CD$ e $CD \equiv EF$ então $AB^{\overleftrightarrow{}} \equiv EF$).

Congruência: Pode haver congruência de segmentos, triângulos, ângulos e outros. Ela é definida a partir da satisfação dos seguintes postulados:

- Reflexiva: Todo seguimento é congruente a si mesmo ($AB=AB$);
- Simétrica: se $AB=CD$, então $CD=AB$;
- Transitiva: se $AB=CD$ e $CD=EF$, então $AB=EF$ (Dolce; Pompeo 2013, p. 10).

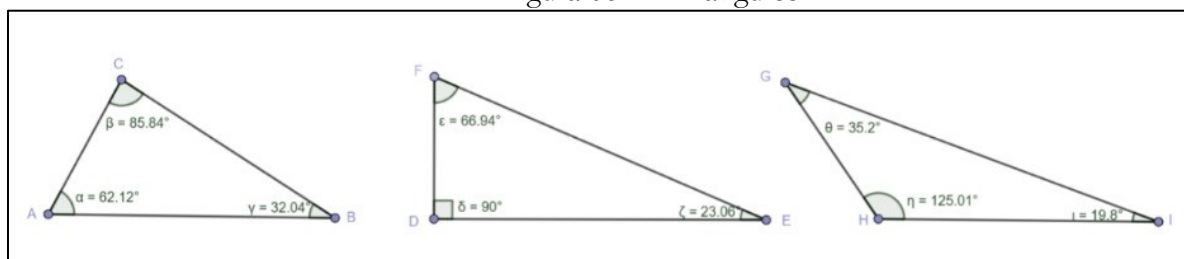
Ângulos: são definidos pela união de duas semirretas de mesma origem que não estão contidas em uma mesma reta. Os ângulos podem ser: nulos, medindo 0° ; retos, quando medem 90° e são congruentes ao seu suplementar^{vii}; adjacentes, quando são consecutivos e não compartilham pontos internos; agudos, quando medem menos de 90° ; obtusos, quando medem mais de 90° ; rasos, medindo 180° ; côncavo, quando medem entre 180° e 270° e completo, medindo 360° . Dois ângulos quaisquer α e β são chamados complementares, quando somados resultam em 90° .

Retas paralelas: duas retas são paralelas quando são coincidentes ou coplanares e não possuem ponto em comum. A notação é $s \parallel r$.

Retas perpendiculares: duas retas são perpendiculares quando se cruzam formando ângulos adjacentes suplementares congruentes, isto é, ângulos de 90° . A notação é $t \perp q$.

Triângulos: dados três pontos A, B e C não colineares, a união dos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$ forma o triângulo $\triangle ABC$. Os triângulos podem ser classificados quanto aos lados em: equiláteros, quando os três lados são congruentes; isósceles, quando dois lados são congruentes; e escalenos, quando todos os lados são diferentes. Quanto aos ângulos, podem ser: retângulos, quando possuem um ângulo reto; acutângulos, quando os três ângulos são agudos; e obtusângulos, quando apresentam um ângulo obtuso. Observe a diferença dos ângulos citados na Figura 06:

Figura 06 — Triângulos



Fonte: Autoria Própria (2025)

O triângulo $\triangle ABC$ é acutângulo, pois todos os seus ângulos internos são menores que 90° . Já o triângulo $\triangle DEF$ é um triângulo retângulo, uma vez que possui um ângulo de medida $\delta = 90^\circ$, enquanto o triângulo $\triangle GHI$ é obtusângulo, pois apresenta o ângulo η maior que 90° .

Para que dois triângulos sejam congruentes, é necessário que os lados correspondentes sejam congruentes entre si e que seus ângulos também sejam, de forma ordenada, congruentes. Já a semelhança entre triângulos ocorre quando os três ângulos correspondentes são congruentes e os lados homólogos são proporcionais. No caso do triângulo retângulo, o lado oposto ao ângulo reto recebe o nome de hipotenusa, sendo o maior lado do triângulo; os outros dois lados, adjacentes ao ângulo reto, são chamados de catetos.

Em relação ao triângulo retângulo, ao traçar um segmento perpendicular à hipotenusa que passa pelo ponto de interseção entre os catetos — ou seja, onde se forma o ângulo reto —, obtemos a altura do triângulo retângulo (h). O segmento menor em que a hipotenusa é dividida é chamado de projeção do cateto c sobre a hipotenusa (n); de forma análoga, o segmento maior é chamado de projeção do cateto b sobre a hipotenusa (m). A partir das relações métricas deduzidas do triângulo retângulo particionado em dois a partir do segmento h , obtêm-se as seguintes igualdades: $b^2 = a \cdot m$, $c^2 = a \cdot n$, $h^2 = m \cdot n$, $c \cdot h = b \cdot m$, $a \cdot h = b \cdot c$ e $b \cdot h = c \cdot n$.

Quadriláteros (retângulo, quadrado, trapézio e outros): dados quatro pontos distintos A, B, C e D pertencentes a um mesmo plano, desde que três deles não sejam colineares, a união dos segmentos AB , BC , CD e DA , que se encontram apenas nas extremidades, forma um quadrilátero. Em outras palavras, trata-se de uma figura plana com quatro lados, independentemente das medidas dos ângulos internos. Dentro dessa categoria, o retângulo é o quadrilátero cujos quatro ângulos são congruentes e lados opostos congruentes. Já o quadrado possui, além dos quatro ângulos congruentes, os quatro lados também congruentes.

Equivalência: dois polígonos são ditos equivalentes quando podem ser decompostos em somas de polígonos congruentes dois a dois. As propriedades da equivalência seguem os princípios já mencionados:

- Reflexiva: $A \approx A$;
- Simétrica: se $A \approx B^{\leftrightarrow}$, então $B^{\leftrightarrow} \approx A$;
- Transitiva: se $A \approx B^{\leftrightarrow}$ e $B^{\leftrightarrow} \approx C$, então $A \approx C$.

Um teorema estabelece que “dois paralelogramos de bases e alturas respectivamente congruentes são equivalentes” (Dolce; Pompeo 2013, p. 303). Para denotar equivalência, utiliza-se o símbolo $\approx$. Assim, quando A é equivalente a B, escreve-se: $A \approx B^{\leftrightarrow}$ (Dolce; Pompeo, 2013).

Área: segundo Dolce e Pompeo (2013, p. 312), “área de uma superfície limitada é um número real positivo associado à superfície de forma tal que: as superfícies equivalentes estão associadas áreas iguais (números iguais) e reciprocamente: $A \approx B \Leftrightarrow (\text{Área de } A = \text{Área de } B)$; a soma de superfícies está associada uma área (número) que é a soma das áreas das superfícies parcelas: $(C = A + B) \Rightarrow (\text{Área de } C = \text{Área de } A + \text{Área de } B)$; se uma superfície está contida em outra, então sua área é menor (ou igual) que a área da outra: $B \subset A \Rightarrow \text{Área de } B \leq \text{Área de } A$ ”.

Agora, o leitor ciente da base sobre a qual a análise das demonstrações a seguir está, é capaz de compreender os próximos tópicos que se seguem. Serebrenick realizou três demonstrações do Teorema de Pitágoras e a análise de cada uma delas segue nos tópicos abaixo.

Análise da primeira demonstração do Teorema de Pitágoras elaborada por Serebrenick

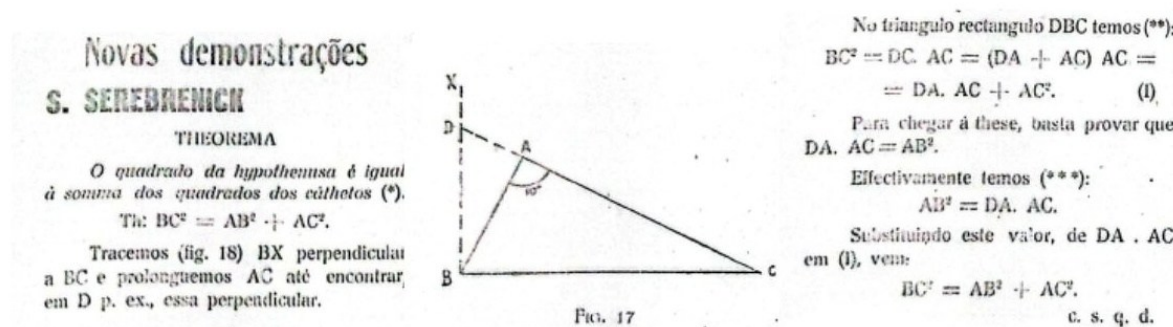
A partir do trabalho de Dassie e Carvalho, publicado em 2004 na *Revista Brasileira de História da Matemática* sob o título “O teorema de Pitágoras e matemáticos amadores do Brasil”, foi possível identificar as demonstrações do Teorema de Pitágoras elaboradas por Serebrenick, publicadas na *Revista Brasileira de Matemática Elementar* (RBME).

Na edição n.º 2 dessa revista, de outubro de 1929, na seção “Novas demonstrações”, encontra-se a primeira demonstração do Teorema de Pitágoras realizada por Serebrenick. Outras

duas demonstrações de sua autoria foram publicadas entre onze demonstrações de diferentes autores, igualmente na seção citada, distribuídas em três volumes da revista: ns. 7/8/9 (março-maio), n.º 10 (junho) e ns. 11/12 (julho-agosto), todos de 1930 (Dassie; Carvalho, 2004).

Diante dessa fonte primária, observa-se na Figura 07 a demonstração do Teorema de Pitágoras publicada na edição n.º 2 da RBME, em 1929, ou seja, a primeira elaborada por Serebrenick:

Figura 07 — Primeira demonstração do Teorema de Pitágoras elaborada por Serebrenick



Fonte: Serebrenick (1929, p. 30)

Esta demonstração não foi apresentada no trabalho escrito por Dassie e Carvalho (2004, p. 127), porque a consideraram “muito difundida”. Afirmaram ainda que “tal demonstração é feita a partir das relações métricas no triângulo retângulo” (Dassie e Carvalho, 2004, p. 127). De fato, é o que se observa a partir da leitura da demonstração que Serebrenick se propõe a fazer.

O trecho que antecede a representação geométrica encontra-se transcrito a seguir, de modo a auxiliar o leitor em eventuais buscas utilizando ferramentas digitais atuais (Ctrl+L ou Ctrl+F):

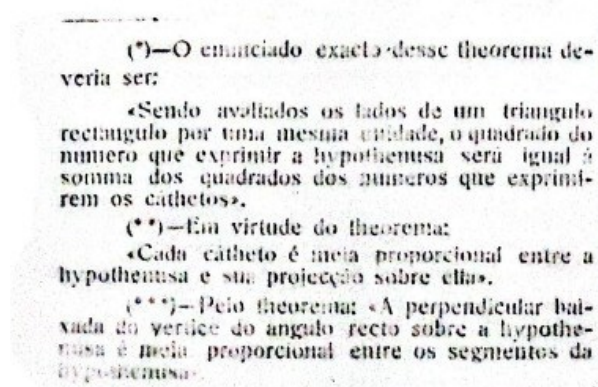
O quadrado da hypotenusa é igual à somma dos quadrados dos cathetos (*).

Th: $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Tracemos (fig. 18) BX perpendicular a BC e prolonguemos AC até encontrar, em D p. ex., essa perpendicular. (Serebrenick, 1929, p. 30)

Percebe-se que o autor utiliza três notas de rodapé, observadas a partir de asteriscos no texto. A primeira afirmação, apresentada na Figura 08, é a descrição do próprio Teorema de Pitágoras, sendo exatamente isso que o autor esclarece na nota de rodapé:

Figura 08 — Notas de rodapé da primeira demonstração do Teorema de Pitágoras elaborada por Serebrenick



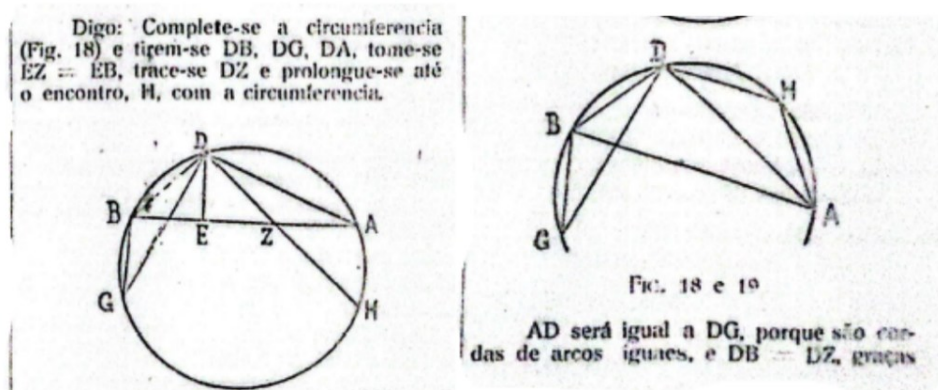
Fonte: Serebrenick (1929, p. 30)

Com a primeira nota de rodapé vemos que ele usa a expressão “avaliados os lados” para se referir à distinção dos segmentos de reta referentes aos lados do triângulo retângulo em catetos e hipotenusa. A expressão “o quadrado do número que exprimir” (Serebrenick, 1929, p. 30) se refere à medida do referido segmento de reta elevada ao quadrado.

Em seguida, o autor apresenta o Teorema de Pitágoras na forma de equação algébrica, utilizando a notação de segmento de reta a partir dos pontos de partida e chegada da figura 17. Vale ressaltar que “Th:” faz referência ao teorema em questão.

Quando o autor inicia o outro parágrafo fazendo referência à figura 18, comete um equívoco, pois é notável que se refere, na verdade, à figura 17 logo abaixo. Observa-se que a figura 18 desta edição da revista não tem relação alguma com a referência aos pontos B ou X, bem como à existência de um segmento de reta BX perpendicular a BC, o que reforça o equívoco na indicação da figura 18. Veja a Figura 09:

Figura 09 — Figura 18 e 19 da fonte original



Fonte: Serebrenick (1929, p. 31)

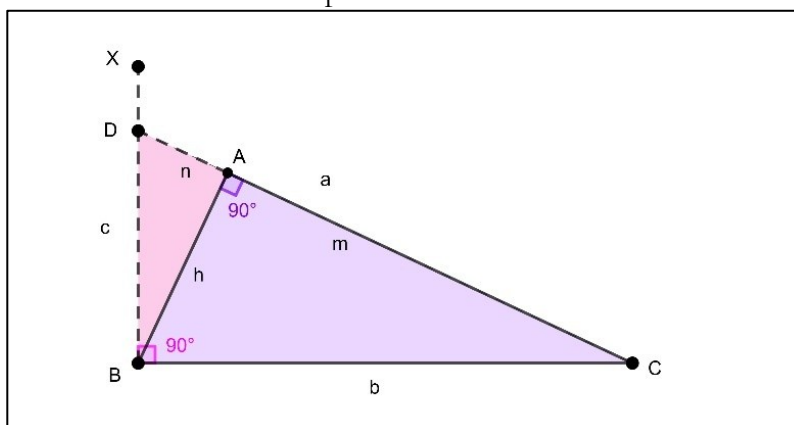
Observamos a figura 17, onde supomos inicialmente apenas o triângulo $\triangle ABC$. A partir dele é traçado o segmento de reta BX , perpendicular à BC , partindo do ponto B . O autor segue dizendo que prolongou o segmento AC até o ponto D , ou seja, em outras palavras, traçou o segmento de reta AD . Serebrenick utiliza “p. ex.” antes de fazer uma referência a um segmento perpendicular. Ainda é um tanto vago para a autora o significado exato dessa abreviação, já que especulações como “por exemplo” ou “ponto existente” não fizeram muito sentido na coesão da frase. Por outro lado, podemos afirmar que o ponto D está contido no segmento BX , que é justamente o segmento de reta perpendicular citado no início do parágrafo. Até aqui, o autor apenas descreveu a construção ou os segmentos de reta traçados a partir de um triângulo retângulo dado.

Após a figura, a primeira afirmação faz referência ao triângulo $\triangle DBC$, externo, que acabou de ser construído, seguida de outra nota de rodapé. Esta afirma que: “Em virtude do theorema: Cada catheto é meio proporcional entre a hypotenusa e sua projecção sobre ella.” (Serebrenick, 1929, p. 30). Ou seja, o autor usa o próprio teorema e suas possíveis implicações para evidenciar sua validade.

Essas implicações, ou seja, outras generalizações que obtemos a partir do Teorema de Pitágoras, surgem quando observamos um triângulo retângulo partido por sua altura, gerando assim dois outros triângulos retângulos internos a ele. Chamamos tais relações de relações métricas no triângulo retângulo. O autor parte dessas relações, dizendo que o cateto maior do triângulo ($\triangle DBC$) elevado ao quadrado equivale ao produto entre a hipotenusa e o cateto maior do triângulo ($\triangle ABC$), interno: $BC^2 = DC \cdot AC$.

Ao afirmar que cada cateto é meio proporcional entre a hipotenusa e sua projeção sobre ela, o autor demonstra que o cateto menor elevado ao quadrado equivale ao produto entre a hipotenusa e o cateto menor do triângulo pequeno interno. De forma análoga, o cateto maior elevado ao quadrado equivale ao produto entre a hipotenusa e o cateto maior do triângulo retângulo maior interno. Observa-se que, ao traçar o segmento de reta referente à altura do triângulo retângulo maior, o segmento que compartilha o mesmo ângulo que o cateto é o que será considerado para essa equação; por isso a nota de rodapé esclarece “sua projecção sobre ella” (Serebrenick, 1929, p. 30). Observe a Figura 10 a seguir, com adição de rótulos dos segmentos de reta e ângulos retos evidenciando a perpendicularidade citada:

Figura 10 — Representação da primeira demonstração do Teorema de Pitágoras elaborada por Serebrenick



Fonte: Autoria própria (2025).

Adaptando a sequência de igualdade apresentada pelo autor, considerando a adaptação dos segmentos de reta, temos:

$$\begin{aligned} b^2 &= a \cdot m \\ b^2 &= (n + m) \cdot m \\ b^2 &= n \cdot m + m^2 \end{aligned} \quad (I)$$

Na primeira linha, temos a substituição de BC por b , já que o autor originalmente utiliza a referência ao segmento de reta a partir do seu ponto de saída e ponto de chegada, e na adaptação substituímos pela letra latina minúscula b . O segmento definido por DC foi substituído pela letra latina minúscula a e, por fim, o segmento AC foi substituído pela letra latina minúscula m .

Na segunda linha, temos a substituição do segmento a pela soma dos segmentos m e n . E na terceira e última linha foi realizada a propriedade distributiva da multiplicação, em que os elementos dentro do parêntese são multiplicados individualmente pelo elemento fora do parêntese, neste caso, a medida do segmento m .

Serebrenick afirma que, para concluir a demonstração, basta provar que $n \cdot m = h^2$. Em seguida, antes da próxima equação apresentada, temos a última nota de rodapé, afirmando que: “Pelo theorem: A perpendicular baixada do vértice do angulo recto sobre a hypothenusa é meia proporcional entre os segmentos da hypothenusa.” (Serebrenick, 1929, p. 30).

A perpendicular baixada do vértice do ângulo reto refere-se à altura do triângulo retângulo $\triangle DBC$. Quando é utilizada a expressão “meia proporcional”, refere-se à potência de dois; assim, a medida do segmento da altura elevada ao quadrado equivale ao produto dos segmentos de reta n e

m , multiplicados entre si, os quais somados equivalem à hipotenusa: $h^2 = n \cdot m$. Após substituir $n \cdot m$ por h^2 em (I), temos:

$$b^2 = h^2 + m^2.$$

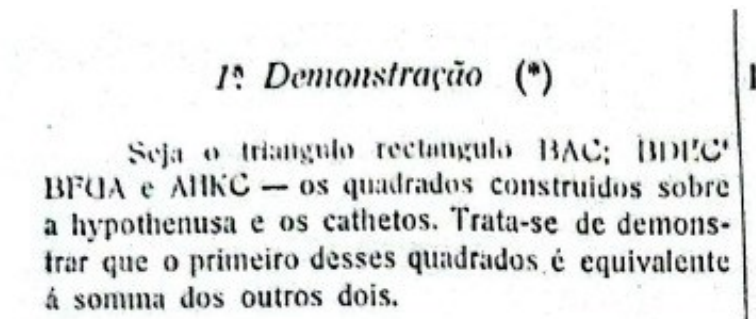
Finaliza com a sigla “*c.s.q.d.*”, que significa “como se queria demonstrar”. Como o segmento de reta b é a hipotenusa do triângulo retângulo interno, o segmento de reta m é o cateto maior e h o cateto menor, fica demonstrado o que inicialmente havia sido proposto após a primeira nota de rodapé.

Assim conclui-se a primeira demonstração do Teorema de Pitágoras elaborada por Serebrenick. Abaixo seguem as próximas análises das demais demonstrações do mesmo.

Análise da segunda demonstração do Teorema de Pitágoras elaborada por Serebrenick

No que se refere à segunda demonstração do Teorema de Pitágoras elaborada por Serebrenick, veja na Figura 11 que o autor inicia afirmando:

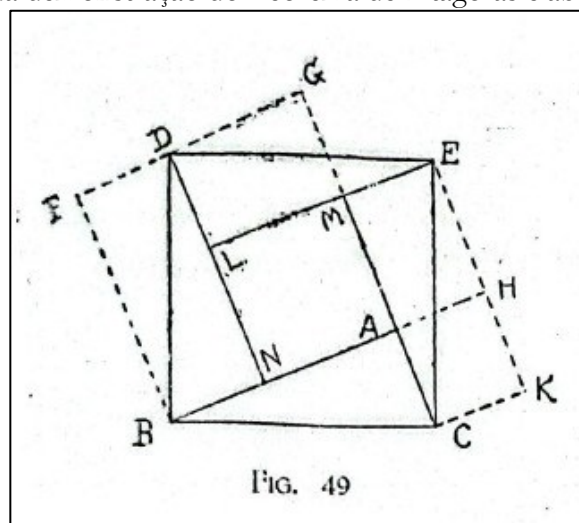
Figura 11 — Início da segunda demonstração do Teorema de Pitágoras elaborada por Serebrenick



Fonte: Serebrenick (1929, p. 100)

Como já mencionado, para fins de busca, a transcrição do texto que acompanha a figura é a seguinte: “Seja o triângulo rectângulo BAC; BDEC, BFGA e AHKC — os quadrados construídos sobre a hypotenusa e os cathetos. Trata-se de demonstrar que o primeiro desses quadrados é equivalente à somma dos outros dois.” (Serebrenick, 1929, p. 100). Na sequência, veja na Figura 12 deste trabalho, que o autor apresenta a fig. 49 que representa sua demonstração:

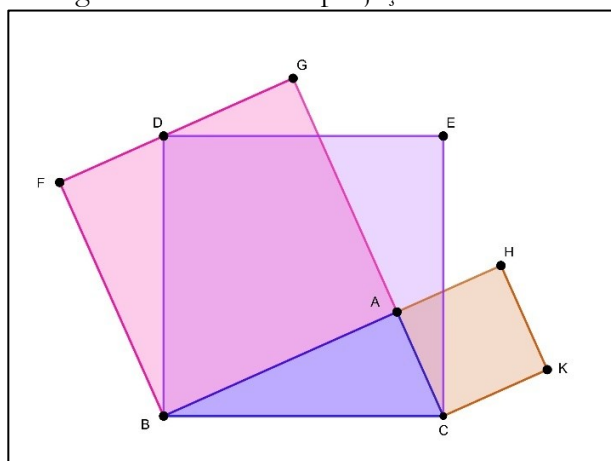
Figura 12 — Segunda demonstração do Teorema de Pitágoras elaborada por Serebrenick



Fonte: Serebrenick (1929, p. 100)

É interessante observar que Serebrenick utiliza letras latinas maiúsculas para indicar pontos, tal como fazemos atualmente. Ele inicia a demonstração deixando claro que seu ponto de partida é o triângulo retângulo $\triangle BAC$. A partir daqui, apresento imagens que procuram ilustrar o possível passo a passo da construção seguido pelo autor. Parte-se da Figura 13, como o próprio autor afirma em suas primeiras palavras: “Seja o triângulo retângulo BAC; BDEC, BFGA e AHKC – os quadrados construídos sobre a hipotenusa e os catetos.” (Serebrenick, 1929, p.100):

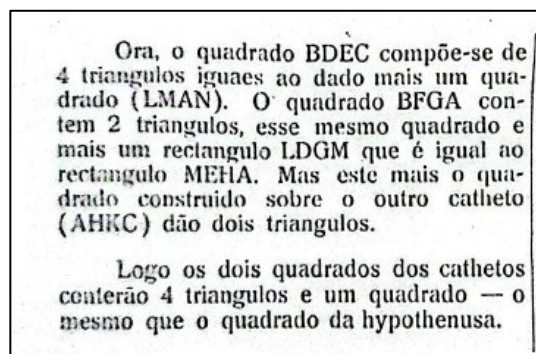
Figura 13 — Triângulo $\triangle BAC$ com as projeções dos catetos e da hipotenusa



Fonte: Autoria própria (2025).

Na Figura 13, a qual é ilustrativa da segunda demonstração, chegamos ao ponto central de sua argumentação. Veja o texto que se segue na Figura 14:

Figura 14 — Término da segunda demonstração do Teorema de Pitágoras elaborada por Serebrenick



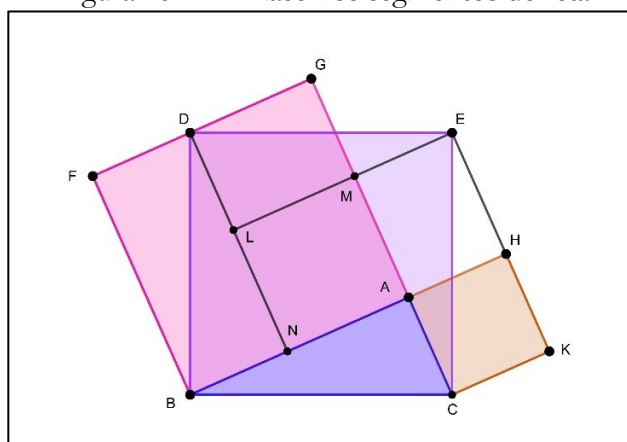
Fonte: Serebrenick (1929, p. 100).

A transcrição do texto acima, que acompanha a Figura 14 é:

Ora, o quadrado BDEC compõe-se de 4 triângulos iguaes ao dado mais um quadrado (LMAN). O quadrado BFGA contém 2 triângulos, esse mesmo quadrado e mais um rectângulo LDGM que é igual ao rectângulo MEHA. Mas este mais o quadrado construido sobre o outro catheto (AHKC) dão dois triângulos. Logo os dois quadrados dos catetos conterão 4 triângulos e um quadrado — o mesmo que o quadrado da hypotenusa. (Serebrenick, 1929, p.100).

A primeira afirmação feita pelo autor consiste em deduzir que o quadrado projetado sobre a hipotenusa é formado por quatro triângulos retângulos iguais ao triângulo primário $\triangle BAC$, além do quadrado LMAN. Tomando como base a Figura 13, procedi à construção dos segmentos de reta EH, ME, LM, DL e LN; observados na Figura 15 abaixo:

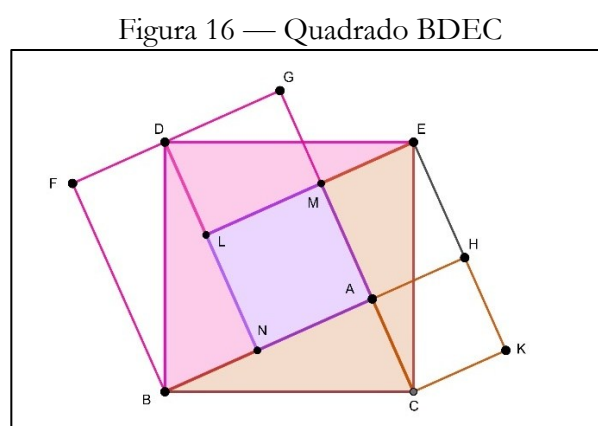
Figura 15 — Ênfase nos segmentos de reta



Fonte: Autoria própria (2025).

Partindo de um triângulo retângulo qualquer, após construir os quadrados projetados sobre cada lado, são traçados segmentos de reta como continuação de segmentos já existentes ou de forma perpendicular. O segmento EH é continuação de KH; LM e ME são construídos perpendicularmente a HE, formando ângulo de 90° no ponto E, vértice do quadrado projetado a partir da hipotenusa; de maneira análoga, os segmentos DL e LN são perpendiculares a LM e formam 90° com o segmento FG no ponto D. A construção, portanto, baseia-se em traçados simples, dispensando medições ou réplicas de segmentos, exigindo apenas prolongamentos ou retas perpendiculares.

Assim, a primeira afirmação da demonstração estabelece que o quadrado projetado sobre a hipotenusa – BDEC – compõe-se de quatro triângulos retângulos idênticos e de um quadrado central. Veja-os evidenciados na Figura 16:



Fonte: Autoria própria (2025).

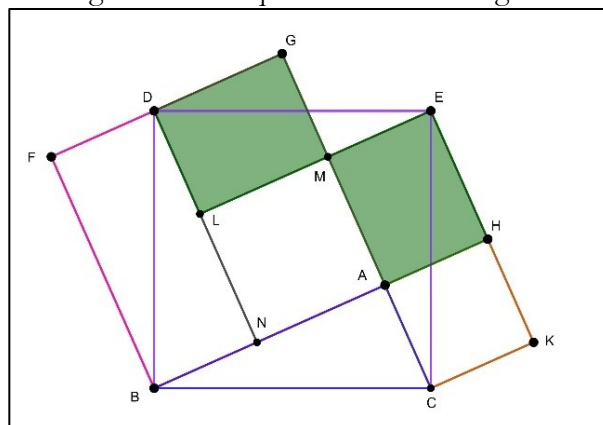
Os quatro triângulos retângulos (dois representados em rosa e dois em laranja) são equivalentes, pois compartilham a hipotenusa, que corresponde ao lado do quadrado BDEC; formam ângulo de 90° na interseção com o quadrado LMAN; possuem ângulos internos congruentes e, por consequência, catetos congruentes. Juntamente com o quadrado central LMAN, esses quatro triângulos compõem o quadrado maior.

Esses triângulos também são congruentes ao triângulo $\triangle BFD$. Por isso, em sua segunda afirmação, Serebrenick declara: “O quadrado BFGA contém 2 triângulos [...]” (Serebrenick, 1929, p. 100)”. Aqui ele se refere ao quadrado rosa projetado sobre o cateto maior, especificamente aos triângulos $\triangle BFD$ e $\triangle DNB$, resultantes da divisão do retângulo BFDB pela diagonal BD. Em seguida, o autor acrescenta “[...] esse mesmo quadrado [LMNA] e mais um rectângulo LDGM que

é igual ao rectângulo MEHA.” (Serebrenick, 1929, p.100). Surge, então, a questão: como verificar a equivalência entre o quadrado central LMAN e o retângulo LDGM?

Inicialmente, observa-se que o segmento LM é lado tanto do quadrado LMAN quanto do retângulo LDGM; da mesma forma, o lado MA pertence simultaneamente ao quadrado LMAN e ao retângulo MEHA. Como retângulos têm lados opostos paralelos e congruentes, a equivalência se verifica ao identificar que seus demais lados também são congruentes. Considerando que, no quadrado maior lilás (Figura 15), os quatro triângulos retângulos são equivalentes, conclui-se que os segmentos LD e ME (catetos menores) são congruentes, o que implica igualmente na congruência entre GM e HA. Portanto, os dois retângulos verdes destacados na figura 17 são equivalentes:

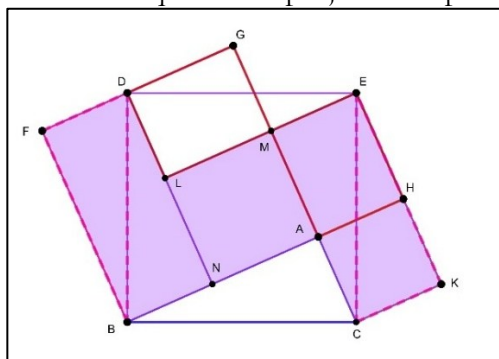
Figura 17 — Equivalência de retângulos



Fonte: Autoria própria (2025).

Até este ponto, foram demonstradas as equivalências entre dois triângulos retângulos e o quadrado central LMAN. Restaria, então, evidenciar a equivalência dos outros dois triângulos e de retângulos, visto que o quadrado projetado sobre a hipotenusa contém quatro triângulos retângulos e o quadrado central. Considerando o quadrado rosa projetado sobre o cateto maior, resta ainda evidenciar a equivalência do retângulo LDGM, uma vez que os dois triângulos do retângulo BFDN e o quadrado central já foram contemplados “este [retângulo MEHA] mais o quadrado construído sobre o outro catheto (AHCK) dão dois triângulos” (Serebrenick, 1929, p.100). Assim, o quadrado projetado sobre o cateto menor (AHKC), somado ao retângulo MEHA (ou, de forma equivalente, ao retângulo LDGM), formam dois triângulos retângulos, divididos pela diagonal EC. Observe-se a relação entre as áreas dos quadrados projetados na Figura 18, considerando a substituição dos retângulos destacados pelos lados em vermelho:

Figura 18 — Áreas dos quadrados projetados a partir dos catetos



Fonte: Autoria própria (2025).

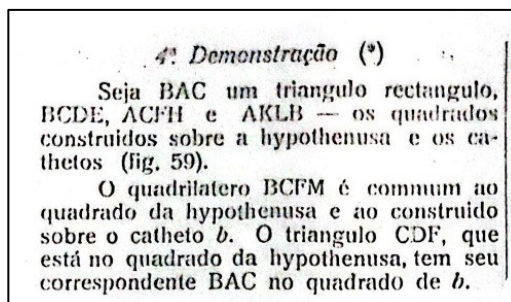
A comparação entre as Figuras 16 e 18 ilustra a conclusão de Serebrenick “Logo os dois quadrados dos cathetos conterão 4 triângulos e um quadrado – o mesmo que o quadrado da hypotenusa,” (Serebrenick, 1929, p.100).

Essa segunda demonstração, de autoria de Serebrenick, fundamenta-se, portanto, na comparação de áreas para evidenciar a equivalência entre os quadrados, apresentando de forma intuitiva o Teorema de Pitágoras. No próximo tópico, passa-se à análise da terceira demonstração.

Análise da terceira demonstração do Teorema de Pitágoras elaborada por Serebrenick

A quarta demonstração do Teorema de Pitágoras apresentada nas publicações da RBME, em 1930, exemplar n. 10, integra a sequência intitulada “Novas demonstrações”. Essa será a terceira demonstração de Serebrenick analisada neste trabalho:

Figura 19 — Início da terceira demonstração do Teorema de Pitágoras elaborada por Serebrenick



Fonte: (Serebrenick, 1930, p. 123).

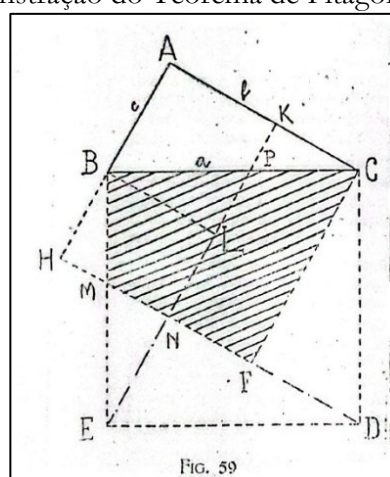
Para fins de busca, segue a transcrição da Figura 19 acima:

Seja BAC um triângulo rectângulo, BCDE, ACFH e AKLB — os quadrados construídos sobre a hypotenusa e os catetos (fig. 59). O quadrilátero BCFM é commum ao quadrado da hypotenusa e ao construído sobre o cateto b . O

triângulo CDF, que está no quadrado da hypotenusa, tem seu correspondente BAC no quadrado de b . (Serebrenick, 1930, p. 123).

O autor apresenta a representação geométrica logo em seguida, sobre a qual nos debruçaremos nos próximos trechos, apresentada na Figura 20:

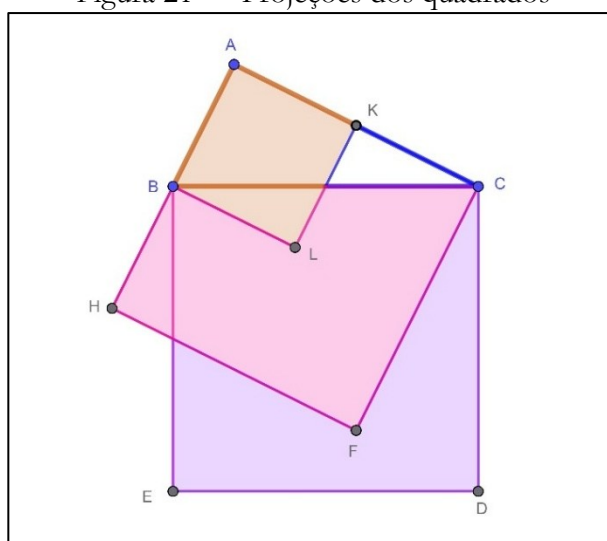
Figura 20 — Terceira demonstração do Teorema de Pitágoras elaborada por Serebrenick



Fonte: Serebrenick (1930, p. 123).

Quando o autor inicia o parágrafo, apenas situa o leitor no triângulo retângulo primário ($\triangle BAC$), ou seja, o de partida, e na projeção de quadrados (BCDE, ACFH e AKLB) a partir de seus lados – hipotenusa e catetos, maior e menor, respectivamente. Observe a Figura 21, na qual o triângulo $\triangle BAC$ aparece com os lados destacados, o quadrado BCDE em lilás, o quadrado ACFH em rosa e o quadrado AKLB em laranja:

Figura 21 — Projeções dos quadrados

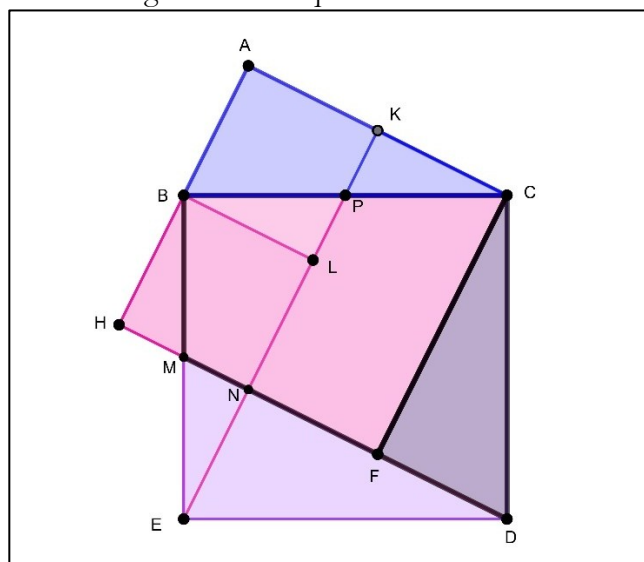


Fonte: autoria própria (2025).

Serebrenick quer evidenciar que as partes dos quadrados dos catetos estão contidas no quadrado da hipotenusa, fazendo a comparação entre eles, ou seja, entre suas áreas. Para isso, segue apontando que o quadrilátero BCFM, com os traços destacados na Figura 22 a seguir, está contido tanto no quadrado BCDE quanto no quadrado referente ao cateto maior (ACFH), ou seja, “[...] é comum [...] ao [...] cateto b” (Serebrenick, 1930, p. 123). Essa parte do cateto maior já está contemplada; resta mostrar apenas o triângulo ΔBHM e o triângulo primário. Já em relação ao quadrado do cateto menor, falta demonstrar por inteiro.

Quando utiliza a frase “CDF, [...] tem seu correspondente BAC [...]”, já apresenta mais uma equivalência de área do quadrado projetado a partir do cateto maior, restando deste apenas o triângulo ΔBHM . Essa equivalência pode ser observada verificando-se que o segmento de reta CF – lado do quadrado projetado a partir do cateto maior – é igual ao segmento de reta AC; de forma análoga, o segmento de reta CD equivale a BC, sendo ambos lados do quadrado projetado a partir da hipotenusa. Como temos em CFD um ângulo reto, conclui-se que, de fato, os triângulos ΔCDF e ΔBCA são equivalentes. Acrescentei na Figura 22 o segmento de reta FD, EL e os pontos nas intersecções, ao mesmo tempo em que destaquei o quadrado referente ao cateto maior (ACFH). Veja:

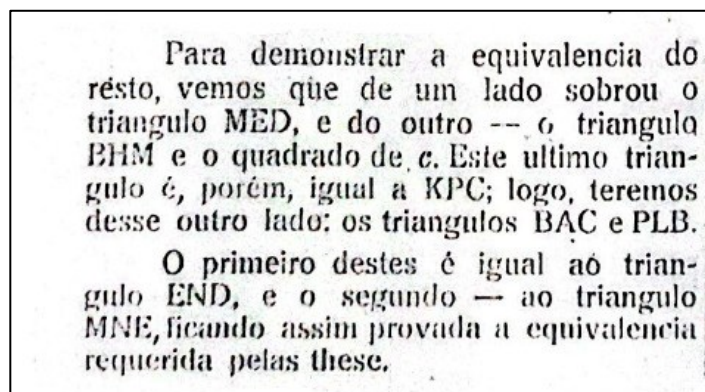
Figura 22 — Equivalências iniciais



Fonte: autoria própria (2025).

Após mostrar a representação do Teorema de Pitágoras apresentada na Figura 20, Serebrenick finaliza com as palavras descritas na Figura 23:

Figura 23 — Término da demonstração do Teorema de Pitágoras elaborada por Serebrenick

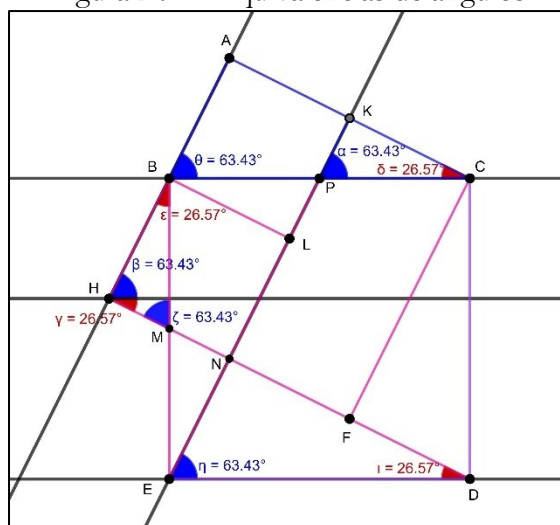


Fonte: Serebrenick (1930, p. 123).

A parte inicial: “Para demonstrar a equivalência do resto, vemos que de um lado sobrou o triângulo MED, e do outro – o triângulo BHM e o quadrado de c .” (Serebrenick, 1930, p. 123) já foi esclarecida no parágrafo anterior.

A próxima análise é do trecho: “Este último triângulo é, porém, igual a KPC [...]” (Serebrenick, 1930, p. 123). Observamos que os ângulos H e K são retos, pois ambos derivam das interseções entre $AC \perp KN$ e $AH \perp HF$. Os segmentos KC e BH, catetos maiores, são congruentes, pois pertencem ao lado do quadrado projetado a partir do cateto maior primário, descontando-se a medida do lado do cateto menor. Observamos, ainda, que ao traçar paralelas e transversais, os ângulos em P e H, representados em vermelho, são congruentes. Precisamente no triângulo $\triangle BHM$, os ângulos vermelho e azul são complementares. Observa-os na Figura 24:

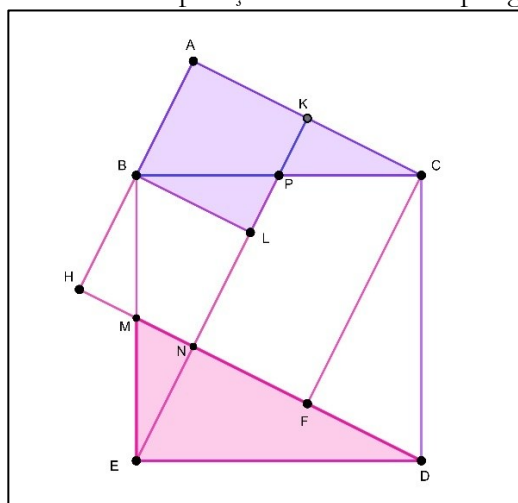
Figura 24 — Equivalências de ângulos



Fonte: autoria própria (2025).

Com isso, é possível afirmar que os ângulos em KPC e HMB são congruentes, assim como em PCK e MBH. Fica evidente que o triângulo ΔBHM é equivalente a ΔKPL . Após entender essa equivalência, “logo, teremos desse outro lado: os triângulos BAC e PLB.” (Serebrenick, 1930, p. 123). Em outras palavras, consideremos o KPL em vez de BMH, e o unamos ao quadrado projetado a partir do cateto menor (AKLB), formando assim o polígono lilás (BACPL) evidenciado na Figura 25:

Figura 25 — Comparação de áreas entre polígonos



Fonte: autoria própria (2025).

Em seguida, afirma que o triângulo ΔBAC “é igual ao triângulo END”. Essa equivalência é facilmente observada, pois, ao considerar o triângulo ΔEND , notamos que em N se forma um ângulo reto, já que $ND \perp EN$. Assim, em D temos ângulos complementares. Como os ângulos internos são congruentes, conforme é possível verificar na Figura 24, e o segmento ED equivale a CB, sendo ambos lados do mesmo quadrado, conclui-se que, de fato, os dois triângulos são equivalentes.

Antes de concluir, Serebrenick afirma que PLB é igual “ao triângulo MNE” (1930, p. 123). Ao analisar os ângulos desses dois triângulos, verificamos que em N e L temos ângulos retos; em LPB e NME observamos ângulos congruentes, e o mesmo ocorre em PBL e MEN. Isso pode ser observado na Figura 24, bem como a partir da observação do triângulo maior ΔMED , que contém ΔMNE e ΔEND . Ambos são triângulos retângulos e partilham ângulos congruentes, que, por sua vez, também equivalem ao triângulo retângulo ΔPLB .

Quanto às medidas dos lados, os segmentos BP e MN, quando somados à hipotenusa dos triângulos ΔKPC e ΔBHM , respectivamente, formam o lado do quadrado projetado a partir da

hipotenusa do triângulo primário ΔBAC . Usando as palavras do autor: “ficando assim provada a equivalência requerida pelas these.” (Serebrenick, 1930, p. 123).

Serebrenick contribuiu, à sua maneira, para a história da matemática brasileira, e parte dessa contribuição vem justamente de suas demonstrações do Teorema de Pitágoras, apresentadas aqui.

Conclusão

Salomão Serebrenick contribuiu de forma única para a história da matemática no Brasil. De origem judaica, tornou-se brasileiro naturalizado em 1933. Estudou na Escola Politécnica da Bahia e, assim que se formou, fixou residência no Rio de Janeiro.

Foi diretor da *Revista Brasileira de Matemática Elementar*, criada em 1929 – a primeira revista de matemática do país até então conhecida. Infelizmente, sua circulação durou apenas até 1932; porém, nesse curto período, contribuiu de forma impactante no Brasil como bem situa os jornais da época. Já sob o novo nome *Revista Brasileira de Matemática*, Serebrenick publicou, em duas edições, três demonstrações do Teorema de Pitágoras de sua autoria, entre outras nove de diferentes autores.

As demonstrações do Teorema de Pitágoras elaboradas por Serebrenick foram construídas a partir de relações lineares, ou seja, provas algébricas. Nelas, o autor constrói quadrados projetados a partir dos lados do triângulo retângulo, tanto interna quanto externamente.

Muito do que é produzido em nosso país tende a ser esquecido se não for trazido à tona e valorizado. Nesse sentido, o presente trabalho busca justamente contribuir para a valorização do que foi produzido no Brasil, além de mostrar a relevância de sua utilização no ensino e aprendizagem da matemática, de forma dinâmica e acessível.

Referências

BIBLIOTECA NACIONAL (Brasil). *Hemeroteca Digital Brasileira: Correio da Manhã*. Rio de Janeiro: Bloch Editores, [1909]–2000. Disponível em: <https://memoria.bn.gov.br>. Acesso em: ago. 2025.

BIBLIOTECA NACIONAL (Brasil). *Hemeroteca Digital Brasileira: Jornal Brasil*. Rio de Janeiro: Bloch Editores, [1909]–2000. Disponível em: <https://memoria.bn.gov.br>. Acesso em: ago. 2025.

BIBLIOTECA NACIONAL (Brasil). *Hemeroteca Digital Brasileira: Jornal da Orla*. Rio de Janeiro: Bloch Editores, [1909]–2000. Disponível em: <https://memoria.bn.gov.br>. Acesso em: ago. 2025.

BIBLIOTECA NACIONAL (Brasil). *Hemeroteca Digital Brasileira: Manchete*. Rio de Janeiro: Bloch Editores, [1909]–2000. Disponível em: <https://memoria.bn.gov.br>. Acesso em: ago. 2025.

DASSIE, Bruno Alves; CARVALHO, João Bosco Pitombeira de. O teorema de Pitágoras e matemáticos amadores do Brasil. *Revista Brasileira de História da Matemática*, v. 4, n. 8, p. 123-147, 2004.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos de matemática elementar: 9, geometria plana*. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

DUARTE, Bruno Sobroza. Desmontando a ditadura: o governo de Ernesto Geisel. In: ANPUH. *Anais do XXVI Simpósio Nacional de História – ANPUH*, São Paulo, jul. 2011. Disponível em: https://snh2011.anpuh.org/resources/anais/14/1312812653_ARQUIVO_DesmontandoaDitadura2corricao.pdf. Acesso em: ago. 2025.

FERGUSON, Kitty. *Pythagoras: his lives and the legacy of a rational universe*. London: Icon Books, 2011. 368 p. ISBN 978-1848312319.

HEATH, Thomas Little, Sir. *A history of Greek mathematics*. Oxford: The Clarendon Press, 1921. Internet Archive. Disponível em: <https://archive.org/details/cu31924008704219>. Acesso em: ago. 2025.

REVISTA BRASILEIRA DE MATHEMATICA ELEMENTAR, n. 2, out. 1929.

REVISTA BRASILEIRA DE MATHEMATICA ELEMENTAR, ns. 7/8/9, mar.–maio 1930; n. 10, jun. 1930.

ⁱ Acesse em:

<<https://memoria.bn.gov.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=004120&Pesq=%22Salom%C3%A3o%20Serebrenick%22&pagfis=177819>>.

ⁱⁱ Acesse em:

<<https://memoria.bn.gov.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=004120&Pesq=%22Salom%C3%A3o%20Serebrenick%22&pagfis=261882>>.

ⁱⁱⁱ Acesse em:

<<https://memoria.bn.gov.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=004120&pesq=%22Salom%C3%A3o%20Serebrenick%22&hf=memoria.bn.gov.br&pagfis=73782>>.

^{iv} Acesse em:

<<https://memoria.bn.gov.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=004120&Pesq=%22Salom%C3%A3o%20Serebrenick%22&pagfis=111959>>.

^v Retas que se sobrepõem.

^{vi} Pertencentes ao mesmo plano.

^{vii} Ângulos suplementares são aqueles que ao serem somados resultam em 180°.